

НАУКОВІ ВІСТІ

Національного технічного університету України
"Київський політехнічний інститут"

Науково–технічний журнал

№ 4(60)

2008

Започаткований у вересні 1997 року

Редакційна колегія:

Головний редактор
М.З. Згуровський

Заступник головного
редактора
М.Ю. Льченко

Відповідальний
секретар
П.П. Маслянко

Члени редколегії –
координатори
наукових напрямків

С.Г. Бунін,

М.І. Бобир

В.Ю. Горчаков

І.А. Дичка

О.В. Збруцький

І.В. Недін

Б.В. Новіков

О.М. Новіков

Є.М. Письменний

А.В. Праховник

Д.Ф. Чернега

О.Г. Юрченко

Ю.І. Якименко

Редакційна рада

Адреса редакції:
03056, Київ-56,
проспект Перемоги, 37,
Національний технічний
університет України
"Київський політехнічний
інститут",
Тел. 454-91-23

У номері:

Економіка та організація
виробництва

Електроніка, радіотехніка та
засоби телекомунікацій

Енергетика та енергогенеруючі
технології

Інформаційні технології,
системний аналіз та керування

Матеріалознавство
та машинобудування

Проблеми хімії та хімічної
технології

Теоретичні та прикладні
проблеми фізико-
математичних наук

Засновник – Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”
Свідоцтво про державну реєстрацію журналу – серія КВ № 2863, видане 26 вересня 1997 року

Рекомендовано Вченою Радою Національного технічного університету України
“Київський політехнічний інститут”, протокол № 9 від 8.09.08 р.

Члени редакційної ради (за галузями науки)

Фізико-математичні науки

Математика	Фізика	Механіка	Інформатика і кібернетика
В.В. Булдігін	В.Г. Бар'яхтар	А.Е. Бабаєв	Ю.М. Данілін
Н.О. Вірченко	Ю.І. Горобець	С.О. Довгий	О.С. Макаренко
А.А. Дороговцев	В.М. Локтев	Я.Ф. Каюк	Н.Д. Панкратова
М.М. Кухарчук	С.І. Сидоренко	В.В. Матвеев	В.В. Остапенко
А.М. Самойленко	А.П. Шпак	Ю.М. Шевченко	В.М. Панін

Хімічні науки	Біологічні науки	Технічні науки		Економічні науки
О.О. Андрійко	Л.Б. Бондаренко	В.І. Губар	О.А. Павлов	О.Ф. Балацький
І.М. Астрелін	П.І. Гвоздяк	В.С. Коваленко	М.Г. Попович	В.Г. Герасимчук
А.К. Дорош	О.М. Дуган	В.І. Костюк	В.М. Прохоренко	Є.В. Крикавський
Ю.А. Малетін	Л.А. Лившиць	Ю.Ю. Лукач	Н.С. Равська	М.П. Панченко
А.А. Фокін	С.С. Мальота	Г.М. Любчик	В.О. Румбешта	Г.К. Яловий
	В.С. Підгорський	Є.А. Мачуський	В.І. Сенько	
	Ю.М. Сиволап		В.П. Тарасенко	
	С.С. Ставська		Я.К. Трохименко	

Секретар редакції Л.Д. Калько

Редактор Т.С. Мельник

Графічний дизайн Б.В. Валуєнка
Комп'ютерна верстка О.С. Фрадіна

Підписано до друку 9.09.2008. Формат 60×84¹/₈. Папір офс. Гарнітура Times.
Спосіб друку – ризографія. Ум. др. арк. 18,60. Обл.-вид. арк. 31,68. Зам. № . Наклад 200 прим.

НТУУ “КПІ” ВПІ ВПК “Політехніка”. 03056, Київ, вул. Політехнічна, 14, корп. 15.
Тел./факс (044) 241-68-78

ЗМІСТ

Економіка та організація виробництва

Кишакевич Б.Ю., Прикарпатський А.К., Твердохліб І.П. Портфельна конкурентна модель ринку акцій з біваріативною функцією корисності 5

Дзюбан І.Ю., Капустян В.О. Оптимізація рекламної діяльності страхової компанії з позиції гарантованого виграшу 11

Електроніка, радіотехніка та засоби телекомунікацій

Вунтесмері Вал.С., Витяганець А.І. Низькочастотне розширення діапазону роботи магніторезистивного вимірювального перетворювача активної потужності середніх частот 16

Генкін О.М., Генкіна В.К., Гераїмчук М.Д., Гермаш Л.П., Неводовський П.В. Широкопasmові еталонні випромінювачі для УФ-області на основі карбиду кремнію 20

Дзюба В.Г. Застосування нейронної мережі для пошуку об'єктів на зображенні 27

Ніжебецька Ю.Х., Рибін О.І., Ткачук А.П., Шарпан О.Б. Нормальне дискретне перетворення з дійсним ядром сигналу довільної форми 34

Енергетика та енергогенеруючі технології

Корнієнко Я.М., Дорошенко Д.В., Філінков А.С., Магазій П.М. Дослідження температурного поля в дисперсних багатофазних системах 41

Турик В.М., Бабенко В.В., Воскобійник В.А., Воскобійник А.В. Швидкості в прилежовому шарі над пластиною з напівциліндричним заглибленням 46

Інформаційні технології, системний аналіз та керування

Бідюк П.І., Литинська А.Ю. Формування портфеля хедж-фондів з використанням квадратичної апроксимації функції втрат 55

Гриша С.М., Гнатенко Н.С. Прийняття рішень на базі досвіду як підхід до подолання фактора суб'єктивності 62

Масляно П.П., Лісов П.М. Дослідження засобів і розробка технології продукування інформаційних ресурсів 76

Сапоженко О.А., Махіна Г.А. Дослідження складності задачі до визначення часткових монотонних булевих функцій 90

Матеріалознавство та машинобудування

Киричок П.О., Роїк Т.А., Морозов А.С., Савченко К.І. Особливості застосування металізованих фарбових плівок поліграфічного призначення 94

Кулініч А.А., Рябініна О.О., Доній О.М., Котляр С.М. Фазово-структурний склад і механічні властивості сплаву АЦ4Мг з домішками заліза та берилію 99

Макогон Ю.М., Сидоренко С.І., Павлова О.П., Вербицька Т.І. Фазоутворення у плівковій композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм) на монокристалічному кремнії орієнтації (001) 103

Олікер В.Ю., Гридасова Т.Я., Єлісєєва О.М., Сировавка В.Л. Дослідження впливу магнітного поля на структуру NiAl–Re-матеріалів за допомогою Фур'є-спектроскопії 108

Скачков І.О., Шевченко М.В. Методика контролю якості джерел живлення для дугового зварювання із застосуванням штучних нейронних мереж 115

Проблеми хімії та хімічної технології

Рупп В.В., Вишневецька Ю.П., Пащенко Н.В., Ткаленко Д.А. Використання рівнянь полярографії для аналізу хроновольтамперограм 122

Талхі Ф.М., Макарова Н.В., Астрелін І.М., Толстопалова Н.М. Дослідження методів попередньої підготовки води з високою жорсткістю для мембранного кондиціонування 127

Теоретичні та прикладні проблеми фізико-математичних наук

Богданський Ю.В. Бездивергентний варіант формули Гаусса–Остроградського на нескінченновимірних многовидах 132

Жуковська О.А., Глушаускене Г.А., Файнзільберг Л.С. Дослідження властивостей модифікованої оцінки дисперсії випадкової величини за вибіркою незалежних спостережень 139

Кухарчук М.М., Яременко М.І. Про розв'язність одного квазілінійного еліптичного диференціального рівняння другого порядку у всьому евклідовому просторі R^l , $l \geq 3$ 146

Самусенко П.Ф. Асимптотичне інтегрування систем сингулярно збурених диференціальних рівнянь з вродженням у точці 152

Реферати 157

Автори номери 160

CONTENTS

Economy and organization of production

Kyshakevych B.Yu., Prykarpatsky A.K., Tverdokhlib I.P. Portfolio competing stock market model with the bi-variative utility function 5

Dzyuban I.Yu., Kapustyan V.O. Advertising activity optimization of the insurance company from a position of the guaranteed gain 11

Electronics, radio engineering and telecommunications

Vountesmeri Val.S., Vytiaganets A.I. Low frequency range work expansion of magnetoresistive measuring converter of active power of middle frequencies 16

Genkin O.M., Genkina V.K., Gerayimchuk M.D., Germash L.P., Nevedovsky P.V. Silicon carbide based broadband etalon emitters for the UV-region 20

Dzyuba V.G. Use of neuron network for objects detection in image 27

Nizhebetska Yu.Kh., Rybin O.I., Tkachuk A.P., Sharpan O.B. Normal discrete transformation with the real core of the arbitrary shape signal 34

Power engineering and energy generation technologies

Korniyenko Ya.M., Doroshenko D.V., Filinkov A.S., Magaziy P.M. Study of the temperature field disperse polyphase system 41

Turyck V.M., Babenko V.V., Voskobiynik V.A., Voskobiynik A.V. Current velocities in the boundary layer over the plate with semi-cylindrical cavity 46

Information technology, system analysis and guidance

Bidyuk P.I., Litynska A.Yu. Forming hedge-fund portfolios using the quadratic approximation of loss function 55

Grysha S.M., Gnatenko N.S. Experience-based decision making as the approach to subjectivity overcoming 62

Maslyanko P.P., Lissov P.M. Tools research and development of the technology for informative resources production 76

Sapozhenko O.A., Makhina G.A. Complexity investigation of the problem of partial monotone boolean function optimal extension 90

Materials science and machine building

Kirichok P.O., Roik T.A., Morozov A.S., Savchenko K.I. Features of metallic films usage for the polygraphic setting 94

Kulinich A.A., Ryabinina O.O., Doniy O.M., Kotlyar S.M. Phase-structural composition and mechanical properties of alloy of CA4Mg with admixtures of iron and beryllium 99

Makogon Iu.M., Sydorenko S.I., Pavlova O.P., Verbitska T.I. The phase formation in Ti(200 nm)/Cu(200 nm)/Ti(100 nm)/SiO₂(370 nm) film composition on the monocrystalline silicon (001) 103

Oliker V.Yu., Gridasova T.Ya., Elisyeyeva O.M., Syrovatka V.L. Research of influence of the magnetic field on structure of NiAl-Re materials by means of Fourier-spectroscopy 108

Skachkov I.O., Shevchenko M.V. The quality monitoring method of welding power sources for arc welding using the artificial neural networks 115

Problems of chemistry and chemical engineering

Rupp V.V., Vyshnevska Yu.P., Paschenko N.V., Tkalenko D.A. Polarographic equation for chronovoltammograms analysis 122

Talkhi F.M., Makarova N.V., Astrelin I.M., Tolstopalova N.M. Study of hard water pre-treatment methods for membrane purification 127

Theoretical and applied problems of physico-mathematical sciences

Bogdansky Yu.V. A divergenceless form of the Gauss–Ostrogradsky formula for the infinite dimensional manifolds 132

Zhukovska O.A., Glushauskene G.A., Fainzilberg L.S. Research of the modified estimation properties of random variable's variance on sample of independent observations 139

Kukharchuk M.M., Yaremenko M.I. On solvability of the second-order quasi-linear elliptic equations on the euclidean space R^l , $l \geq 3$ 146

Samusenko P.F. The asymptotical integration of the singularly perturbed systems of differential equations with degeneration in a point 152

Reports 157

Contributors to the issue 160

ЕКОНОМІКА ТА ОРГАНІЗАЦІЯ ВИРОБНИЦТВА

УДК 320.332.336

Б.Ю. Кишакевич, А.К. Прикарпатський,
І.П. Твердохліб

ПОРТФЕЛЬНА КОНКУРЕНЦІЙНА МОДЕЛЬ РИНКУ АКЦІЙ З БІВАРІАТИВНОЮ ФУНКЦІЄЮ КОРИСНОСТІ

Вступ

Сучасні емпіричні дослідження нової або інформаційної економіки розвинених ринкових країн засвідчують залежність темпів їх економічного зростання від відносного рівня курсу акцій [1, с. 38–45]. Банк може мати в активі свого портфеля значну кількість пакетів акцій різних бізнесово-виробничих структур, упорядкованих за натуральним показником їх фінансово-економічної привабливості або цінності для потенційного клієнта-покупця. В умовах сучасного цейтнот-біржового механізму реалізації акцій, що характеризується фіксованим часовим інтервалом і обмеженням доступу до повної інформації про їх корисність, важливою для покупця є оптимальна стратегія вибору [2, 3] найціннішого пакета акцій із запропонованого банківського портфеля. Різні постановки класичної задачі найкращого вибору розглянуто у фундаментальній монографії [2], де ефективно застосовувалась для аналізу цих проблем теорія ланцюгів Маркова та було обґрунтовано так звані *порогові правила зупинки* як визначальний елемент оптимальних стратегій вибору найкращого варіанта з деякої заданої множини.

Ситуація істотно ускладнюється, коли є кілька конкуруючих покупців: тоді постає нетривіальна проблема вибору клієнтом-покупцем потенційно найціннішого пакета акцій у межах портфеля раніше за інших. При цьому цейтнот-біржовий характер такого типу ринкових операцій надає покупцю акцій тільки динамічну порівняльну інформацію про їх цінність у процесі вибору. В [4] було досліджено проблему вибору двома конкуруючими покупцями найпривабливішого пакета акцій із банківського портфеля на підставі динамічної порівняльної інформації щодо цінності пакетів з використанням однієї функції корисності, обґрунтовано метод асоційованих марковських процесів пошуку оптимальних стратегій поведінки покупців акцій із врахуванням параметрів банківського середови-

ща та отримано рівняння для визначення частки портфеля, перегляд якої є необхідним. Цінність пакетів акцій може також визначатись кількома критеріями, кожен з яких описується своєю функцією корисності.

Постановка задачі

У запропонованому дослідженні розвивається метод асоційованих марковських процесів із [4] для побудови оптимальної стратегії поведінки двох конкуруючих клієнтів банку в процесі вибору ними потенційно найціннішого пакета акцій із банківського портфеля із *априорі* заданими і розподіленими незалежно двома функціями корисності [2, 5, 6] пакетів акцій із врахуванням параметрів банківського середовища. Так, як і в [4], допускається, що покупці не мають фінансових обмежень і володіють достатнім капіталом для придбання будь-якого пакета акцій.

Найкращий вибір пакета акцій із банківського портфеля на підставі двох функцій корисності

Нехай деякий банк сформував сукупність пакетів акцій, які виставляє на продаж. Кожен пакет описується в базі даних портфеля деяким набором характеристик, які в сукупності визначають привабливість чи корисність пакета для потенційного клієнта. Покупець вибирає з бази даних будь-який пакет акцій і вивчає його базові характеристики, після чого може відразу його придбати або повернути запит назад до портфеля і перейти до ознайомлення з наступним пакетом. Якщо корисність вибраного пакета виявиться нижчою за цінність попередньо розглянутих, то відразу формується запит на отримання наступного пакета акцій і так далі, аж поки не буде вибраний пакет акцій з характеристикою цінності, вищою за всі, вже переглянуті. У такому випадку покупець має прийняти рішення, чи він вважає даний пакет акцій потенційно найціннішим з усіх можливих, і тоді на ньому зупиняється, придбавши його, або переходить до аналізу привабливості наступних пакетів, враховуючи, що обсяг портфеля є скінченним і час на їх розгляд обмежений. Якщо ж клієнтів два або більше, то аналогічну стратегію вибору найкращого пакета акцій на підставі аналізу їх відносних характеристик вибирає також кожен із них, причому виграє торги акцій той покупець, який швидше, тобто за меншу кількість звертань до бази даних портфеля акцій банку, вибере найпривабливіший пакет.

Процес порівняння двох або більше отриманих для ознайомлення пакетів акцій покупцями за ступенем їх фінансової привабливості здійснюється з використанням двох функцій корисності, які дозволяють кількісно оцінювати цінність акцій за двома незалежними критеріями. Абстрагуючись від власне процедури такого порівняння, вимагатимемо лише від неї чіткого задання відношення переваги на множині об'єктів бази даних банківського портфеля.

На процес вибору клієнтом потенційно найціннішого пакета акцій накладаються певні додаткові фінансові обмеження, які істотно впливають на кількість запитів до бази даних портфеля акцій. Так, в умовах цейтнот-біржової процедури доступу покупця до бази даних портфеля акцій покупець зобов'язаний сплачувати певну суму, так званий штраф або fee, за кожний переглянутий і повернутий до портфеля пакет. На практиці банки застосовують різні дисципліни штрафування клієнтів за неуспішну транзакцію. Приміром, це буває фіксована сума грошових одиниць за кожен переглянутий пакет акцій або лінійна прогресивна шкала штрафних санкцій, що збільшує сплачену суму штрафу пропорційно порядковому номеру неуспішної транзакції. Якщо ж покупець зупинився на потенційно найціннішому для нього пакеті акцій і вибрав його для придбання, то банк виплачує йому певну винагороду, так званий gift, за успішну фінансову операцію, стимулюючи тим самим клієнтів до активної співпраці з ним.

Портфельна конкурентна модель ринку акцій з біваріативною функцією корисності

Оскільки весь процес вибору потенційно найціннішого пакета акцій є майже повністю випадковим, то для його опису природним є використання теорії випадкових процесів. Тоді задача найкращого вибору пакета акцій із банківського портфеля за умов часових обмежень і конкуренції зводиться до визначення оптимального моменту зупинки процесу вибору акцій із бази даних кожним покупцем для заданих параметрів банківського середовища, дисципліни штрафування клієнтів і заданого двома незалежними функціями корисності відношення переваги на множині пакетів акцій банківського портфеля.

Вважатимемо, що наявні тільки два клієнти, конкуруючі під час процесу вибору найціннішого для кожного з них пакета акцій із запропонованого портфеля із скінченним обсягом $N \in Z_+$ елементів. Усі пакети акцій $A_i, i = \overline{1, N}$, пронумеруємо так, щоб

$$W_1(A_1) < W_1(A_2) < \dots < W_1(A_N),$$

$$W_2(A_{\sigma(1)}) < W_2(A_{\sigma(2)}) < \dots < W_2(A_{\sigma(N)}), \quad (1)$$

де $\{W_i(A_j) \in [0; 1], j = \overline{1, N}\}, i = 1, 2$, є відповідні набори величин корисності пакетів акцій, значення яких розподілені незалежно в межах заданого портфеля, тобто перестановка $\sigma \in S_N$ впорядкованого набору чисел $\{1, 2, \dots, N\}$ цілком випадкова. Ймовірнісний простір Ω складається із всьох пар перестановок $\{\omega_1, \dots, \omega_N\} \times \{\sigma(\omega_1), \dots, \sigma(\omega_N)\}$ набору чисел $\{1, 2, \dots, N\}$, причому вважається, що всі вони рівномірні. Таким чином, результат процесу вибору за n -м переглядом покупцями пакета акцій $A_n, n = \overline{1, N}$, будемо позначати

$$\begin{aligned} \Omega_n^{(s)} &:= (X_n^{(s)}(\omega), Y_n^{(s)}(\omega)) \in \\ &\in \{1, 2, \dots, N^{(x)} := N\} \times \\ &\times \{\sigma(1), \sigma(2), \dots, \sigma(N^{(y)} := N), s = \overline{1, 2}\}, \end{aligned}$$

а моменти зупинки марковського процесу вибору найбажанішого пакета акцій клієнтами, при яких будуть найбільші значення математичних сподівань відповідних функцій ціни вибору, позначимо $\tau_s(\omega) \in H := \{0, 1, 2, \dots, N\}, s = \overline{1, 2}$. Функцію ціни вибору для першого покупця вибираємо в такому вигляді:

$$\begin{aligned} V_{\tau_1}^{(1)}(\tau_2) &= \\ &= c_\alpha E\{1_{B_1} + 1_{B_2}\} - \alpha \sum_{k=1}^{\tau_1-1} \frac{k}{N^2} E\{1_{B_3} + 1_{B_4}\}, \quad (2) \end{aligned}$$

де $c_\alpha > 0$ – відповідний банківський gift-коефіцієнт; $\alpha > 0$ – fee-коефіцієнт штрафу за невикористану транзакцію купівлі пакета акцій; B_1, B_2, B_3, B_4 – складні події, які визначаються згідно із співвідношеннями

$$\begin{aligned} B_1 &= \{\Omega_{\tau_1}^{(1)} = (N^{(x)}, N^{(y)}), \\ \Omega_{\tau_2}^{(2)} &\neq (N^{(x)}, N^{(y)}) \vee \Omega_{\tau_1}^{(1)} = (\sigma^{-1}(N^{(x)}, N^{(y)}), \\ \Omega_{\tau_2}^{(2)} &\neq \sigma^{-1}(N^{(x)}, N^{(y)})\}; \\ B_2 &= \{[\Omega_{\tau_1}^{(1)} = (N^{(x)}, N^{(y)}), \\ \Omega_{\tau_2}^{(2)} &= (N^{(x)}, N^{(y)}), \\ \tau_1 < \tau_2] \vee [\Omega_{\tau_1}^{(1)} &= (\sigma^{-1}(N^{(x)}, N^{(y)}), \\ \Omega_{\tau_2}^{(2)} &= \sigma^{-1}(N^{(x)}, N^{(y)}), \tau_1 < \tau_2]\}; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned}
 B_3 &= \{\Omega_{\tau_1}^{(1)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}), \\
 \Omega_{\tau_2}^{(2)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}) \vee \Omega_k^{(1)} \neq (\sigma^{-1}(N^{(x)}, N^{(y)}), \\
 \Omega_{\tau_2}^{(2)} \neq \sigma^{-1}(N^{(x)}, N^{(y)}))\}; \\
 B_4 &= \{[\Omega_k^{(1)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}), \\
 \Omega_{\tau_2}^{(2)} \neq (N^{(x)}, N^{(y)}), k < \tau_2] \vee \\
 \vee [\Omega_k^{(1)} \neq (\sigma^{-1}(N^{(x)}, N^{(y)}), \\
 \Omega_{\tau_2}^{(2)} = \sigma^{-1}(N^{(x)}, N^{(y)})), k < \tau_2]\}.
 \end{aligned}$$

Підкреслимо, що у виразі (2) ми конкретизували дисципліну штрафування клієнтів за відмову придбання розглянутого пакета акцій: величина штрафу за k -е повернення пакета до портфеля дорівнює $k\alpha/N^2$. Функція ціни вибору другого клієнта отримується цілком аналогічно.

Очевидно, що оптимальні стратегії вибору потенційно найціннішого пакета акцій двома конкуруючими покупцями можна ототожнити з визначенням оптимальних моментів τ_1^* , τ_2^* зупинки цього процесу. З такою метою треба знайти розв'язки таких оптимізаційних задач:

$$\tau_1^* := \arg \sup_{\tau_1 \in H} V_{\tau_1}^{(1)}(\tau_2), \quad \tau_2^* := \arg \sup_{\tau_2 \in H} V_{\tau_2}^{(2)}(\tau_1), \quad (4)$$

де $V_{\tau_1}^{(1)}(\tau_2)$, $V_{\tau_2}^{(2)}(\tau_1)$ – функції ціни вибору першого і другого покупців виду (2).

Назвемо оптимізаційну задачу виду (4) з умовами (1)–(3) *портфельною конкуренційною моделлю ринку акцій із біваріативною функцією корисності*. Для розрахунку τ_s^* потрібно збудувати [2, 4, 6] базисні асоційовані марковські послідовності

$$\begin{aligned}
 x_{n+1}^{(s)} &:= \min\{t > x_n^{(s)} : (X_t^{(s)} > \\
 &> \max(X_{t-1}^{(s)}, \dots, X_1^{(s)})) \vee (Y_t^{(s)} > \\
 &> \max(Y_{t-1}^{(s)}, \dots, Y_1^{(s)}))\}, \quad (5)
 \end{aligned}$$

де $x_n^{(s)} \in H$, $n = \overline{1, N}$, $s = \overline{1, 2}$, – моменти вибору найціннішого пакета акцій відповідними покупцями. Марковські послідовності (5) характеризує [2, 5, 6] лема, результат якої отримується простими обчисленнями.

Лема 1. Для $s = 1, 2$ та $i, j \in H$ цілочисельні послідовності (5) є дискретними ланцюгами Маркова на фазовому просторі H з перехідними ймовірностями (6).

Отже, нами сконструйовані дві марковські послідовності (5), асоційовані з процесом вибору клієнтами найбільш цінного пакета акцій із

банківського портфеля, з допомогою яких можна обчислити (4) на основі критерію, що формується в теоремі 1 [5]:

$$p_{ij}^{(s)} = \begin{cases} \frac{[2j(j-1)-i]i^2}{j^2(j-1)^2(2i-1)}, & 1 \leq i < j, 0, i \geq j \geq 0, \\ 1, & i = 0, j = 1, \\ 0, & i = 0, j > 1, \\ 1 - \sum_{k=i+1}^N \frac{[2k(k-1)-i]i^2}{k^2(k-1)^2(2i-1)}, & j = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Теорема 1. Нехай матриця $P := \{p_{ij}^{(1)} : i, j \in H\}$ перехідних ймовірностей є такою, що $p_{ij}^{(1)} = 0$ для всіх $i \in H_+$, $j \in H_-$, де

$$H_+ := \{j \in H : (PV^{(1)}(\tau_2))_j > V_j^{(1)}(\tau_2)\}, \quad (7)$$

$$H_- := \{j \in H : (PV^{(1)}(\tau_2))_j \leq V_j^{(1)}(\tau_2)\}.$$

Тоді отримана марковська послідовність (5) для оптимального вибору націннішого пакета акцій першим покупцем має бути зупинена в момент $\tau_1(l) = l = x_{\tau_1(l)}^{(1)} \in H$, який можна знайти, розв'язавши нерівності (7).

Відповідна функція ціни вибору пакета акцій в (7) виражається формулою

$$V_n^{(1)}(\tau_2) = c_\alpha \sum_{\theta=1}^4 P\{D_\theta\} - \alpha \sum_{k=1}^{n-1} \frac{k}{N^2} \sum_{\theta=5}^8 P\{D_\theta\}, \quad (8)$$

де параметр $c_\alpha > 0$ вибирається з необхідної умови $V_n^{(1)}(\tau_2) > 0$ для всіх $n = \overline{1, N}$, а складні події D_1, \dots, D_8 визначаються співвідношеннями

$$\begin{aligned}
 D_1 &= \{X_n^{(1)} = N^{(x)}, \\
 X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)} \vee Y_n^{(1)} = N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}\}; \\
 D_2 &= \{X_n^{(1)} = N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, \\
 n < \tau_2 \vee Y_n^{(1)} = N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}\}; \\
 D_3 &= \{X_n^{(1)} = N^{(x)}, \\
 X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)} \vee Y_n^{(1)} = N^{(y)}, \\
 Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, n < \tau_2\}; \\
 D_4 &= \{X_n^{(1)} = N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, \\
 n < \tau_2 \vee Y_n^{(1)} = N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, n < \tau_2\}; \\
 D_5 &= \{X_k^{(1)} \neq N^{(x)}, \\
 X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)} \wedge Y_k^{(1)} \neq N^{(y)},
 \end{aligned} \quad (9)$$

$$Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}, n < \tau_2\};$$

$$D_6 = \{X_k^{(1)} \neq N^{(x)},$$

$$X_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(x)} \wedge Y_k^{(1)} \neq N^{(y)},$$

$$Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, k < \tau_2\};$$

$$D_7 = \{X_k^{(1)} \neq N^{(x)},$$

$$X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)}, k < \tau_2 \wedge Y_k^{(1)} \neq N^{(y)},$$

$$Y_{\tau_2}^{(2)} \neq N^{(y)}\};$$

$$D_8 = \{X_k^{(1)} \neq N^{(x)}, X_{\tau_2}^{(2)} = N^{(x)},$$

$$k < \tau_2 \wedge Y_k^{(1)} \neq N^{(y)}, Y_{\tau_2}^{(2)} = N^{(y)}, k < \tau_2\}.$$

Далі треба обчислити ймовірності $P\{D_6\}$ настання подій D_1, \dots, D_8 .

Структурний аналіз моделі

З використанням аналітичного виразу (8) функції ціни вибору найціннішого пакета акцій першим покупцем слід далі дослідити структуру множин H_+ і H_- щодо перехідних ймовірностей (6). З цією метою застосуємо *метод асоційованих марковських процесів*, обґрунтований у [4]. У зв'язку із стислим обсягом статті подамо лише отримані кінцеві результати такого аналізу.

Нагадаємо, що згідно з теоремою 1 момент зупинки $l \in H$ процесу вибору пакета акцій першим клієнтом має задовольняти нерівності (7). За допомогою методу асоційованих марковських процесів ці нерівності зводяться до таких:

$$\begin{aligned} c_\alpha \sum_{k=1}^N \frac{(l-1)^2 [2k(k-1)-1]}{(2l-3)k^2(k-1)^2} \left[\frac{4k}{N} \left(1 - \sum_{j=l}^k \frac{j}{N} h_j \right) - \frac{k^2}{N^2} \left(1 - \sum_{j=l}^k \frac{j}{N} h_j \right)^2 \right] - \\ - \frac{\alpha(N-1)^2}{N^2} \sum_{k=l}^N \frac{(l-1)^2 [2k(k-1)-1]}{(2l-3)k^2(k-1)^2} \sum_{s=1}^{k-1} \frac{s}{N^2} \left(1 - \sum_{j=l}^s \frac{j}{N} h_j \right)^2 > \\ > c_\alpha \left(\frac{4(l-1)}{N} - \frac{(l-1)^2}{N^2} \right) - \\ - \frac{\alpha(N-1)^2}{N^2} \sum_{k=1}^{l-1} \frac{k}{N^2} \left(1 - \sum_{j=l}^k \frac{j}{N} h_j \right)^2 \end{aligned} \quad (10)$$

i

$$c_\alpha \sum_{k=1}^N \frac{l^2 [2k(k-1)-1]}{(2l-1)k^2(k-1)^2} \times$$

$$\begin{aligned} \times \left[\frac{4k}{N} \left(1 - \sum_{j=l}^k \frac{j}{N} h_j \right) - \frac{k^2}{N^2} \left(1 - \sum_{j=l}^k \frac{j}{N} h_j \right)^2 \right] - \\ - \frac{\alpha(N-1)^2}{N^2} \sum_{k=l}^N \frac{l^2 [2k(k-1)-1]}{(2l-1)k^2(k-1)^2} \sum_{s=1}^{k-1} \frac{s}{N^2} \left(1 - \sum_{j=l}^s \frac{j}{N} h_j \right)^2 \leq \\ \leq c_\alpha \left(\frac{4l}{N} - \frac{l^2}{N^2} \right) - \frac{\alpha(N-1)^2}{N^2} \sum_{k=1}^{l-1} \frac{k}{N^2} \left(1 - \sum_{j=l}^k \frac{j}{N} h_j \right)^2. \end{aligned} \quad (11)$$

У співвідношеннях (10) і (11) для зручності використано величину $h_j, j = 0, \overline{N}$, де $h_j := P\{\tau_2(l) = j\}$, причому $P\{\tau_2(l) = j\} = 0$ для всіх $j = \overline{1, l-1}$ та $h_j = (j-1)p_{1j}^{(2)}$ при $j = \overline{l, N}$.

Тепер нехай величина $l \in H$ задовольняє нерівності (10) і (11). Тоді отримаємо таке алгебричне рівняння для визначення моменту l зупинки процесу вибору пакета акцій першим покупцем:

$$\begin{aligned} \frac{2c_\alpha l}{2l-1} \left[4 \frac{l}{N} \ln \frac{N}{l} - \frac{2l^2}{N^2} \ln^2 \frac{N}{l} - \frac{(N-l)l}{N^2} + \right. \\ \left. + \frac{2l^3}{N^3} \left(\frac{N}{l} \ln \frac{N}{l} - \frac{N}{l} + 1 \right) - \right. \\ \left. - \frac{l^4}{N^4} \left(\frac{N}{l} \left(\ln \frac{N}{l} - 1 \right)^2 - 1 \right) \right] - \\ - \alpha \left[\frac{3l^2(N-l)}{2N^3} + \frac{l(N-l)^2}{2N^3} - \frac{l^2}{N^2} \ln \frac{N}{l} + \right. \\ \left. + \frac{l^2(N-l)^2}{2N^4} + \frac{l^4}{2N^4} \right] \times \\ \times \left(\frac{N}{l} \ln^2 \frac{N}{l} - \frac{3N}{l} \ln \frac{N}{l} + \frac{7N}{2l} - 4 + \frac{l}{2N} \right) = \\ = c_\alpha \left(\frac{4l}{N} - \frac{l^2}{N^2} \right) - \frac{\alpha(N-1)^2(l-1)l}{2N^4}. \end{aligned} \quad (12)$$

Далі за допомогою звичайної перевірки встановлюється справедливості такого твердження.

Теорема 2. Для прогресивно-лінійної і узгодженої з обсягом портфеля акцій дисципліни штрафування покупця марковські послідовності (5) допускають розбиття фазового простору H в пряму суму підпросторів $H_+ = \{0, l-1\}$ і $H_- = \{l, N\}$ за необхідної умови $c_\alpha \geq \alpha/8 > 0$.

Оскільки отриманий алгебричний вираз (12) досить складний, коли величина $N \in Z_+$ є скінченною, то проведемо його асимптотичний аналіз

за умови існування границі $\lim_{N \rightarrow \infty} I(N)/N := z \in (0; 1)$, де $I(N) \in H$ є відповідним розв'язком даного рівняння.

Асимптотичний аналіз оптимальної стратегії портфельної конкурентної моделі ринку акцій із біваріативною функцією корисності

Застосувавши методи асимптотичного аналізу [7] до рівняння (12) при виконанні умови $\lim_{N \rightarrow \infty} I(N)/N := z \in (0; 1)$, із (12) отримаємо таке трансцендентне рівняння:

$$\begin{aligned} & \beta(4z \ln z + 2z^2 \ln^2 z + 2z^2 \ln z + z^3 \ln^2 z + \\ & + 2z^3 \ln z + 5z - z^3 - z^4) + \\ & + (2z + 2z^2 \ln z + 2z^2(1-z)^2 + 2z^3 \ln^2 z + \\ & + 3z^3 \ln z + 10z^3 - z^4 + z^5) = 0, \end{aligned} \quad (13)$$

де $4c_\alpha/\alpha := \beta \geq 1/2$. Трансцендентне рівняння (13) допускає тільки один розв'язок на відрізку $(0; 1)$, який можна знайти числовими методами.

Наближені значення розв'язків рівняння (13) на зазначеному інтервалі для ряду значень інтегрального параметра $\beta \in [0,5; 1,5]$ показано в таблиці. Як наслідок, сформулюємо таку опти-

Таблиця. Дійсні розв'язки z^* рівняння (13) при різних коефіцієнтах β

z^*	β
0,155	0,5
0,171	0,6
0,186	0,7
0,199	0,8
0,21	0,9
0,22	1,0
0,228	1,1
0,236	1,2
0,243	1,3
0,249	1,4
0,254	1,5

Джерело: власні розрахунки.

мальну стратегію поведінки покупця на ринку акцій при умові їх біваріативної корисності: *при досить значному обсягу $N \in Z_+$ пакетів акцій у портфелі банку оптимальною стратегією поведінки першого покупця при виборі найціннішого пакета акцій буде перегляд на відносну порівняльну цінність $l = z^* \times N \in Z_+$ акцій, а потім вибір першого в ряді пакета акцій, біваріативна корисність якого перевищує всі попередньо переглянуті.* Очевидно, що згідно з симетрією нашої моделі таку саму оптимальну стратегію можна рекомендувати й для другого клієнта.

Висновки

Розглянута конкурентна модель ринку акцій у середовищі банківського портфеля в умовах цейтнот-біржового процесу з біваріативною функцією ціни вибору клієнтами-покупцями потенційно найціннішого пакета акцій адекватно описується спеціальним дискретним марковським процесом на фазовому просторі $H = \{0, 1, 2, \dots, N\}$. Як було показано, оптимальна стратегія покупця при виборі ним найціннішого пакета акцій визначається при досить великій кількості пакетів у портфелі універсальним трансцендентним рівнянням (13), що залежить від β , яка характеризує співвідношення банківських параметрів заохочення і штрафу. Умовою найменшого ризику втрат банку-продавця акцій, очевидно, є $\beta = 1/2$, що зумовлює інваріантність рівняння (13) стосовно параметрів c_α і α . У цьому випадку покупцю досить переглянути $\sim 15,54\%$ пакетів акцій у портфелі для оптимального вибору.

Виявлено тенденцію зменшення рекомендованої для перегляду частки банківського портфеля при збільшенні кількості критеріїв відбору пакетів акцій покупцями-конкурентами. У випадку однієї функції корисності аналогічне до (13) рівняння визначає оптимальною часткою портфеля $\sim 23,75\%$ акцій [4], а з біваріативною функцією корисності, згідно з (13), треба переглядати вже лише $\sim 15,54\%$ пакетів. Ця тенденція справджується для дослідженої нами дисципліни штрафування покупців.

При використанні кількох критеріїв відбору важливу роль відіграє процедура встановлення переваг над парами пакетів акцій. Як можна зрозуміти з (5), при побудові асоційованих з процесом вибору потенційно найціннішого пакета акцій марковських послідовностей обидва покупці-конкуренти застосовують найпростішу схему попарного порівняння, коли обидва критерії є рівнозначними. Щоб розглянути інші ва-

ріанти процедур прийняття рішення щодо вибору порівнянь пакетів акцій на підставі кількох критеріїв, потрібні подальші дослідження та

розвиток методу асоційованих марковських процесів [4].

Б.Ю. Кишакевич, А.К. Прикарпатский,
И.П. Твердохлиб

ПОРТФЕЛЬНАЯ КОНКУРЕНТНАЯ МОДЕЛЬ РЫНКА АКЦИЙ С БИВАРИАТИВНОЙ ФУНКЦИЕЙ ПОЛЕЗНОСТИ

Предложена новая конкурентная модель рынка акций в среде банковского портфеля с бивариативной функцией полезности в условиях цейтнот-биржевого поведения клиентов-покупателей. Развита метод ассоциированных марковских процессов для нахождения оптимальной стратегии выбора наиболее ценного пакета акций. Получено алгебраическое уравнение, определяющее оптимальную стратегию выбора наиболее ценного для покупателя пакета акций на основе сравнения их полезности с использованием двух критериев при существовании конкуренции со стороны других клиентов. В частности, при известных условиях на так называемый банковский промоционный параметр относительно параметра "штрафа" за пропущенную транзакцию покупки акций при асимптотически значительном объеме портфеля банка выведено универсальное трансцендентное уравнение для нахождения оптимальной стратегии выбора наиболее привлекательного пакета акций потенциальным покупателем.

B.Yu. Kyshakevych, A.K. Prykarpatsky,
I.P. Tverdokhlib

PORTFOLIO COMPETING STOCK MARKET MODEL WITH THE BI-VARIATIVE UTILITY FUNCTION

This paper studies a competing stock market model with a bi-variate value function under the processing time restriction condition within a bank portfolio. A new version of the associated Markov process method for finding the optimal choice strategy of the most valued stock packet is devised. Under some conditions on the so called "gift" and "fee" bank parameters concerning stock packets both algebraic and universal asymptotic transcendental equations determining the most optimal client strategy within a competing stock market, taking into account the bi-variate stock value function, are obtained.

1. *Клодт Х. та ін.* Нова економіка: форми вияву, причини і наслідки. — К.: Таксон, 2006. — 306 с.
2. *Березовский Б.А., Гнедин А.В.* Задача наилучшего выбора. — М.: Наука, 1984. — 198 с.
3. *Davis M.H.A., Panas V.G., Zariphopoulou T.* European option pricing with transaction costs // SIAM J. Control Optimiz. — 1993. — 31. — P. 470–493.
4. *Кишакевич Б.Ю., Прикарпатський А.К., Твердохліб І.П.* Аналіз оптимальних стратегій портфельної конкурентної моделі ринку акцій // Доп. НАН України. — 2009. — № 1 (у друці).
5. *Пресман Э.Л., Сонин И.М.* Игровые задачи оптимальной остановки. Существование и единственность точек равновесия. Вероятностные проблемы управления в экономике. — М.: Наука, 1977. — С. 115–144.
6. *Мазалов В.В., Винниченко С.В.* Моменты остановки и управляемые случайные блуждания. — Новосибирск: Наука, 1992. — 112 с.
7. *Федорюк М.В.* Асимптотические методы. — М.: Наука, 1985. — 270 с.

Рекомендована Радою теплоенергетичного факультету НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
13 березня 2008 року

УДК 330.46+519.866

І.Ю. Дзюбан, В.О. Капустян

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕКЛАМНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ СТРАХОВОЇ КОМПАНІЇ З ПОЗИЦІЇ ГАРАНТОВАНОГО ВИГРАШУ

Вступ

У системі ринкових відносин реклама не існує сама по собі, а є невід'ємним елементом цих відносин, потужним важелем, завдяки якому пропагується той чи інший товар (послуги). Страхова реклама – один з основних способів просування страхової послуги від страховика до страхувальника. Це також метод впливу на клієнтуру, спрямований на завоювання ринку. Залучення страхувальників за допомогою різних видів реклами є важливим інструментом конкурентної боротьби на ринку страхування.

Сучасна практика рекламування не має широкого досвіду використання економіко-математичних методів та моделей, на основі яких керівництво мало б можливість розробити адаптивні до збурень зовнішнього середовища управлінські рішення.

У працях [1–3], що присвячені математичним моделям впливу реклами на продаж і планування рекламних кампаній, використовується програмне керування, яке не враховує змін зовнішнього середовища.

Постановка задачі

Мета даної статті – дослідити модель діяльності страхової компанії, яка враховує динаміку витрат на рекламу страхових послуг залежно від наявного капіталу в даний момент часу.

Опис моделі

Розглянемо класичну модель функціонування страхової компанії, яка характеризується накопиченим капіталом $S(t)$ [3]. У початковий момент часового проміжку $[0, T]$ стартовий капітал компанії становить S_0 . Вважається, що за відсутності страхових випадків капітал компанії зростає з постійною інтенсивністю c , тобто $S'(t) = c$. Для спрощення вважатимемо, що договори страхування укладаються на одних умовах та на однакові ризики, тобто вимоги на виплату страхового відшкодування окремих клієнтів незалежні і однорідні. Страхові випадки утворюють пуассонівський потік по-

дій з інтенсивністю λ_0 , а величина страхових виплат x має експоненціальний розподіл

$$p(x) = \frac{1}{b} \exp\left(-\frac{x}{b}\right),$$

де b – середній розмір страхової виплати. Тоді за час Δt на виплату страхового відшкодування в середньому витрачається капітал $\lambda_0 b \Delta t$. Вважається, що величини c , λ_0 , b пов'язані співвідношенням

$$c = (1 + \theta)\lambda_0 b,$$

де $\theta > 0$ – страхове навантаження. Дана умова гарантує, що капітал компанії $S(t)$ в середньому зростає з часом.

Нехай на проміжку часу $[t, t + \Delta t]$ на рекламу страхових послуг витрачається частина капіталу $u(t)S(t)\Delta t$, $0 \leq u(t) \leq u_0$, де $u_0 \leq 1$ і наперед задане число. У результаті рекламних дій компанія збільшує свій капітал укладанням більшої кількості договорів. Можна вважати, що швидкість надходження грошових коштів зростає пропорційно до витраченого капіталу, тобто змінюється з c до $c + (c_1 - 1)u(t)S(t)$. Однак із збільшенням кількості клієнтів компанії зростає і кількість страхових випадків. Тому інтенсивність потоку страхових виплат має збільшитися з λ_0 до $\lambda_0 + \lambda_1 u(t)S(t)$.

Відповідно до зроблених гіпотез зміну середнього капіталу страхової компанії можна описати рівнянням

$$\dot{S}(t) = c - b\lambda_0 + (c_1 - \lambda_1 b - 1)u(t)S(t). \quad (1)$$

За відсутності витрат на рекламу ($u(t) = 0$) середній капітал компанії з часом лінійно зростає:

$$S(t) = S_0 + (c - b\lambda_0)t.$$

Для спрощення моделі проведемо заміну змінних: позначимо $A = c - b\lambda_0$ – результат операційної діяльності без витрат на рекламу, а $B = c_1 - \lambda_1 b - 1$ – додатковий дохід від рекламування страхової послуги, що припадає на одиницю витрачених на рекламу коштів. Очевидно, що у випадку $B < 0$ рекламні витрати недоцільні. Після описаних вище перетворень рівняння (1) запишемо у вигляді

$$\dot{S}(t) = A + Bu(t)S(t). \quad (2)$$

Розглянемо оптимізаційну задачу, яка полягає у виборі страховою компанією такої рекламної стратегії $u(t)$, що максимізує капітал компанії $S(t)$ в деякий момент часу T .

Алгоритм розв'язання задачі

У працях [4, 5] розв'язані задачі оптимізації діяльності страхової компанії з погляду на програмне керування. Але, з практичної точки зору, рекламна стратегія фірми повинна будуватися залежно від наявного капіталу, оскільки зміна вихідних даних задачі зумовлює постійну корекцію програми, вимагає нових обчислень. Тому керування за оберненим зв'язком має переваги перед програмним керуванням.

Знаючи межі зміни початкових даних, страхова компанія повинна бути готовою до найгіршої їх реалізації і прагнути отримати в той чи інший спосіб керування витратами на рекламу гарантований результат.

Оскільки досліджувана модель (2) нелінійна (білінійна) і немає можливості застосувати стандартні підходи, тому керування витратами на рекламу сформуємо так [6]:

$$u[S(t)] = f(\sigma) = \begin{cases} u_0, & \text{якщо } \sigma[t] \geq u_0, \\ \sigma[t], & \text{якщо } 0 < \sigma[t] < u_0, \end{cases}$$

де $\sigma[t] = \alpha S(t)$, $\alpha > 0$.

Розглянемо можливі стратегії на проміжку $[0, T]$.

Стратегія 1. Протягом всього досліджуваного періоду рекламні витрати знаходяться на рівні $\sigma[t] \geq u_0$. Динаміку капіталу на $[0, T]$ описує рівняння

$$\dot{S}(t) = A + Bu_0 S(t),$$

розв'язком якого є монотонно зростаюча функція

$$S(t) = \left(S_0 + \frac{A}{Bu_0} \right) e^{Bu_0 t} - \frac{A}{Bu_0},$$

яка на кінці проміжку набуває значення

$$S(T) = \left(S_0 + \frac{A}{Bu_0} \right) e^{Bu_0 T} - \frac{A}{Bu_0}.$$

Стратегія 2. Нехай $u(t) = \alpha S(t)$, $\sigma[t] < u_0$, тобто протягом досліджуваного періоду витрати на рекламу становлять $\alpha S^2(t)$. Ситуацію описує рівняння

$$\dot{S}(t) = A + B\alpha S^2(t), \quad \alpha S(t) < u_0.$$

Значення капіталу в момент часу t визначає функція

$$S(t) = \sqrt{\frac{A}{B\alpha}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{AB\alpha} T + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} S_0 \right).$$

За даної ситуації капітал компанії в кінці проміжку досягає значення

$$S(T) = \sqrt{\frac{A}{B\alpha}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{AB\alpha} T + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} S_0 \right).$$

Стратегія 3. На проміжку $[0, T]$ існує точка зміни рекламної стратегії t_1 :

$$u(t) = \begin{cases} \alpha S(t), & t \in [0, t_1], \\ u_0, & t \in [t_1, T]. \end{cases}$$

Ситуацію описують рівняння

$$\begin{cases} \dot{S}_1(t) = A + B\alpha S_1^2(t), & S_1(0) = S_0, \\ (\alpha S_1(t) < u_0), & t \in [0, t_1], \\ \dot{S}_2(t) = A + Bu_0 S_2(t), & S_2(t_1) = S_1(t_1), \\ (\alpha S_2(t) \geq u_0), & t \in [t_1, T]. \end{cases}$$

Момент зміни рекламної стратегії визначається з рівності $S_1(t) = S_2(t)$ у точці t_1 :

$$t_1 = \frac{1}{\sqrt{AB\alpha}} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} u_0 - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} S_0 \right).$$

Достатні умови існування точки переключення визначаються нерівністю

$$0 \leq \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} u_0 - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} S_0 \leq \sqrt{AB\alpha} T.$$

Капітал у момент часу t описується функціями

$$\begin{cases} S_1(t) = \sqrt{\frac{A}{B\alpha}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{AB\alpha} t + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} S_0 \right), & t \in [0, t_1], \\ S_2(t) = -\frac{A}{Bu_0} + \frac{A}{Bu_0} \left[1 + \frac{B}{A\alpha} u_0^2 \right] e^{Bu_0 t - K}, & t \in [t_1, T], \end{cases}$$

де $K = u_0 \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} u_0 - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} S_0 \right)$, і в момент часу $t = T$ досягає значення

$$S_2(T) = -\frac{A}{Bu_0} + \frac{A}{Bu_0} \left[1 + \frac{B}{A\alpha} u_0^2 \right] \times e^{Bu_0 T - u_0 \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} u_0 - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} S_0 \right)}.$$

Залежно від початкових даних оптимальне керування витратами на рекламу формується відповідно до однієї з трьох моделей поведінки.

Керівництво страхової компанії вибирає максимінну стратегію:

$$\max_{\alpha} \min_G J(S(T)), \quad (3)$$

яка забезпечує отримання гарантованого виграшу за будь-яких вихідних даних із множини $G: \{ \underline{S} \leq S_0 \leq \bar{S} \}$.

У кожній із трьох ситуацій капітал $S(t)$ – монотонно зростаюча функція, що досягає мінімального значення на нижній границі інтервалу області $G: \{\underline{S} \leq S_0 \leq \bar{S}\}$:

для стратегії 1

$$\tilde{S}(\alpha) = \min_G J(S(T)) = \underline{S} e^{Bu_0 t} + \frac{A}{Bu_0} (e^{Bu_0 T} - 1);$$

для стратегії 2

$$\begin{aligned} \tilde{S}(\alpha) &= \min_G J(S(T)) = \\ &= \sqrt{\frac{A}{B\alpha}} \operatorname{tg} \left(\sqrt{AB\alpha} T + \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} \underline{S} \right) \end{aligned}$$

за умови виконання нерівності

$$0 \leq \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} u_0 - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} \underline{S} \leq \sqrt{AB\alpha} T;$$

для стратегії 3

$$\begin{aligned} \tilde{S}(\alpha) &= \min_G J(S(T)) = -\frac{A}{Bu_0} + \frac{A}{Bu_0} \left[1 + \frac{B}{A\alpha} u_0^2 \right] \times \\ &\times e^{Bu_0 T - u_0 \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} u_0 - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} \underline{S} \right)}, \end{aligned}$$

якщо для \underline{S} виконується умова

$$\begin{aligned} \alpha \left(-\frac{A}{Bu_0} + \frac{A}{Bu_0} \left[1 + \frac{B}{A\alpha} u_0^2 \right] \right) \times \\ \times e^{Bu_0 T - u_0 \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} \left(\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B}{A\alpha}} u_0 - \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{B\alpha}{A}} \underline{S} \right)} < u_0. \end{aligned}$$

Реалізація максимінної стратегії забезпечує гарантований виграш за найгіршої реалізації вихідних даних. Гарантований виграш знаходиться як максимум функції капіталу $\tilde{S}(\alpha)$ по керуючій змінній α :

$$S_{\text{garant}} = \max_{\alpha} \tilde{S}(\alpha). \quad (4)$$

Для випадку $u(t) = u_0$ максимінний критерій (3) зводиться до мінімізації функції капіталу

$$S_{\text{garant}} = \min_G J(S(T)).$$

Складність моделі не дозволяє знайти розв'язок в аналітичному вигляді для випадку стратегій 2 і 3. Результати чисельного експерименту наведені нижче.

Вихідні дані для чисельної реалізації алгоритму: $G: \{60 \cdot 10^4 \leq S_0 \leq 250 \cdot 10^4\}$; $t \in [t_0, T] = [0, 140]$; $u_0 = 0,002$; $A = 0,5$; $B = 0,15$.

Результати чисельної реалізації алгоритму для стратегії 1: $S_{\text{garant}}^1 = 250,19 \cdot 10^4$; для стратегії 2: $S_{\text{garant}}^2 = 104,15 \cdot 10^4$, що досягається при $\alpha_1^{\max} = 0,000017$; для стратегії 3: $S_{\text{garant}}^3 = 200,95 \cdot 10^4$ при $\alpha_2^{\max} = 0,00001$.

Очевидно, що за інших початкових даних з області G для кожної стратегії одержимо результат, не гірший за “гарантію” (рис. 1–3). Також незалежно від моделі поведінки страхової компанії на ринку виграш від рекламування страхових послуг буде не меншим за гарантований виграш згідно зі стратегією 2 (S_{garant}^2).

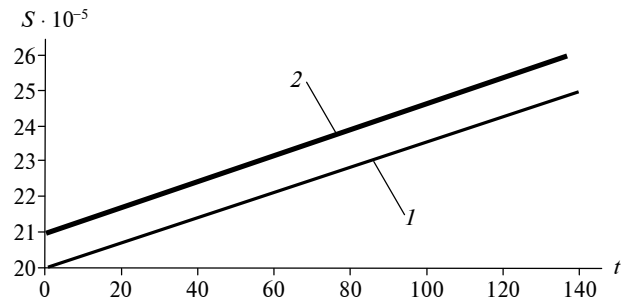


Рис. 1. Порівняння гарантованого виграшу (I) і виграшу для $S_d = 210 \cdot 10^4$ (стратегія 1) (2)

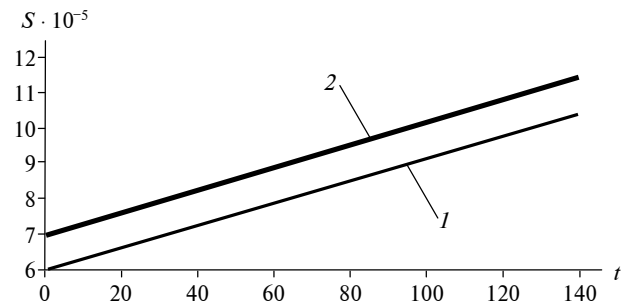


Рис. 3. Порівняння гарантованого виграшу (I) і виграшу для $S_d = 70 \cdot 10^4$ (стратегія 2) (2)

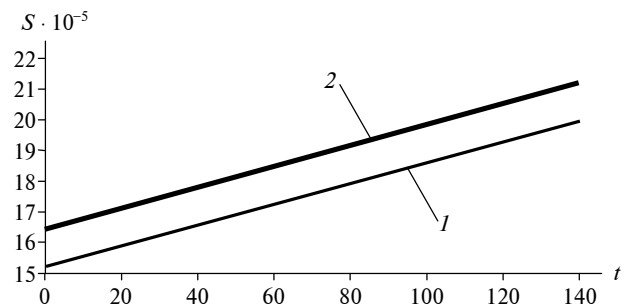


Рис. 3. Порівняння гарантованого виграшу (I) і виграшу для $S_d = 165 \cdot 10^4$ (стратегія 3) (2)

Як же на практиці скористатися описаним алгоритмом? Якщо для вихідних даних страхової компанії S_d із заданої області G виконується умова існування на проміжку $[0, T]$ моменту зміни рекламної стратегії t_1

$$\arctg \sqrt{\frac{B}{A\alpha_2^{\max}}} u_0 - \arctg \sqrt{\frac{B\alpha_2^{\max}}{A}} S_d \leq \sqrt{AB\alpha_2^{\max}} T, \quad (5)$$

то керівництво страхової компанії для реалізації рекламної політики вибирає стратегію 3, яка гарантує в кінці рекламної кампанії виграш не менше $S_{\text{garant}}^3 = 200,95 \cdot 10^4$ (див. рис. 3).

За даної стратегії витрати на рекламу формуються за законом $u[t] = \alpha_2^{\max} S(t)$.

Якщо умова (5) не виконується, то проводиться перевірка на відповідність нерівності

$$\alpha_1^{\max} \left(-\frac{A}{Bu_0} + \frac{A}{Bu_0} \left[1 + \frac{B}{A\alpha_1^{\max}} u_0^2 \right] \times \right. \\ \left. \times e^{Bu_0 T - u_0 \sqrt{\frac{B}{A\alpha_1^{\max}}}} \left(\arctg \sqrt{\frac{B}{A\alpha_1^{\max}}} u_0 - \arctg \sqrt{\frac{B\alpha_1^{\max}}{A}} S_d \right) \right) < u_0. \quad (6)$$

Якщо виконується (6), то рекламна кампанія проводиться згідно із стратегією 2, що забезпечує свою гарантію ($S_{\text{garant}}^2 = 104,15 \cdot 10^4$, див.

рис. 2). У такому випадку оптимальне керування витратами на рекламу будується за законом $u[t] = \alpha_1^{\max} S(t)$.

У випадку невиконання жодної з умов (5), (6) реалізується стратегія 1, де рекламні витрати на всьому проміжку постійні ($u[t] = u_0$). Виграш за такої стратегії буде не меншим за $S_{\text{garant}}^1 = 250,19 \cdot 10^4$ (див. рис. 1).

Висновки

Розглянутий алгоритм дає можливість на конкретному наборі початкових даних страхової фірми розрахувати "гарантію", яка забезпечує виграш у кінці рекламної кампанії не менший за гарантований, навіть за найгірших початкових даних з допустимої області. Складність моделі не дає змогу вивести аналітичні залежності, тому для кожного набору даних потрібна своя чисельна реалізація.

Розглянута модель не враховує конкуренції на ринку страхових послуг, але ідею гарантованого виграшу в подальших дослідженнях можна використати для моделювання рекламних стратегій в умовах конкурентного середовища.

И.Ю. Дзюбан, В.Е. Капустян

ОПТИМИЗАЦИЯ РЕКЛАМНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТРАХОВОЙ КОМПАНИИ С ПОЗИЦИИ ГАРАНТИРОВАННОГО ВЫИГРАША

Исследована модель деятельности страховой компании, которая учитывает затраты на рекламу страховых услуг. Приведенный алгоритм позволяет рассчитать на конкретном наборе начальных данных страховой фирмы гарантированный выигрыш в конце рекламной кампании.

I.Yu. Dzyuban, V.O. Kapustyan

ADVERTISING ACTIVITY OPTIMIZATION OF THE INSURANCE COMPANY FROM A POSITION OF THE GUARANTEED GAIN

This paper proposes the model of the insurance company activity, which calculates the publicity expenses insurance services. We illustrate that the obtained algorithm allows to calculate the final guaranteed gain of the company on a given set of the insurance firm initial data.

1. Ахмедова Д.Д., Терпугов А.Ф. Математическая модель функционирования страховой компании с учетом расходов на рекламу // Изв. вузов. Физика. – 2001. – № 1. – С. 25–28.

2. Ахмедова Д.Д., Змеев О.А., Терпугов А.Ф. Оптимизация деятельности страховой компании с учетом расходов на рекламу // Вестник ТГУ. – 2002. – № 275. – С. 181–184.

3. *Кац В.М., Лившиц К.И.* Влияние расходов на рекламу на характеристики страховой компании // Изв. вузов. Физика. – 2001. – № 1. – С. 29–33.
4. *Дзюбан І.Ю., Капустян В.О.* Ефективні стратегії керування капіталом страхової компанії // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2007. – № 1. – С. 12–16.
5. *Дзюбан І.Ю., Капустян В.О., Кияшко Т.А.* Оптимізація діяльності страхової компанії з урахуванням витрат на рекламу та часу на проведення рекламної кампанії // Моделі управління в ринковій економіці: Сб. науч. труд. – Донецьк, 2006. – Т. 1. – С. 112–119.
6. *Емельянов С.В., Коровин С.К.* Новые типы обратной связи. – М.: Наука. Физматлит, 1997.– 352 с.

Рекомендована Радою факультету менеджменту та маркетингу НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
5 березня 2008 року

ЕЛЕКТРОНІКА, РАДІОТЕХНІКА ТА ЗАСОБИ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙ

УДК 621.317.365

Вал.С. Вунтесмері, А.І. Витяганець

НИЗЬКОЧАСТОТНЕ РОЗШИРЕННЯ ДІАПАЗОНУ РОБОТИ МАГНІТОРЕЗИСТИВНОГО ВИМІРЮВАЛЬНОГО ПЕРЕТВОРЮВАЧА АКТИВНОЇ ПОТУЖНОСТІ СЕРЕДНІХ ЧАСТОТ

Вступ

Однією з важливих енергетичних характеристик, яка вимірюється в електричних колах, є активна потужність. За принципом роботи датчика засоби вимірювання активної потужності на низьких і середніх частотах можна класифікувати в такий спосіб: помножувачі миттєвих значень напруг і струмів з наступним усередненням, електродинамічні і феродинамічні ватметри, ватметри з перетворювачами Холла та магніторезистивні вимірювальні перетворювачі [1].

Найперспективнішими засобами вимірювання активної потужності є магніторезистивні перетворювачі, в яких перетворення енергії електромагнітного поля відбувається на основі використання гальваноманітних явищ (аномального ефекту Холла і магнітоопору) у тонких магнітних плівках. Основними перевагами таких перетворювачів порівняно з напівпровідниковими і феритовими є невелика похибка вимірювання, менше значення термоелектрорушійної сили і менший вплив випрямляючих контактів.

Вихідний сигнал магніторезистивного перетворювача пропорційний добутку електричної і магнітної складових поля із врахуванням зсуву фаз між ними. Це дає змогу використовувати такі перетворювачі для вимірювання активної потужності незалежно від фазових співвідношень у лінії передачі з неузгодженим навантаженням [2].

При роботі перетворювача в реальному середовищі, крім магнітного поля, створюваного провідником із струмом, існують зовнішні магнітні поля споживачів струму. Тому захист перетворювача від впливу зовнішніх магнітних полів є актуальним. Крім того, на низьких частотах виникає потреба у великих номіналах блокувальних і роздільних ємностей, які підвищують масогабаритні характеристики перетворювача.

Постановка задачі

Метою даної статті є пошук можливостей зняття обмежень на частоту вимірювального сигналу в область низьких частот за рахунок інвертування сигналу з високою частотою, що зробить перетворювач компактнішим внаслідок зменшення ємностей.

Принцип роботи магніторезистивного перетворювача

Основою перетворювача є плівка магніторезистивного 80Ni20Fe-сплаву. Запропонована структура перетворювача має вигляд, показаний на рис. 1, і складається з двох ортогональних гілок, елементи яких з'єднані послідовно.

У перетворювача є два незалежні входи: електричний, який пов'язаний із напругою, прикладеною до перетворювача, і магнітний, пов'язаний з магнітним полем лінії передачі або із струмом, що протікає в схемі. Сигнал параметричного множення U_0 знімається з магніторезистора. При створенні ватметра плівку підключають до електричної мережі і розміщують у магнітному полі провідника із струмом [2].

Для магніторезистивного перетворювача електрорушійна сила, крім корисного сигналу e_0 , визначається і паразитними електрорушійними силами квадратичних складових магнітного поля e_{h^2} і напруги e_{V^2} та термоелектрорушійною силою самого перетворювача $e_{\text{термоЕРС}}$:

$$e = e_0 + e_{h^2} + e_{V^2} + e_{\text{термоЕРС}} \quad (1)$$

Для низької частоти і геометричного відношення між векторами, як показано на рис. 1, сигнал U_0 пов'язаний з комплексними амплітудами вхідних змінних сигналів V , h і з активною потужністю в лінії передачі за формулою

$$U_0 = \frac{\Delta\rho}{\rho} \frac{1}{H_0} \operatorname{Re}(V h^*) = \operatorname{Re}(k_V k_I^* U I^*) = k_p U I \cos(\varphi_U - \varphi_I), \text{ якщо } k_V, k_I^* \in \operatorname{Re}, \quad (2)$$

де $\Delta\rho/\rho$ – анізотропія магнітоопору матеріалу магніторезистора; H_0 – інтенсивність магнітного поля зміщення; k_V – комплексний коефіцієнт пропорційності між напругою в лінії передачі U і вхідною напругою на перетворювачі V ; k_I – комплексний коефіцієнт пропорційності між струмом у лінії передачі I і магнітним полем h ; k_p – коефіцієнт перетворення магніторезистивного перетворювача.

Подільник напруги R_8, R_9, C_1-C_3 створює необхідне амплітудно-фазове співвідношення між струмом у магніторезистивному перетворювачі і інвертованою напругою схеми змінного струму. Вихід перетворювача з'єднаний із нановольтметром через низькочастотний фільтр R_{10}, R_{11}, C_6, C_7 . На виході перетворювача знімаємо постійну напругу, пропорційну активній потужності в лінії передачі.

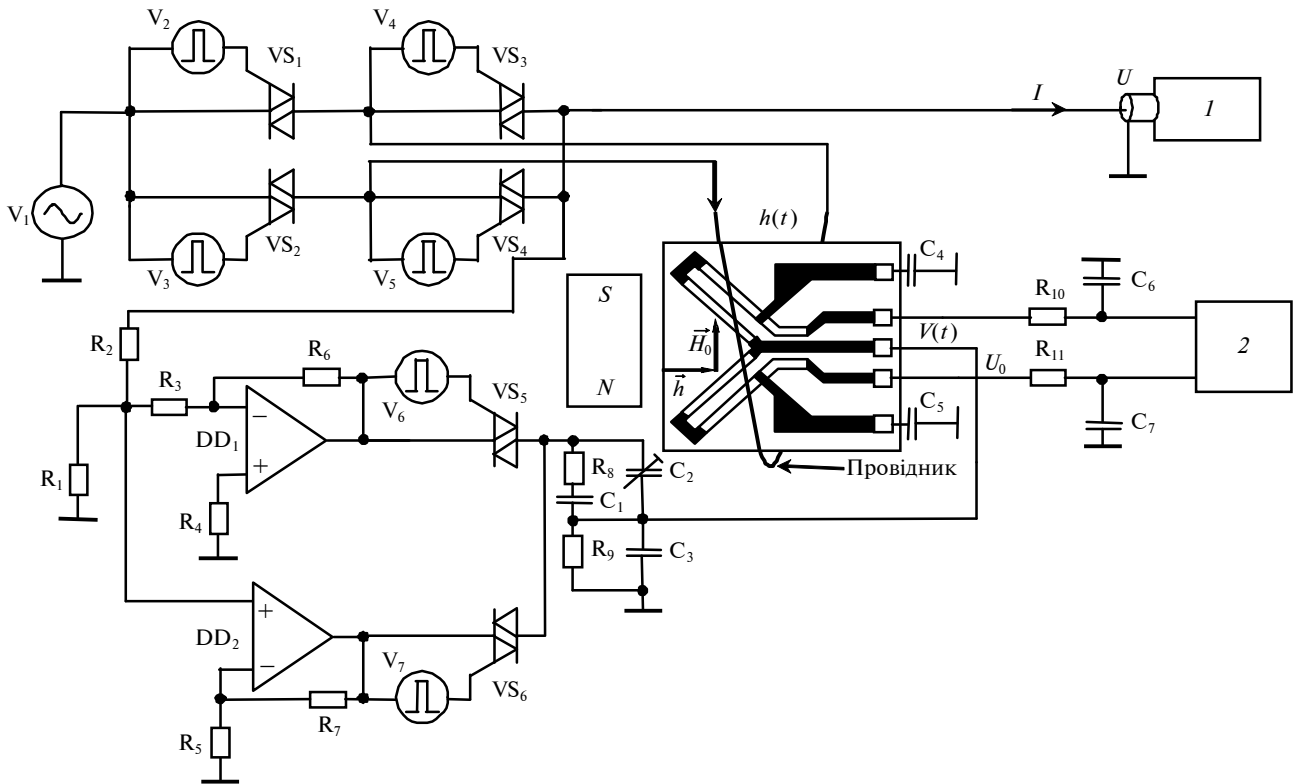


Рис. 1. Схема вимірювання магніторезистивного перетворювача: 1 – калориметрична голівка вимірювача потужності; 2 – нановольметр

Інвертування сигналів на електричному вході перетворювача

Для зменшення ємностей при роботі на низьких частотах (зокрема, на постійному струмі), потрібно розширити спектр вхідного сигналу за напругою, подавши його через ключ, що інвертує напругу і працює на частотах, на кілька порядків вищих від частоти вимірюваного сигналу.

Комутатор напруги (див. рис. 1) складається з операційних підсилювачів, виконаних на елементах R_3 – R_7 , DD_1 , DD_2 , та двох паралельно ввімкнених симисторів VS_5 і VS_6 , які керуються джерелами імпульсів змінної полярності V_6 і V_7 , що працюють синхронно з джерелами комутатора струму V_2 , V_5 (рис. 2, а).

Основними перевагами перемикачів на симисторах є їх велика швидкодія, здатність блокувати і пропускати струми будь-якої полярності, здатність до самозахисту від нестационарних перенапруг, коли симистор перемикається в стан провідності.

Симистор перемикається із замкнутого стану в провідний керуючим сигналом, який подається в коло керуючого електрода відносно анода. Для вимкнення симистора необхідно знизити анодний струм до величини, меншої струму утримання. Це досягається зміною полярності анодної напруги.

При напрузі в лінії інвертований сигнал на електричному вході перетворювача (рис. 2, б) становить

$$V(t) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} k_V(n\omega_0 \pm \Omega) U \sin(\Omega t + \varphi_U) \times \text{sign}(\sin(\omega_0 t + \varphi)), \quad (3)$$

де U – амплітуда напруги в лінії передачі; ω_0 , φ – частота і фаза інвертуючого високочастотного коливання; Ω , φ_U – частота і фаза низькочастотного коливання; $k_V(n\omega_0 \pm \Omega)$ – комплексний коефіцієнт передачі напруги для бокових частот.

Інвертування сигналів на магнітному вході перетворювача

Комутація напруги і струму, який протікає в навантаженні, незалежно від полярності дає змогу захистити схему від впливу зовнішнього магнітного поля. За рахунок інвертування сигналів магнітний вплив буде повністю знівелюваний, оскільки перетворювач працюватиме як детектор високочастотного сигналу, а не як низькочастотного. Цю проблему можна вирішити за допомогою схеми з мостовим увімкненням симисторів VS_2 – VS_5 (див. рис. 1).

Перемикання симисторів відбувається за допомогою джерел імпульсів змінної полярності V_2 – V_5 в моменти переходу імпульсу через нульове значення. Час вимкнення симистора залежить від імпульсу безпосередньо перед початком вимкнення, характеру навантаження його анодного кола, а також крутизни переходу імпульсу через нульове значення.

Головною особливістю запропонованої мостової схеми на симисторах (див. рис. 1) є те, що струм у навантаженні практично не змінюється, симисторний ключ увесь час увімкнений, і струм змінює свою фазу (інвертується) лише в провіднику (рис. 2, *в*).

Генератори V_3 і V_4 формують періодичну послідовність імпульсів, повернутих на 180° відносно імпульсів, які формуються генераторами V_2 і V_5 . Моделювання комутаторів струму і напруги виконувалось у програмі Micro-CAP, де як симистори використовувались триаки 2N5567 (Motorola).

Інвертований струм на магнітному вході перетворювача має вигляд

$$h(t) = \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} k_I(n\omega_0 \pm \Omega) \times I \sin(\Omega t + \varphi_I) \text{sign}(\sin(\omega_0 t + \varphi)), \quad (4)$$

де I – амплітуда струму в лінії передачі; ω_0 , φ – частота і фаза інвертуючого високочастотного коливання; Ω , φ_I – частота і фаза низькочастотного коливання; $k_I(n\omega_0 \pm \Omega)$ – комплексний коефіцієнт передачі по магнітному полю для бокових частот.

Вихідний сигнал магніторезистивного перетворювача

Вхідні сигнали, які подаються на магніторезистивний перетворювач, мають тільки дві бокові частоти без центральної, тобто перетворювач працює як балансний змішувач. Оскільки $\Omega \ll \omega_0$, при застосуванні усереднення в лінійному наближенні для бокових частот прийнятно, що комплексні коефіцієнти передачі належать до інвертуючого сигналу відносно кожної гармоніки.

Сталу складову отримуємо, інтегруючи по періоду низькочастотного сигналу, добуток:

$$U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T V(t)h(t)dt. \quad (5)$$

Вклад у сталу складову дає тільки квадрат кожної спектральної складової. Після підстановки (3) і (4) в (5), врахувавши усереднення, а та-

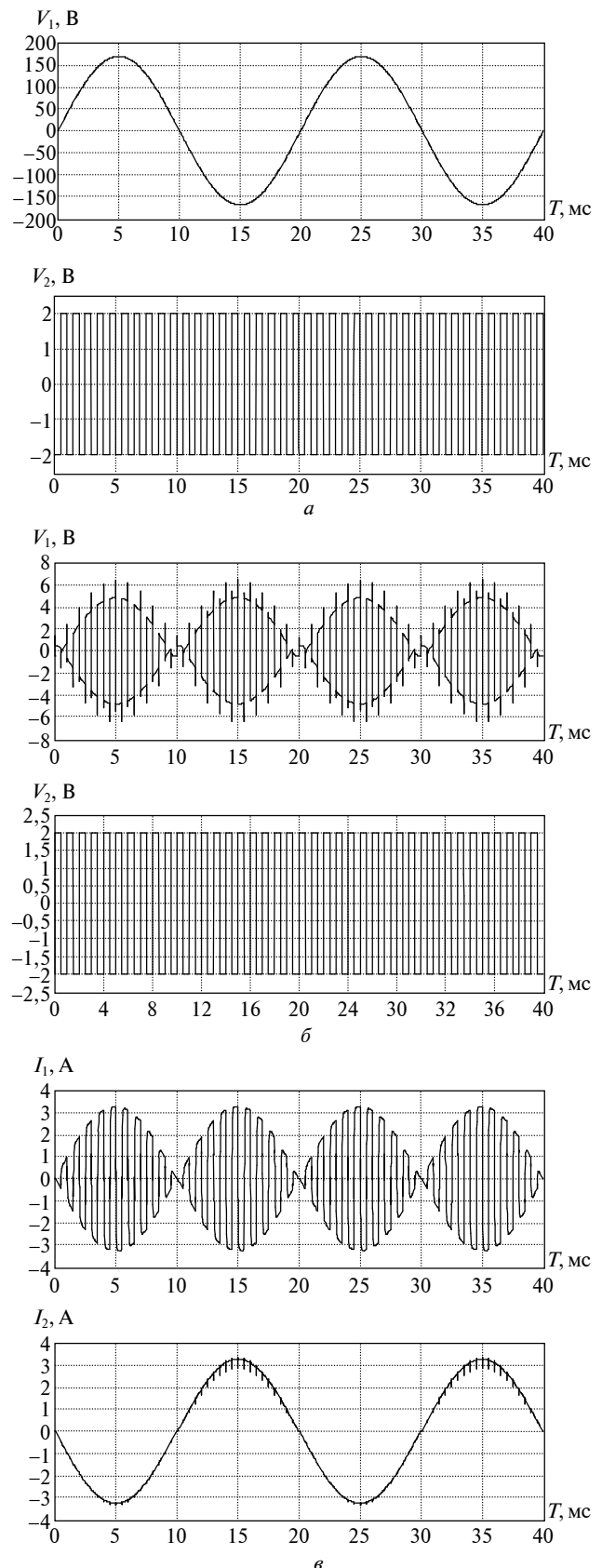


Рис. 2. Осцилограми напруг і струмів

кож те, що $(1 \cdot \text{sign}(\sin(\omega_0 t + \varphi)))^2 = 1$, для сталої складової отримаємо

$$U_0 = k_p U I \cos(\varphi_U - \varphi_I), \quad (6)$$

де

$$k_p = \frac{\Delta \rho}{\rho} \frac{1}{H_0} \sum_{n=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{n^2} |k_V(n\omega_0)| |k_I(n\omega_0)| \times \\ \times \cos(\varphi_{k_V(n\omega_0)} - \varphi_{k_I(n\omega_0)})$$

є дійсним коефіцієнтом перетворення, який являє собою сталу величину для заданого інвертуючого сигналу та подільника напруги.

В результаті інтегрування залишиться складова, яка залежатиме тільки від зсуву фаз між струмом і напругою в лінії передачі та визначатиме активну потужність у навантаженні. Із зростанням частоти гармоніки амплітудно-фазове співвідношення перетворювача змінюється [3]. Тому наступним кроком буде проведення оптимізації частотної характеристики подільника напруги для отримання максимальної величини коефіцієнта перетворення.

Отже, перетворювач працює як параметричний детектор, вихідний сигнал якого пропорційний активній потужності.

Висновки

Інвертування напруги і струму з високою частотою порівняно із сигналом, потужність якого вимірюється, дає можливість використовувати подільник напруги на високій частоті проінвертованого сигналу, що значно простіше і потребує значно менших номіналів ємностей. Це знімає обмеження на частоту сигналу, що вимірюється, в область низьких частот, включаючи постійний струм.

У статті отримано співвідношення між активною потужністю і вихідним сигналом перетворювача через амплітудно-фазове співвідношення комплексних коефіцієнтів передачі напруги і магнітного поля.

Основними напрямками подальших досліджень магніторезистивних перетворювачів будуть дослідження перетворювача при вимірюванні різних співвідношень гармонік вхідного сигналу, частотної характеристики перетворювача при різних підмагнічуючих полях та реакція перетворювача на комплексне навантаження.

Вал.С. Вунтесмери, А.І. Вытяганец

НИЗКОЧАСТОТНОЕ РАСШИРЕНИЕ ДИАПАЗОНА РАБОТЫ МАГНИТОРЕЗИСТИВНОГО ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ АКТИВНОЙ МОЩНОСТИ СРЕДНИХ ЧАСТОТ

Показано, что постоянная составляющая протектированного магниторезистивным преобразователем сигнала пропорциональна активной мощности в линии передачи. Исследованы модели коммутаторов тока и напряжения на симисторах.

Val.S. Vountesmeri, A.I. Vytiaganets

LOW FREQUENCY RANGE WORK EXPANSION OF MAGNETORESISTIVE MEASURING CONVERTER OF ACTIVE POWER OF MIDDLE FREQUENCIES

This paper illustrates that the dc voltage on the output of the magnetoresistive measurement converter is proportional to active power in a transmission line. Furthermore, we study the inversion switchboards models of current and voltage based on triacs.

1. *Вунтесмери Вал.С., Вытяганец А.И.* Засоби вимірювання активної потужності на низьких і середніх частотах "IN SITU" // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Радіотехніка. Радіоапаратобудування. – 2007. – № 34. – С. 112–118.
2. *Vountesmeri V.* Magnetoresistive multipliers as a new base for watt-converters // IEEE. Transactions on instrumentation and measurement. – 1998. – N 5. – P. 1395–1398.

3. *Вунтесмери Вал.С., Вытяганец А.И.* Исследование частотной характеристики магниторезистивного измерительного преобразователя активной мощности низких частот // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 2007. – № 12. – С. 45–48. Переклад: *Vountesmeri V.S., Vytiaganets A.I.* Frequency response investigation of magnetoresistive low frequency active power measuring transducer // Radioelectronics and Communications Systems. – 2007. – 50, N 12. – P. 680–682 (USA).

УДК 541.451

О.М. Генкін, В.К. Генкіна, М.Д. Гераймчук,
Л.П. Гермаш, П.В. Неволовський

ШИРОКОСМУГОВІ ЕТАЛОННІ ВИПРОМІНЮВАЧІ ДЛЯ УФ-ОБЛАСТІ НА ОСНОВІ КАРБІДУ КРЕМНІЮ

Вступ

Світлодіоди на основі карбіду кремнію, які працюють у режимі електричного пробою (пробійні світлодіоди – ПС), максимально відповідають вимогам, які ставляться до зразкових джерел оптичного випромінювання, призначених для градування спектральної апаратури за чутливістю [1]. Основні переваги ПС порівняно з іншими напівпровідниковими випромінювачами (зокрема, Seoul Optodevice стала першою і поки що єдиною у світі компанією, яка в 2007 р. розпочала промисловий випуск ультрафіолетових світлодіодів на 255–240 нм): широкий спектр, близький до спектра абсолютно чорного тіла при температурі 6000–8000 К, який практично не залежить від величини живильного струму; унікально висока температурна стабільність, що виключає необхідність термостатування і вплив ефектів “виходу на режим”, пов’язаних із нагріванням структури живильним струмом; лінійна залежність потужності випромінювання від живильного струму; субнаносекундна швидкодія; стійкість до струмових перевантажень, високої температури, радіаційного та хімічного впливів. Недоліком же ПС є порівняно малий квантовий вихід випромінювання (порядку 10^{-6} фот./ел.·еВ). Але потужність випромінювання ПС порядку 10^{-7} Вт (10^{12} фот./с) у багатьох випадках є оптимальною для калібрування апаратури, що вміщує фотоелектронні помножувачі.

Дослідження УФ-компоненти випромінювання ПС проводилися в недостатньому обсязі, зокрема, не було даних про квантовий вихід і температурну нестабільність спектрального розподілу випромінювання. Технологія виготовлення і конструкція приладів була не повністю пристосована для найефективнішого і найстабільнішого виведення УФ-випромінювання ПС, яке припадає на область власного поглинання карбіду кремнію, у зв’язку з чим сильно поглинається в дуже тонких шарах матеріалу. Недостатньою була й інформація про фізичні процеси, які визначають характеристики ПС. Зокрема, відкритим за-

лишалось питання про типи випромінювальних переходів високоенергетичних носіїв заряду, що відповідають основним компонентам випромінювання ПС.

Постановка задачі

У даній статті досліджено вплив мікроплазмової структури, робочої напруги, температури на ультрафіолетову компоненту спектрального розподілу квантового виходу світлодіодів на основі SiC-6H і SiC-15R, що працюють у режимі електричного пробою, з метою розширення діапазону роботи еталонних випромінювачів в УФ-область.

Методика експерименту

Використовувались кристали SiC-6H і SiC-15R, виготовлені за методом Лелі на Подільському хіміко-металургійному комбінаті в Росії. Концентрація некомпенсованих донорів становила величину порядку 10^{18} – 10^{19} см⁻³.

p-n-структури створювались вплавленням каліброваних за масою дисків із силуміну при температурі 1700–1900 °С. Вплавлення здійснювалось у природні грані кристалів, перпендикулярні до кристалографічної осі С. Особливу групу становили зразки, в яких *p-n*-переходи наносились на грань кристалів, що є рівнобіжною до кристалографічної осі С. Ця грань формувалась різанням і поліруванням об’ємних кристалів. Омичні контакти до базового кристала створювались напильником Ti + Ni.

Пробій у досліджуваних структурах локалізувався в мікроплазмах, розташування і характеристики яких залежали від ступеня легування, способу обробки поверхні вихідних кристалів, термочасового режиму сплавлення, маси силумінових дисків та інших факторів. Відбиралася структура, в якій мікроплазми однорідно заповнювали всю площу чи локалізувалися в межах кільця, що займає значну частину площини *p-n*-переходу. Такі зразки отримувались ретельним відпрацюванням технологічних режимів за умови штучного внесення дефектів у приповерхневий шар вихідних пластин карбіду кремнію. В оптимальному варіанті напруги вмикання мікроплазм мало відрізнялися одна від одної. На вольт-амперній характеристиці появи мікроплазм відповідає перегин перед ділянкою різкого зростання струму. Висока стабільність інтегральної за спектром потужності випромінювання при постійному струмі в процесі тривалої роботи забезпечувалася для таких зразків на ді-

лянці “різкого” пробою, достатньо віддаленої вгору по струму від перегину [2, 3].

Ширина забороненої зони SiC-6H становить близько 3eВ. Випромінювання, що супроводжує електричний пробій, вміщує фотони з енергією, яка перевищує ширину забороненої зони SiC і досягає 6eВ. Такі фотони ефективно поглинаються в товщі SiC. Вихід їх за межі кристала є можливим тільки крізь дуже тонку *p*-область.

Схематичне зображення сплавного *p-n*-переходу і способу виведення випромінювання показано на рис. 1, а. З цього рисунка видно, що у випадку рівномірного розподілу мікроплазм по площині *p-n*-переходу повністю втрачається випромінювання мікроплазм, які розташовані під краплею емітерного сплаву. Це приблизно 1/5 частина випромінювання *p-n*-переходу. Крапля емітерного сплаву дає можливість здійснити надійний, стабільний контакт з *p*-областю. Струм до краплі підводився за допомогою тонкого алюмінієвого проводу, під'єданого термокомпресійним зварюванням. Опір такого контакту не перевищував одиниць Ом. Контакт спроможний протягом тривалого часу (більш ніж за 1000 год) пропускати імпульсні струми з амплітудою, більшою за 10 А, без помітної зміни опору. Ми вважаємо, що проста можливість одержання “прозорого” стабільного контакту з *p*-областю є значною перевагою сплавної технології виготовлення *p-n*-переходів.

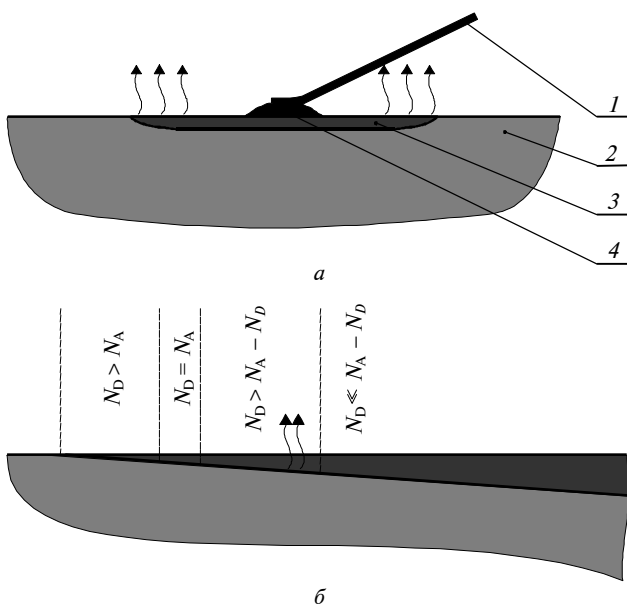


Рис. 1. Схематичне зображення *p-n*-переходу і способу виведення випромінювання (а), структури *p-n*-переходу на ділянці периферії (б): 1 – емітерний вивід; 2 – кристал SiC *n*-типу; 3 – рекристалізаційний прошарок; 4 – крапля емітерного сплаву (Al + Si)

Припускаємо, що структура сплавного *p-n*-переходу на ділянці периферії має вигляд, схематично показаний на рис. 1, б. На самій межі *p-n*-структури в процесі вплавлення в тонкому шарі алюмінію розчиняється лише невелика кількість карбиду кремнію, при цьому частина алюмінію випаровується. В результаті створюється тонкий рекристалізаційний шар, в якому кількість донорів перевищує кількість акцепторів і *p-n*-перехід не утворюється. Ближче до центра краплі кількість донорів і акцепторів збігається. Завдяки компенсації провідність такого шару близька до нуля і він надійно ізолює периферію *p-n*-переходу від межі розділу SiC–повітря. Далі чергуються ділянки *p-n*-переходу, в яких *n*-шар (базовий кристал) вміщує в собі більшу концентрацію донорів, ніж *p*-шар некомпенсованих акцепторів; *p*-шар легований на кілька порядків сильніше за *n*-шар. Ця ділянка займає основну частину площини *p-n*-переходу.

При відсутності на поверхні кристала порушеного шару отримувались зразки, що вміщують в собі мікроплазми, які локалізуються вздовж вузького кільця в районі периферії *p-n*-переходу. Найвірогіднішою ділянкою їх локалізації видається вузька кільцева зона, якій відповідає більш висока концентрація донорів у *n*-області, ніж некомпенсованих акцепторів у *p*-області. У *p-n*-переходах такого типу ударна іонізація починається дірками, які тунелюють крізь потенціальний бар'єр. У гексагональному карбіді кремнію лавинний пробій для дірок здійснюється при меншій напруженості електричного поля, ніж для електронів, у разі орієнтації електричного поля вздовж гексагональної осі С. Така орієнтація має місце у випадках використання найбільш досконалих, природних граней кристалів. Різниця іонізаційної здатності електронів і дірок пов'язана з наявністю розривів в енергетичному спектрі зони провідності, зумовлених існуванням у SiC природних надграт [4]. Ці розриви заважають електрону набирати енергію в електричному полі. У валентній зоні розриви в енергетичному спектрі відсутні. Таким чином, напруги “вмикання” мікроплазм на кільці повинні бути нижчі, ніж на центральних ділянках.

Зразки з кільцевою топографією випромінювання мають такі корисні (з погляду на створення УФ-випромінювачів) властивості:

- товщина *p*-шару над периферійними мікроплазмами нижча, ніж на центральних ділянках *p-n*-переходу з однорідним полем мікроплазм; через це власне поглинання, особливо в корот-

кохвильовій області спектра, менше впливає на квантовий вихід випромінювання;

- процеси випромінювання в p - n -переходах з сильніше легованим n -шаром здійснюються переважно в p -області, ближче до поверхні зразка, що також зменшує вплив власного поглинання.

Виготовлення зразків з кільцевою топографією випромінювання потребує більш скрупульозного відпрацювання технологічних режимів створення p - n -переходу, воно сильніше залежить від факторів, що погано контролюються та викликають появу мікроплазм на центральних ділянках p - n -переходу. Вихід придатних зразків не перевищував одиниць процентів.

В дослідженні використовувались макетні зразки еталонних випромінювачів, в яких p - n -структури розміщувались в нестандартних металевих корпусах. Як правило, у температурному інтервалі 300–400 К залежності інтенсивності випромінювання від температури були лінійними, що дає можливість характеризувати їх величиною відносного температурного коефіцієнта γ , що виражається в %/К.

Для одержання спектральної залежності $\gamma(h\nu)$ послідовно вимірювався спектр зразка $I(h\nu)$ при кімнатній температурі T_1 і температурі T_2 , що перевищує кімнатну на 100 К. При цьому контролювалась сталість фоточутливості реєструючої системи. Величина γ визначалась для кожної енергії фотона з кроком $\Delta(h\nu) = 0,05$ еВ за формулою

$$\gamma = 100\% [I(T_2) - I(T_1)] / [I(T_1) (T_2 - T_1)].$$

Для спільного аналізу залучався спектр зразка $I(h\nu)$, виражений в одиницях, пропорційних до кількості фотонів, що випромінюються в одиничному інтервалі енергії, а також спектральний розподіл відносної крутості спектра $\xi(h\nu) = (1/I)\Delta I/\Delta(h\nu)$. Спільний розгляд цих залежностей є корисним для визначення природи випромінювання [5].

Вимірювання спектрів випромінювання здійснювалося в діапазоні енергій фотона 3,8–5 еВ з кроком 0,05 еВ за допомогою монохроматора ЗМР-3. Використовувався лічильник фотонів на основі ретельно відібраного, суперстабільного зразка фотоелектронного помножувача ФЭУ-142, не чутливого до видимого світла. Вимірювальні зразки розміщувались у спеціальному утримувачі безпосередньо перед вхідною щільною монохроматора. Утримувач забезпечував можливість регулювання і стабілізації температури зразка в межах від кімнатної температури до 400 К.

Величини сигналу від вимірювального зразка в межах усього спектрального діапазону протягом часу вимірювання двох спектрів, що відповідають кімнатній і високій температурі зразка (близько двох годин), відтворювалися з похибкою, яка не перевищувала 0,5%.

Перехід до абсолютних одиниць квантового виходу здійснювався розрахунковим способом за сигналом фотометра ФПЧ, призначеним для вимірювання яскравості джерел випромінювання. Повна похибка абсолютних вимірювань спектральної густини квантового виходу ПС оцінювалась у 50–100%.

Результати вимірювань характеристик УФ-випромінювачів

На рис. 2 подано дані про вплив типу зразків і робочої напруги на квантовий вихід η випромінювання для двох енергій фотона – 3,8 і 4,6 еВ, які відповідають межах спектра. З рисунка видно, що зразки з напругами, меншими за 15 В (таким зразкам відповідає тунельна форма пробою [2]), при 3,8 еВ мають істотно менший квантовий вихід. Цей ефект практично не виявляється на короткохвильовій межі при 4,6 еВ. Квантовий вихід зразків з кільцевою топографією випромінювання істотно перевищує квантовий вихід зразків з однорідним полем мікроплазм, і це сильніше проявляється при 4,6 еВ. Квантовий вихід зразків на основі SiC-15R виявився істотно вищим, ніж для SiC-6H. Залежність відношення величин квантового виходу при 4,6 і 3,8 еВ, наведених на рис. 2, в, помітно знижується при підвищенні робочої напруги. Зазначені закономірності, напевно, пов'язані із впливом власного поглинання, що зростає в короткохвильовій області спектра. Мінімальне власне поглинання можна очікувати в зразках із кільцевою топографією випромінювання і мінімальною робочою напругою (товщина p -області зменшується при підвищенні рівня легування кристалів).

Спектральні розподіли зовнішньої квантової ефективності УФ-випромінювачів для типових зразків, виготовлених на основі SiC-6H, подано на рис. 3. Істотною є значна різниця в квантовому виході зразків з кільцевою топографією випромінювання і з однорідним полем мікроплазм. Різниця в квантовій ефективності зберігається й у видимій області спектра.

З використанням експериментальних даних про спектральну залежність коефіцієнта поглинання кристалів SiC-6H, розраховали спектри пропускання тонких прошарків матеріалу.

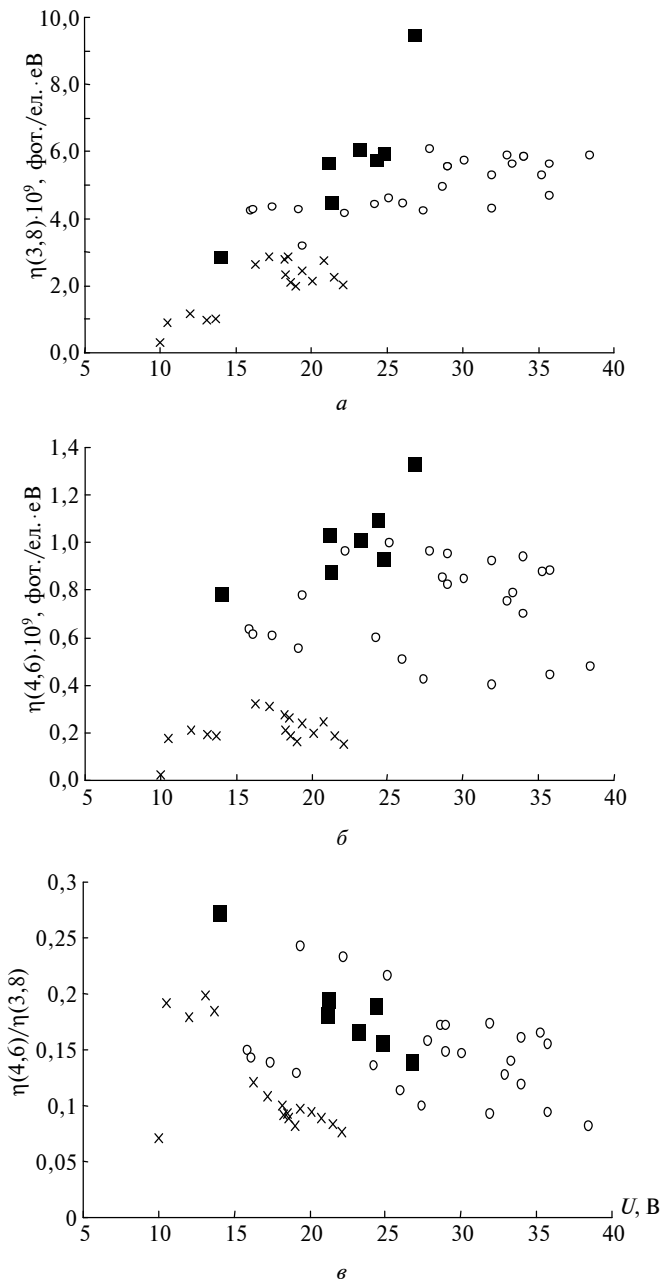


Рис. 2. Залежності зовнішнього квантового виходу випромінювання, що відповідає енергії фотона 3,8 еВ (а), 4,6 еВ (б), від напруги на зразках з однорідним полем мікроплазм (x) і мікроплазмами, локалізованими на вузькому кільці поблизу периферії p - n -переходу для політипу SiC-6H (o) і SiC-15R (♦), а також відношення цих квантових виходів (є)

До цих даних вдавались при оцінці впливу власного поглинання на квантовий вихід випромінювання. На рис. 3 (криві 3, 4) показано вплив проходження випромінювання через тонкі прошарки SiC-6H на спектральний розподіл квантового виходу зразка 15 з кільцевою топографією

випромінювання. З цього рисунка видно, що форма спектра зразка 10 з однорідним полем мікроплазм легко пояснюється впливом власного поглинання випромінювання в прошарку SiC-6H товщиною близько 0,1 мкм. Проте майже триразову різницю квантового виходу зразків власним поглинанням пояснити не вдається.

Таким чином, випромінювачі з кільцевою топографією випромінювання мають переваги порівняно із зразками з однорідним полем мікроплазм – у них більш пологий спектр і у кілька разів більший квантовий вихід.

З'ясовано, що значення інтегрального за спектром температурного коефіцієнта інтенсивності випромінювання, отримане по відношенню до ФЭУ-142, за даними для 40 випромінювачів при струмі 100 мА знаходиться в порівняно малому інтервалі – від $-0,15$ до $-0,06$ %/К. Середнє значення становить $-0,12$ %/К, а середньоквадратичне відхилення – 16%. Виявлено слабкий вплив робочого струму на інтегральний температурний коефіцієнт. Значне його зростання спостерігається в області малих струмів, близької до області перегину на вольт-амперній характеристиці, що передує ділянці різкого зростання струму. Відповідні дані для типового зразка наведено на рис. 4.

Спостерігається, зазвичай, монотонне збільшення негативної величини температурного коефіцієнта в короткохвильовій області спектра. Дані про зв'язок температурного коефіцієнта інтенсивності випромінювання γ і відносної крутості

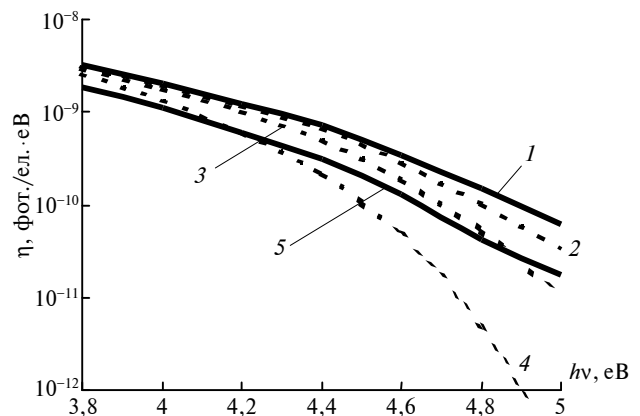


Рис. 3. Спектральні розподіли зовнішньої квантової ефективності еталонних випромінювачів на основі SiC-6H при струмі 100 мА. Зразок 15: 1 – кільцева топограма випромінювання; випромінювання зразка 15, що пройшло крізь прошарок товщиною (розрахунок), мкм: 2 – 0,1; 3 – 0,3; 4 – 1. Зразок 10: 5 – мікроплазми, однорідно розподілені навколо краплі емітерного сплаву

спектра ξ наведено на рис. 5. Для кожного конкретного зразка спостерігається, як правило, подібність форми спектральних залежностей зазначених величин. Кореляцію між цими величинами, подану на рисунку, можна пов'язати із впливом температурного зсуву спектра в довгохвильову область [5] у зв'язку із впливом температури на зонну структуру матеріалу. Вплив цього зсуву на $\gamma(h\nu)$ є пропорційним до $\xi(h\nu)$.

Струм впливає на спектральну залежність $\gamma(h\nu)$ тільки для низьковольтних зразків. Типовий випадок слабого впливу струму продемонстровано на рис. 6. Наростання кривої $\gamma(h\nu)$ на короткохвильовому краї спектра для даного зразка пов'язано із впливом розсіяного в монохроматорі світла.

Дані для зразка на основі SiC-15R з мінімальною кругістю спектра в короткохвильовій об-

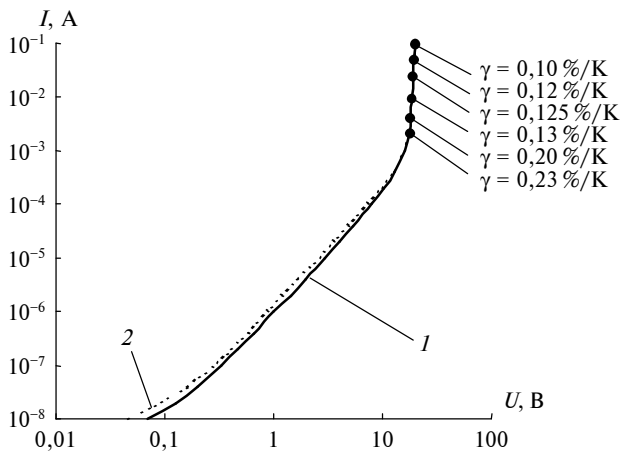


Рис. 4. Вольт-амперна характеристика УФ-випромінювача. Температура, К: 1 – 293; 2 – 393

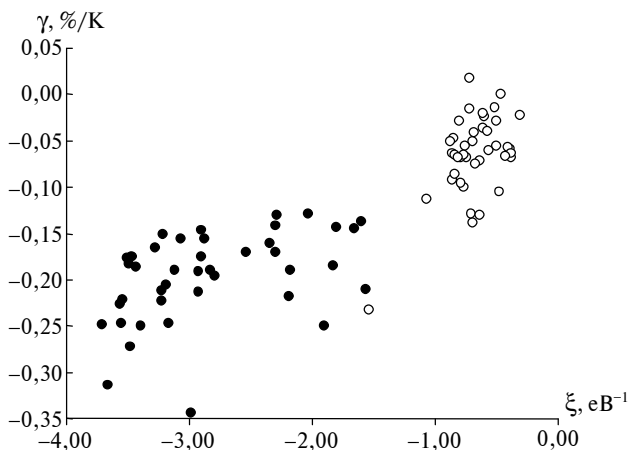


Рис. 5. Залежність температурного коефіцієнта інтенсивності випромінювання від відносної кругісті спектрального розподілу інтенсивності випромінювання. Енергія фотона, eV: ● – 293; ○ – 393

ласті наведено на рис. 7. Залежність $\xi(h\nu)$ для цього зразка показує наявність широкої смуги в області 4,4 eV. Вплив даної смуги не поширюється на криву $\xi(h\nu)$, що дає можливість припустити малість коефіцієнта температурного зсуву даної смуги [5].

На рис. 8 наведено дані для зразка, який виготовлений на грані кристала SiC-6H, паралельної кристалографічній осі С. Вперше спостерігалася наявність смуги з максимумом приблизно 4,5 eV, що дуже впливає на форму кривих $\gamma(h\nu)$ і значно покращує температурну стабільність в ультрафіолетовій області. Аналогічні дані було отримано на деяких інших зразках. Великий вплив смуги на форму кривих $\gamma(h\nu)$ вказує [5] на більш високий негативний коефіцієнт її температурного зсуву порівняно з іншими компонентами випромінювання. Це свідчить, згідно з даними зонних розрахунків [6], що ця смуга зумовлена міжзонними переходами. Подібний енергетичний проміжок 4,4 eV для прямого переходу відповідає точці Г зони Бріллю-

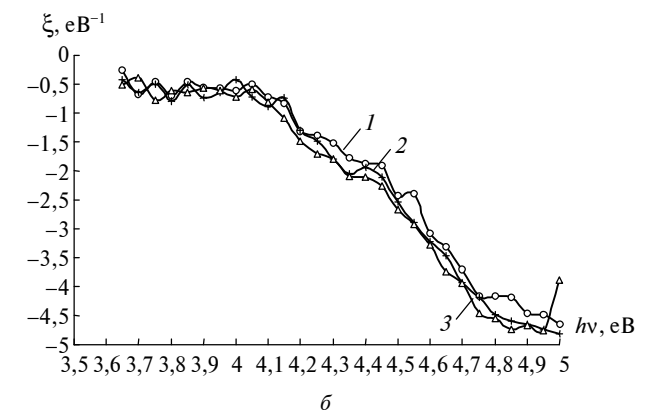
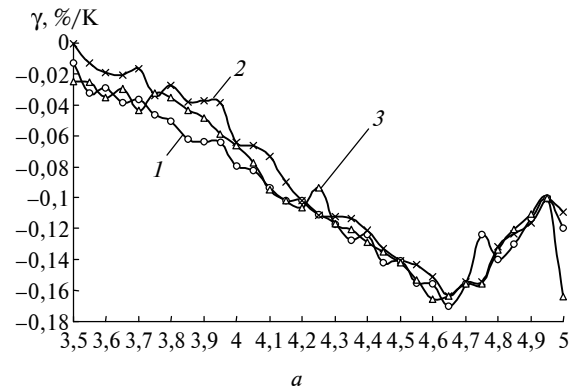


Рис. 6. Спектральні залежності відносного температурного коефіцієнта інтенсивності випромінювання (а) і відносної кругісті спектрального розподілу інтенсивності випромінювання (б) для зразка 310-1 з однорідним полем мікроплазм. Режим живлення зразка: 1 – 20 мА, 16,3 В; 2 – 50 мА, 17,2 В; 3 – 100 мА, 18,2 В

ена. Припущення про зв'язок смуги з переходами електронів (а не дірок) узгоджується з характером перерозподілу компонент випромінювання із зміною режиму живлення. Аналогічне поведіння кривих раніше нами було виявлено і досліджено для видимої області на політипі SiC-3C [7]. Спостереження смуги в торцевих зразках можна пояснити більш сприятливими умовами для набору великої енергії електронами (в даному кристалографічному напрямку набирати енергію електронам не заважають мінізонні розриви в зоні провідності [4]).

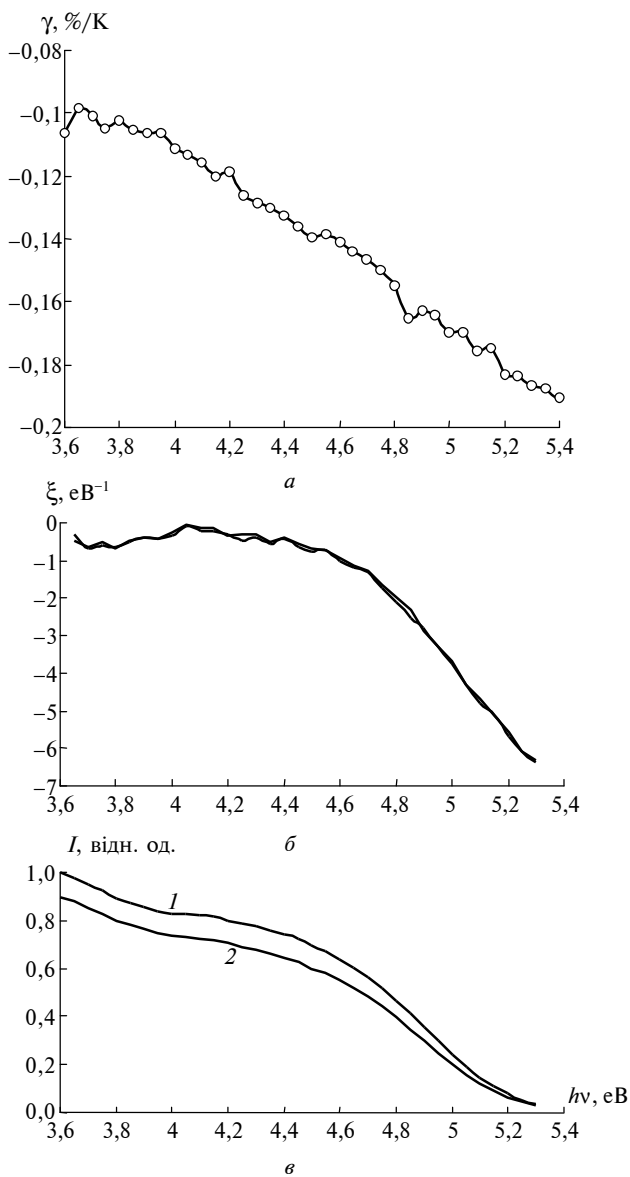


Рис. 7. Спектральні розподіли температурного коефіцієнта інтенсивності випромінювання (а), відносної крутості спектрального розподілу інтенсивності випромінювання (б), інтенсивності випромінювання (в). Зразок: 41-1. Політип SiC-15R. Режим живлення: 100 мА, 13,9 В. Температура, К: 1 – 300; 2 – 400

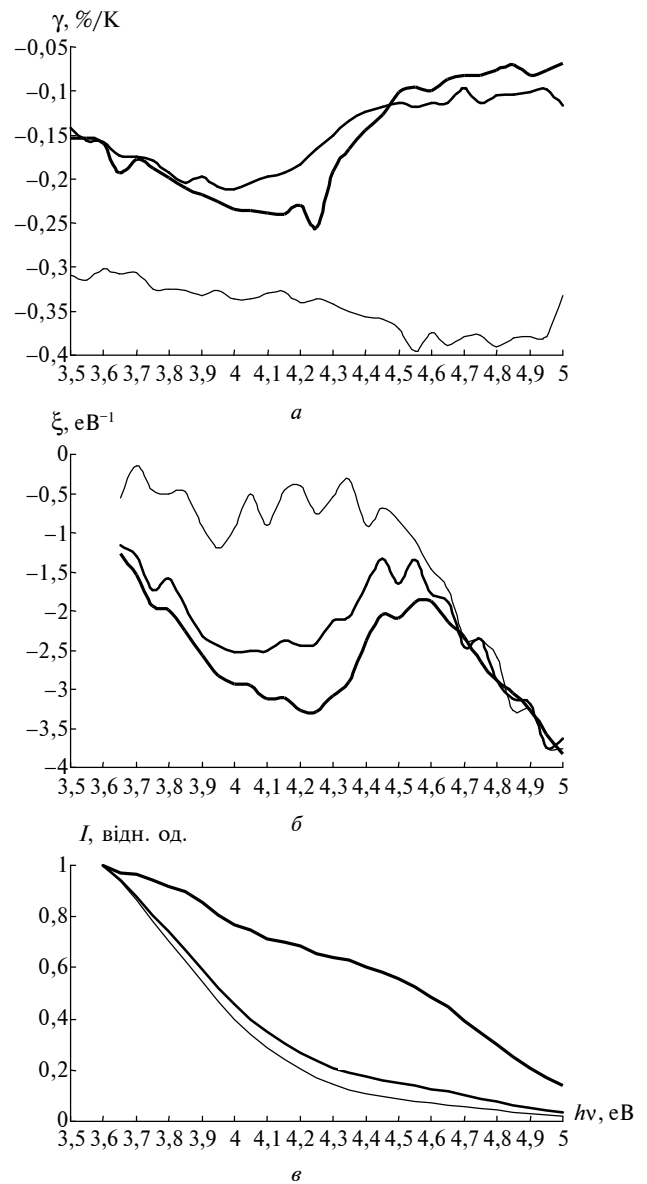


Рис. 8. Спектральні розподіли температурного коефіцієнта інтенсивності випромінювання (а), відносної крутості спектрального розподілу інтенсивності випромінювання (б), інтенсивності випромінювання (в). Зразок: 40-1. Політип SiC-6H. Режим живлення: 1 – 15 мА, 20,5 В; 2 – 50 мА, 23,2 В; 3 – 200 мА, 24,4 В

Висновки

Сплавна технологія при ретельному відпрацюванні технологічних режимів забезпечує достатню відтворюваність характеристик ПС в УФ-області спектра. Зразки, мікроплазми в яких розташовані по вузькому кільцю в районі периферії p - n -переходу, мають переваги порівняно із зразками з однорідним полем мікроплазм.

Негативний температурний коефіцієнт інтенсивності випромінювання зростає в короткохвильовій області. Вперше нами виявлено компоненту випромінювання з максимумом 4,5 еВ. Наявність цієї смуги істотно покращує температурну стабільність на відповідній ділянці спектра.

В цілому, незважаючи на деяке погіршення основних характеристик випромінювачів в УФ-області, розроблені зразки приладів можна ефективно використовувати як еталони для

градуювання за чутливістю спектральної апаратури в діапазоні довжини хвилі 250–700 нм.

У подальшому вважаємо за доцільне провести більш детальне дослідження природи та умов виникнення короткохвильової смуги 4,5 еВ, характеристик зразків із кільцевим розташуванням мікроплазм, а також провести дослідження тривалої роботи на спектральний розподіл зовнішнього квантового виходу випромінювачів.

А.М. Генкин, В.К. Генкина, М.Д. Гераимчук,
Л.П. Гермаш, П.В. Неводовский

ШИРОКОПОЛОСНЫЕ ЭТАЛОННЫЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ ДЛЯ УФ-ОБЛАСТИ НА ОСНОВЕ КАРБИДА КРЕМНИЯ

Исследовано влияние микроплазменной структуры, рабочего напряжения и температуры на ультрафиолетовую компоненту спектрального распределения квантового выхода светодиодов на основе SiC-6H и SiC-15R, работающих в режиме электрического пробоя. Выявлена закономерная связь характеристик образцов со свойствами исходных кристаллов и микроплазменной структурой пробоя. Полученные результаты свидетельствуют о возможности расширения диапазона стабильной работы приборов в ультрафиолетовую область до 250 нм.

O.M. Genkin, V.K. Genkina, M.D. Gerayimchuk,
L.P. Germash, P.V. Nevedovsky

SILICON CARBIDE BASED BROADBAND ETALON EMITTERS FOR THE UV-REGION

In this paper, we studied the influence of the microplasma structure, operating voltage and temperature on the ultraviolet component of the spectrum distribution of quantum output of SiC-6H and SiC-15R based light emitting diodes, working in the electrical breakdown regime. Moreover, revealed was the well-formed connection of samples parameters with the initial crystallites properties and microplasma structure of the breakdown. The obtained results proved the probability of the range extension of the devices' stable work in the ultraviolet region to 250 nm.

1. Генкин А.М., Генкина В.К., Гермаш Л.П. Влияние длительной работы и температуры на спектры карбид-кремниевых светодиодов, работающих в режиме электрического пробоя // Журн. техн. физики. – 1999. – 69, вып. 10. – С. 69–76.
2. Алтайский Ю.М., Генкин А.М., Генкина В.К., Огнева Л.Г. Пробойная электролюминесценция светодиодов на базе карбида кремния // Электронная техника. Сер. 2. – 1987. – Вып. 4 (190). – С.76–78.
3. Белоус М.В., Генкин А.М., Генкина В.К., Станкевич С.А. Влияние длительной работы при максимальной токовой нагрузке на характеристики карбид-кремниевых светодиодов, работающих в режиме электрического пробоя // Журн. техн. физики. – 1999. – 67, вып. 1. – С. 130–132.
4. Санкин В.И. Ванье-штарковская локализация в естественной сверхрешетке политипов карбида кремния. Обзор // Физика и техника полупроводников. – 2002. – 36, вып. 7. – С. 769–793.
5. Белоус М.В., Генкин А.М., Генкина В.К. Влияние температуры на спектральный состав пробойной электролюминесценции *p-n*-структур на основе карбида кремния // Физика и техника полупроводников. – 1999. – 33, вып. 6. – С. 727–732.
6. Зубкова С.М., Русина Л.Н., Смелянская Е.В. Температурная зависимость зонной структуры политипов 3С, 2Н, 4Н и 6Н карбида кремния // Там же. – 2003. – 37, вып. 3. – С. 257–265.
7. Genkin A.M., Genkina V.K., Germash L.P., Zubkova S.M. Oscillatory structure in radiation spectra of individual microplasmas in silicon carbide *p-n*-junctions // European Physical Journal. Applied Physics. – 2006. – 33. – P. 161–167.

УДК 621.391

В.Г. Дзюба

ЗАСТОСУВАННЯ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ ДЛЯ ПОШУКУ ОБ'ЄКТІВ НА ЗОБРАЖЕННІ

Вступ

Одним із способів обробки інформації є розпізнавання. Під розпізнаванням розуміють класифікацію групи об'єктів, явищ, станів, що характеризуються спільними ознаками чи властивостями. Розпізнавання образів є однією з фундаментальних задач, розв'язання якої передбачає класифікацію об'єктів на зображеннях. Для розпізнавання образів створено системи технічного зору, за допомогою яких здійснюють пошук об'єкта на зображенні, а потім його ідентифікують [1, 2].

Методи пошуку переважно орієнтовані на розв'язанні конкретної задачі для певного класу об'єктів [3]. Так, у статті [4] запропоновано використання методу перетворення Хафа для знаходження плоских об'єктів простої геометричної форми (квадрат, коло, еліпс), які легко формалізуються для подання їх у вигляді, прийнятному для комп'ютерної обробки даних. Для більш складних об'єктів з точки зору формалізації, наприклад автомобільних номерних знаків, для їх пошуку був успішно використаний метод морфологічної обробки даних [5, 6]. Для пошуку очей на зображенні обличчя застосовувався метод лінійного дискримінантного аналізу [7]. У праці [8] запропоновано нейромережний підхід до вирішення проблеми пошуку, проте він є недостатньо точним і надійним. Створення інструменту, що є універсальним і здійснює пошук різних об'єктів на зображенні, є актуальною задачею.

У даній статті запропоновано варіант для розв'язання задачі пошуку різних класів об'єктів на зображенні за допомогою нейронних мереж, який дає можливість знаходити різні класи об'єктів з високою точністю та надійністю.

Постановка задачі

Мета статті полягає в розробці нейромережного алгоритму з високими класифікаційними характеристиками, що дасть змогу ефективно здійснювати пошук різних об'єктів на зображенні, а саме пошук пасивних елементів (котушок індуктивності) на зображенні друкованої плати, пошук автомобільних номерних знаків, а також пошук очей на зображенні.

Для досягнення поставленої мети треба розв'язати задачі формування навчальних вибірок для різних класів графічних образів, навчання нейронної мережі на цих вибірках, тестування та оцінки якості розв'язання кожної задачі пошуку.

Архітектура нейромережного детектора для пошуку об'єктів

Детектором називається алгоритм чи програма, що реалізує пошук об'єкта. Як ознаки, що піддаються класифікації нейронною мережею, застосовуються значення інтенсивності пікселів зображення.

Архітектура нейронної мережі, яка використовується як класифікатор образів, належить до класу асоціативних машин [9]. Детально ця нейронна мережа була досліджена в [10], де розв'язувалася задача пошуку обличчя на зображенні. Коротко наведемо основні особливості її архітектури.

Елементарною структурною одиницею мережі є нейрон. Активність нейрона на виході визначається за такою формулою:

$$F(x, p, t) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } px \leq pt, \\ 0, & \text{в решті випадків,} \end{cases} \quad (1)$$

де x – вхідний сигнал; p – полярність; t – поріг. Полярність може набувати значень $+1$ і -1 , що дає змогу змінювати знак нерівності. Схематично нейрон з пороговою функцією активації наведений на рис. 1.

Величина сигналу на виході шару нейронів визначається так:

$$H(\mathbf{X}, \mathbf{W}, \mathbf{P}, \mathbf{T}, T_g) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \sum_{i=1}^M w_i F(x_i, p_i, t_i) \leq T_g \sum_{i=1}^M w_i, \\ 0, & \text{в решті випадків,} \end{cases} \quad (2)$$

де M – кількість нейронів в шарі; $\mathbf{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$ – вектор вхідних сигналів; $\mathbf{W} = \{w_1, w_2, \dots, w_M\}$ – вектор вагових коефіцієнтів; $\mathbf{P} = \{p_1, p_2, \dots, p_M\}$ – вектор полярностей; $\mathbf{T} = \{t_1, t_2, \dots, t_M\}$ – вектор порогів; T_g – значення порогу для шару.

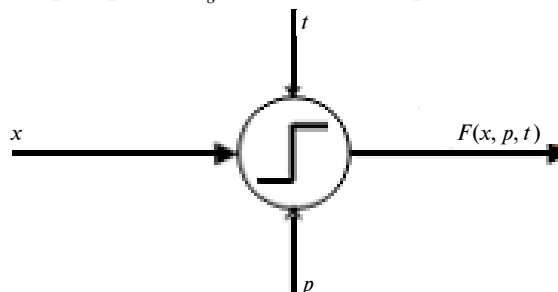


Рис. 1. Нейрон з пороговою функцією активації

На рис. 2 схематично зображено шар нейронів, функціонування якого описується формулами (1) і (2).

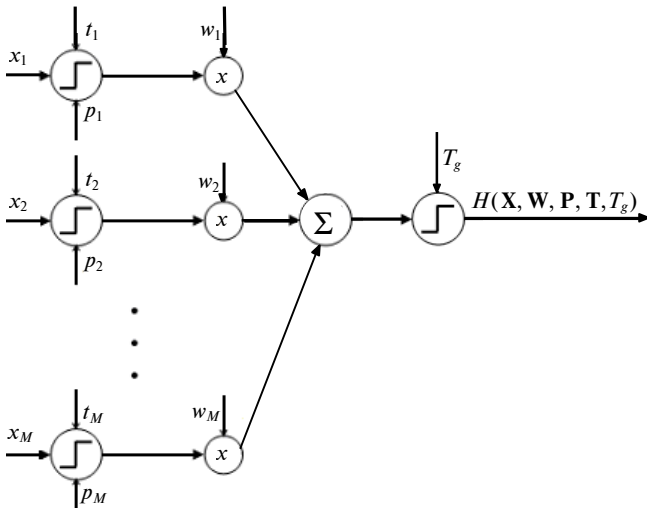


Рис. 2. Шар нейронів

Архітектура мережі може складатися з одного чи кількох шарів. Більш раціональним на практиці є застосування багатшарової мережі [9]. При цьому кожний шар послідовно, починаючи з першого, бере участь у класифікації ознак. Якщо на виході якогось із шарів з'являється нульовий сигнал, то класифікація завершується. Це означає, що ознаки належать до класу "фон". Ознаки можуть бути віднесені до класу "об'єкт" тільки в тому випадку, коли виходи всіх шарів мережі мають одиничні значення.

Навчання такої архітектури проводиться з використанням методу підсилення AdaBoost. Параметрами, що настроюються, є вектори \mathbf{W} , \mathbf{P} , \mathbf{T} та значення порогу T_g для шару нейронів [9].

Особливість структури нейронної мережі відображає закладену в ній стратегію розбиття складної задачі класифікації ознак на множину невеликих і простих задач, кожна з яких розв'язується окремим модулем (нейроном чи шаром нейронів). Це дає можливість проводити послідовне навчання кожного модуля, що зменшує кількість настроювальних параметрів мережі порівняно з класичними архітектурами типу багатшарового перцептрона. Помилка модульної нейронної мережі є мультиплікативною і визначається як добуток помилок кожного модуля. Теоретично доведено, що при навчанні загальна помилка прямує до нуля, якщо помилка кожного модуля не перевищує деякого наперед заданого значення [11]. З цього випливає, що потенційно якість класифікації нейронної мережі такої архітектури може бути достатньою для розв'язання задачі довільної складності.

Як інструмент для проведення дослідження було створено комплекс оригінальних програм для навчання та тестування нейронної мережі. Всі програми були написані на мові програмування C++ та скомпільовані в середовищі Microsoft Visual Studio 2005.

Далі подамо розв'язання трьох задач пошуку різних класів об'єктів. Слід відзначити, що перша задача пошуку котушок індуктивності є найпростішою, оскільки на зображенні котушки можна виділити прості графічні примітиви – квадрат і коло (див. далі рис. 3). Задача пошуку автомобільних номерів є складнішою. Хоча зображення номерного знака являє собою прямокутник із нанесеними на ньому символами, проте ця ознака не є домінуючою при розпізнаванні. З аналізу праць [5, 6] випливає, що морфологічний аналіз зображення підкреслює як ознаку високу контрастність області номерного знака. Третя задача, яка є найскладнішою, полягає в знаходженні очей на зображенні облич та характеризується складністю формалізації образу ока. Хоча запропоновані задачі відрізняються одна від одної за рівнем складності, однак покажемо, що кожна з них може ефективно розв'язуватися за допомогою нейронної мережі із розглянутою вище архітектурою.

Пошук котушок індуктивності на зображенні друкованої плати

Автоматичний пошук компонентів на друкованій платі може використовуватися на виробництві для проведення верифікації і контролю за якістю продукції. Розглянемо приклад розв'язання цієї задачі.

Для того щоб реалізувати автоматичний пошук об'єктів на зображенні, треба навчити класифікатор відрізняти два класи зображень – "об'єкт" і "фон". Процес навчання детектора починається з формування навчальної вибірки. Бажано, щоб ця вибірка достатньо повно представляла два класи зображень, які є в даній задачі, – клас "котушка індуктивності" і клас "фон" (назвемо їх відповідно як позитивні і негативні зображення або приклади). Фрагмент подібної вибірки наведено на рис. 3. Позитивні приклади вибірки формувалися виділенням фрагментів із зображень, що містили образи котушок індуктивності (рис. 3, а). Негативні приклади вибірки були утворені із зображень, які не містили образи котушок індуктивності (рис. 3, б). Слід зазначити, що від репрезентативності навчальної вибірки залежить якість подальшої роботи класифікатора.

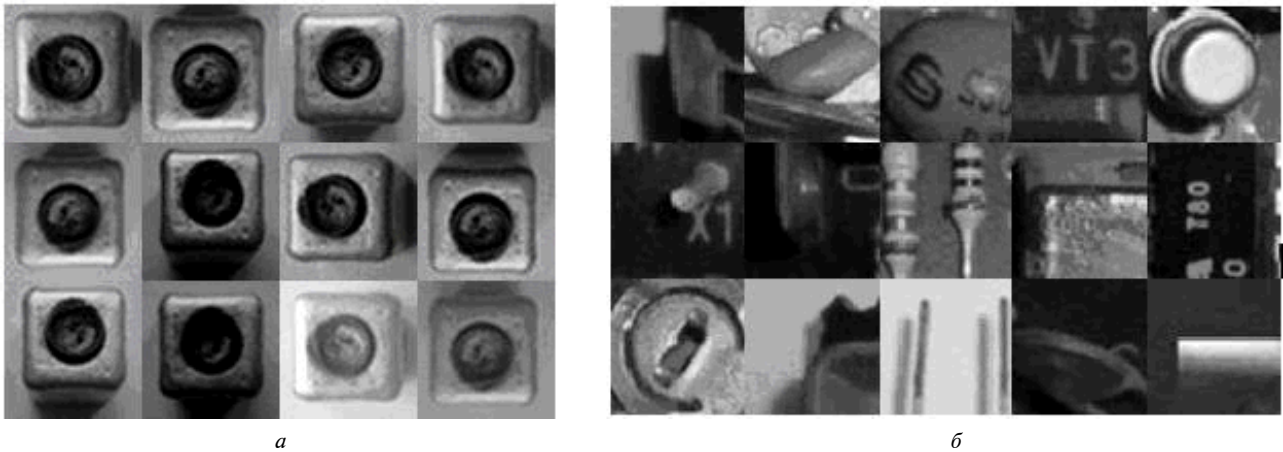


Рис.3. Фрагмент навчальної вибірки для задачі пошуку котушок індуктивності: *а* – позитивні приклади; *б* – негативні приклади

Були встановлені такі опції для навчання нейронної мережі:

- 1) загальна кількість прикладів: позитивних – 300, негативних – 987399;
- 2) кількість прикладів, що беруть участь у навчанні кожного шару нейронної мережі: позитивних – 300, негативних – 300;
- 3) цільове значення помилки навчання для кожного шару – 0,3;
- 4) розмір зображень прикладів – 45×45 пікселів.

В результаті навчання була оптимізована структура нейронної мережі, яка містила дев'ять шарів, загальна кількість нейронів у мережі дорівнювала 37. Час навчання нейронної мережі

на комп'ютері PENTIUM-IV 2,66 ГГц становив 24,4 хв.

Для оцінки якості розпізнавання було сформовано тестову вибірку з 23 зображень друкованих плат, на яких знаходилося 57 котушок індуктивності. В результаті тесту детектором було знайдено 55 із 57 котушок, що у відсотковому відношенні дорівнює 96,4%. Помилкових захватів виявлено не було. Під помилковим захватом розуміють фрагмент зображення, який помилково сприйнятий детектором за об'єкт. Результат роботи детектора на одному із зображень друкованої плати наведено на рис. 4, де знайдені місця розташування котушок індуктивності помічені градієнтними квадратами.

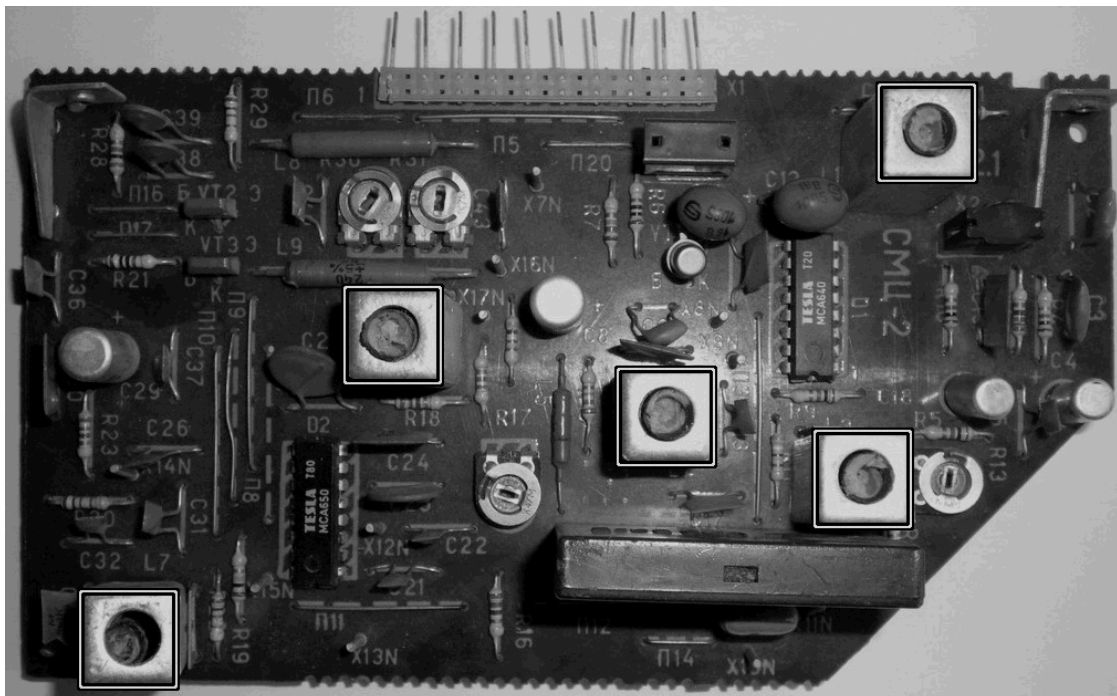


Рис. 4. Результат пошуку котушок індуктивності на зображенні

Аналізуючи тестові дані, можна зробити висновок, що нейронна мережа виявила високі властивості розпізнавання. Але слід зауважити, що ця оцінка є суб'єктивною, оскільки розмір тестової вибірки невеликий. Проте можна зробити висновок, що потенціал нейронної мережі достатньо високий для якісного розв'язання задачі пошуку котушок індуктивності на зображенні друкованої плати.

Пошук автомобільних номерних знаків на зображенні

Задача пошуку автомобільних номерних знаків є дуже актуальною. Це підтверджується великою кількістю як публікацій, так і компаній, в яких дана проблематика вирішується [12]. Пошук номера є першим етапом роботи системи автоматичного розпізнавання номерних знаків. Наведемо приклад розв'язання цієї задачі із застосуванням нейронної мережі.

Як і для попередньої задачі, першим кроком в її розв'язанні є створення навчальної вибірки. Позитивними прикладами в даному випадку є зображення, що містять номерні знаки, а негативними – будь-які фонові зображення (рис. 5).



a



b

Рис. 5. Фрагмент навчальної вибірки для задачі пошуку автомобільних номерних знаків: *a* – позитивні приклади; *b* – негативні приклади

Були встановлені опції навчання нейронної мережі:

- 1) загальна кількість прикладів: позитивних – 500, негативних – 5238746;
- 2) кількість прикладів, що беруть участь у навчанні кожного шару нейронної мережі: позитивних – 500, негативних – 500;
- 3) цільове значення помилки навчання для кожного шару – 0,3;
- 4) розмір зображень прикладів – 64×16 пікселів.

Навчена нейронна мережа містила 15 шарів, загальна кількість нейронів у мережі становила 285. Процес навчання зайняв 741,3 хв на комп'ютері PENTIUM-IV 2,66 ГГц. Тестування проводилось на власне створеній тестовій базі, що складалася із 108 зображень. На кожному зображенні був один номерний знак. Було знайдено 104 номерних знаків із 108, що становило 96,2%. Кількість фрагментів зображень, помилково прийнятих системою за номерний знак, дорівнювала 3. Приклад роботи детектора на двох зображеннях тестової вибірки наведено на рис. 6, на якому відображені місцезнаходження номерних знаків, а також помилковий захват (фрагмент забору).



Рис. 6. Результат пошуку автомобільних номерних знаків

Аналізуючи дані тестування, можна стверджувати, що нейронна мережа проявила високі властивості до розпізнавання автомобільних номерних знаків. Це дозволяє говорити про факт якісного розв'язання задачі пошуку номерів на зображенні.

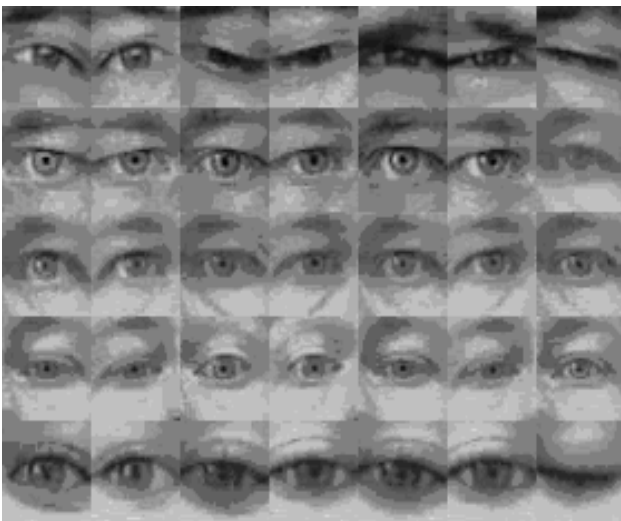
Пошук очей на зображенні

Проблема автоматичної локалізації очей полягає в знаходженні координат зіниць очей без сторонньої допомоги людини. Вирішення цієї проблеми може знайти застосування в задачах ідентифікації осіб. Координати зіниць очей зазвичай використовують як опорні точки при нормалізації зображень облич [13].

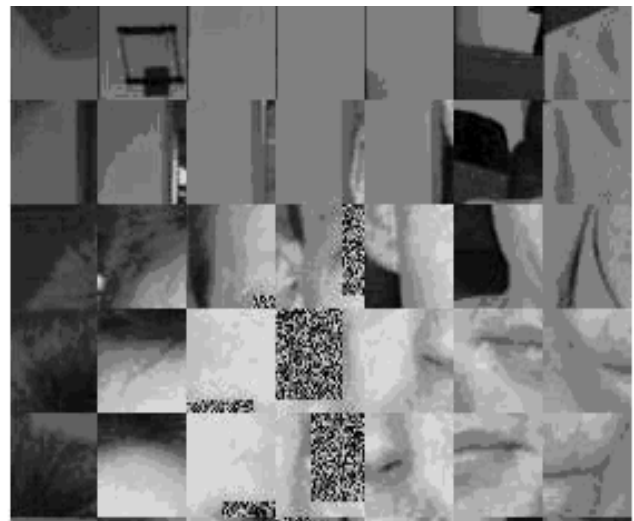
За аналогією з попередніми завданнями, позитивними прикладами в даному випадку є зображення, що містять очі, а негативними прикладами – фонові зображення (рис. 7).

Були встановлені такі опції навчання для цієї задачі:

- 1) загальна кількість прикладів: позитивних – 1000, негативних – 9328746;
- 2) кількість прикладів, що беруть участь у навчанні кожного шару нейронної мережі: позитивних – 1000, негативних – 1000;
- 3) цільове значення помилки навчання для кожного шару – 0,3;
- 4) розмір зображень прикладів – 8×8 пікселів.



а



б

На базі навченої нейронної мережі було створено детектор для здійснення автоматичного пошуку очей. Мережа після навчання містила 27 шарів, спільна кількість нейронів у мережі дорівнювала 1419. Час навчання нейронної мережі на комп'ютері PENTIUM-IV 2,66 ГГц тривав 1465,4 хв.

Тестування детектора проводилося на спеціалізованій базі даних “BioID Face Database”, яка складена компанією HumanScan, що спеціалізується на створенні технологій біометричної ідентифікації [14]. База складається з 1521 півтонового зображення з роздільною здатністю 384 на 286 пікселів. Кожне зображення містить фронтальний вид особи. Додатково база містить файли з координатами очей (еталонні файли). Саме ці дані були використані для проведення автоматичного тестування. При розпізнаванні кожного зображення з бази отримувалися від детектора координати місцезнаходження зіниць очей. Ці координати порівнювалися з координатами, що зберігалися в еталонних файлах. Програмою відстежувалися випадки збігу результатів та випадки виявлення розбіжностей. В результаті тесту було правильно знайдено 3009 із 3042 очей, що становило 98,9%. Кількість помилково знайдених очей дорівнювала 18. Приклад роботи нейронної мережі в складі детектора очей наведено на рис. 8. Місцезнаходження очей на рисунку помічено хрестиками.

Рис. 7. Фрагмент навчальної вибірки для задачі пошуку очей: а – позитивні приклади; б – негативні приклади

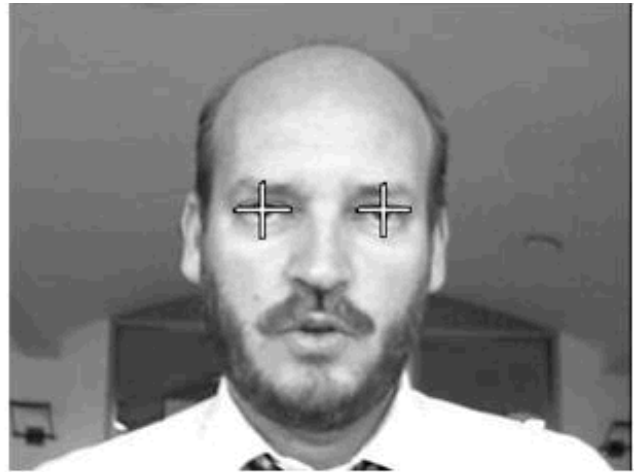


Рис. 8. Результат пошуку очей на зображенні

Аналізуючи результати тестування, можна з об'єктивною впевненістю сказати, що нейромережний детектор здатен з великою точністю розв'язувати задачу пошуку очей на зображенні.

Висновки

Запропонований варіант розв'язання задачі пошуку різних класів об'єктів на зображенні з використанням нейронної мережі відзначається високою ефективністю та якістю. Це підтверджується експериментальними результатами тестування, згідно з якими відсоток правильно знайдених об'єктів становив 96,4% при пошуку ко-

тушок індуктивності на зображенні друкованої плати, 96,2% – при пошуку номерів на зображенні та 98,9% – при пошуку очей на зображенні. Ці результати підкреслюють високі класифікаційні властивості нейронної мережі і підтверджують той факт, що нейронна мережа справді є тим універсальним інструментом, який забезпечує точний та ефективний пошук різних класів об'єктів на зображенні.

Подальші дослідження будуть направлені на розв'язання за допомогою нейронної мережі іншої актуальної задачі розпізнавання образів – задачі ідентифікації об'єктів.

В.Г. Дзюба

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ПОИСКА ОБЪЕКТОВ НА ИЗОБРАЖЕНИИ

Представлен вариант решения задачи поиска различных классов объектов на изображении с помощью нейронных сетей. Экспериментально доказано, что нейронная сеть с высокой точностью и надежностью способна осуществлять поиск катушек индуктивности, автомобильных номерных знаков и глаз на изображении.

V.G. Dzyuba

USE OF NEURON NETWORK FOR OBJECTS DETECTION IN IMAGE

The paper considers the variant for problem solving of different object classes by neuron networks. Specifically, it was experimentally proven that a neuron network with high exactness and reliability can search for coils in image of circuit board, number plates, and eyes in image.

1. *Шапиро Л., Стокман Дж.* Компьютерное зрение / Пер. с англ. – М.: БИНОМ, 2006. – 752 с.
2. *Визильтер Ю.В., Желтов С.Ю., Князь В.А. и др.* Обработка и анализ цифровых изображений с примерами на LabVIEW и IMAQ Vision. – М.: ДМК Пресс, 2007. – 464 с.
3. *Методы компьютерной обработки изображений* / Под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2001. – 784 с.
4. *Olson C.F.* Locating geometric primitives by pruning the parameter space // Pattern Recognition. – 2001. – **34**, N 6. – P. 1247–1256.
5. *Shih-Hao Yu, Jun-Wei Hsieh, Yung-Sheng Chen.* Morphology-based License Plate Detection from Complex Scenes // IEEE Proc. of Intern. Conf. on Pattern Recognition. – 2002. – **3**. – P. 176–179.
6. *Jun-Wei Hsieh, Shih-Hao Yu, Yung-Sheng Chen.* Morphology-based license plate detection in images of differently illuminated and oriented cars // J. of Electronic Imaging. – 2002. – **11**, N 4. – P. 507–516.
7. *Peng Wang, Qiang Ji.* Learning discriminant features for multi-view face and eye detection // Computer Vision and Pattern Recognition. – 2005. – **1**. – P. 373–379.
8. *Torralba A., Murphy K.P., Freeman W.T.* Sharing Visual Features for Multiclass and Multiview Object Detection // IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – 2007. – **29**. – P. 854–869.
9. *Хайкин С.* Нейронные сети: Полный курс / Пер. с англ. – 2-е изд. – М.: Вильямс, 2006. – 1104 с.
10. *Якименко Ю.И., Дзюба В.Г.* Алгоритм автоматического захвата лиц // Тем. вып. “Проблемы электроники”. – К.: Электроника и связь, 2005. – Ч. 2. – С. 88–92.
11. *Freund Y., Schapire R.E.* Experiments with a new boosting algorithm // Machine Learning: Proc. of the 13th Intern. Conf. – 1996. – P. 148–156.
12. *Коваленко Е.Н., Сытник А.В.* Методы выделения номерного знака на изображении // V Междунар. конф. “Интеллектуальный анализ информации ИАИ-2005”. – 2005. – С. 167–177.
13. *Wechsler H.* Reliable Face Recognition Methods System Design, Implementation and Evaluation. – London: Springer Verlag, 2007. – 329 p.
14. *Jesorsky O., Kirchberg K., Frischholz R.* Robust Face Detection Using the Hausdorff Distance // Audio and Video based Person Authentication. – 2001. – P. 90–95.

Рекомендована Радою Науково-дослідного інституту прикладної електроніки НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
24 квітня 2008 року

УДК 621.372.061

Ю.Х. Ніжебецька, О.І. Рибін,
А.П. Ткачук, О.Б. Шарпан

НОРМАЛЬНЕ ДИСКРЕТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ З ДІЙСНИМ ЯДРОМ СИГНАЛУ ДОВІЛЬНОЇ ФОРМИ

Вступ

Оцінка подібності і відмінностей між сигналами заданої форми (які відповідають певному класу при розв'язанні задачі класифікації), а також реакціями досліджуваного об'єкта і тестовими сигналами має велике значення при розв'язанні задач радіотехніки, медицини, механіки тощо [1–3]. Така оцінка, зазвичай, проводиться на базі різних методів, які можна згрупувати в такі класи:

а) детерміновані методи, що оцінюють попадання реалізації досліджуваного сигналу в області n -вимірного гіперпростору, які відповідають певним класам, або відстань між вершиною n -вимірного вектора ознак досліджуваного сигналу і вершиною вектора ознак тестового сигналу [3, 4];

б) імовірнісні методи, що оцінюють вірогідність належності сигналу до наданого класу [1, 3];

в) кореляційні методи, до яких можна віднести класичну лінійну погоджену фільтрацію та її лінійні і нелінійні модифікації [2, 5, 6].

Погоджена фільтрація сигналів знайшла широке застосування для розв'язання задач класифікації внаслідок простоти її реалізації. Але класичні погоджені фільтри мають переваги лише при реєстрації сигналів наданої форми на фоні адитивного білого шуму і мають малу надійність у разі реєстрації сигналу наданої форми з пачки детермінованих сигналів, що ілюструють чисельні результати праці [5]. Тому оцінку ступеня збігу сигналів часто зручно робити в натуральних координатах, як це, наприклад, буває в електротехніці [7] при дослідженні ступеня спотворення гармонійних сигналів за коефіцієнтами гармонік. Але тестові сигнали збігаються за формою з якоюсь трансформантою відомих ортогональних перетворень досить рідко, що ускладнює оцінку подібності досліджуваного і тестового сигналу.

У працях [8, 9] запропоновано методи нормалізації перетворення сигналом (нормалізація за кроком [8]) або сигналу перетворенням (нормалізація за рівнем [9]), для яких спектри трансформант містять тільки одну складову, якщо досліджуваний сигнал тотожний тестовому. Якщо ж сигнали мають незначні розходження, то спектр трансформант буде містити також невеликі за амплітудою вищі спектральні складові, і тоді ступінь розходження можна оцінювати кількісно за коефіцієнтом трансформант [10, 11], який подібний до коефіцієнта гармонік для гармонійних сигналів.

Метод нормалізації сигналу за кроком дозволяє нормалізувати дискретне ортогональне перетворення тільки такими тестовими сигналами, які є гладкими і не мають розривів першого роду [8]. До того ж така нормалізація передбачає нерівномірний крок дискретизації, що створює додаткові незручності. Нормалізація сигналу за рівнем [9] не має обмежень до форми тестового сигналу, але значні складнощі такого перетворення пов'язані з необхідністю "центрувати" як тестовий, так і досліджуваний сигнал. Крім того, координатний базис нормалізованого за рівнем перетворення не дозволяє в подальшому використовувати нормалізовані сигнали при розв'язанні диференціальних рівнянь.

Постановка задачі

Мета статті – створення дискретного матричного оператора нормального ортогонального перетворення з еквідистантною дискретизацією, при якому тестовий сигнал збігається (з точністю до масштабного множника) з першою трансформантою такого перетворення. Ступінь відмінностей і подібності між досліджуваним і тестовим сигналом чисельно оцінюється коефіцієнтом трансформант [10, 11], а реєстрація сигналу (при погодженій фільтрації) виконується за "гостротою" (величиною, оберненою до коефіцієнта трансформант).

Формування матриці нормального перетворення і аналіз одержаних результатів

Для визначеності і простоти ілюстрації виберемо формат перетворення N , який дорівнює восьми, що дасть можливість надалі узагальнити отриманий результат на довільний формат $N = 2^n$, де n – ціле додатне число. Формат перетворення і формат сигналу збігаються. Тому нехай сигнал $x(t)$ на періоді, який дорівнює три-

валості сигналу, задається вектором відліків $\bar{X}_0 = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, де “т” – знак транспонування.

Для одержання нормального перетворення сигналу \bar{X}_0 проведемо ряд перетворень, при кожному з яких кількість ненульових трансформант порівняно з вихідним сигналом буде зменшуватися вдвічі. Дискретним матричним оператором першого з таких перетворень \bar{W}_1 буде блочно-діагональна матриця, головна діагональ якої складається з блоків $\bar{W}_1^{(i)} = \begin{bmatrix} x_{i+1} & x_{i+2} \\ -x_{i+2} & x_{i+1} \end{bmatrix}$.

У результаті перемноження матриці \bar{W}_1 і вектора \bar{X}_0 одержимо стовпець першого (із серії) перетворення $\bar{X}_1 = \bar{W}_1 \bar{X}_0$, де для $N = 8$ матимемо

$$\bar{X}_1 = [(x_1^2 + x_2^2), 0, (x_3^2 + x_4^2), 0, (x_5^2 + x_6^2), 0, (x_7^2 + x_8^2), 0]^T.$$

Для забезпечення ортогональності кратного перетворення матрицю \bar{W}_1 слід нормувати, для чого знайдемо добуток $\bar{W}_1 \bar{W}_1^T = \text{diag}\{\bar{\epsilon}_1\}$, де $\text{diag}\{\bar{\epsilon}_1\}$ – діагональна матриця з елементами головної діагоналі $(x_1^2 + x_2^2)$, $(x_3^2 + x_4^2)$, $(x_5^2 + x_6^2)$, $(x_7^2 + x_8^2)$.

Поділивши рядки матриці \bar{W}_1 на відповідні значення $(x_{i+1}^2 + x_{i+2}^2)^{1/2}$ діагоналі, одержимо матрицю \bar{W}_{1N} , таку, що $\bar{W}_{1N} \bar{W}_{1N}^T = \bar{W}_{1N}^T \bar{W}_{1N} = \bar{E}$, де \bar{E} – одинична матриця.

Тоді частково нормалізований (з чотирма нульовими значеннями) спектр \bar{X}_{1N} має вигляд

$$\bar{X}_{1N} = [\sqrt{x_1^2 + x_2^2}, 0, \sqrt{x_3^2 + x_4^2}, 0, \sqrt{x_5^2 + x_6^2}, 0, \sqrt{x_7^2 + x_8^2}, 0]^T.$$

Для перетворення ненульових значень сигналу \bar{X}_{1N} побудуємо матрицю \bar{W}_2 аналогічно тому, як це було зроблено для матриці \bar{W}_1 , тобто друге перетворення \bar{W}_2 є матрицею, діагональні елементи якої (що відповідають нулям вектора \bar{X}_{1N}) дорівнюють одиницям. Елементи матриці \bar{W}_2 , номера рядків і стовпців яких

відповідають ненульовим елементам вектора \bar{X}_{1N} , мають значення $w_{11} = w_{33} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$, $w_{13} = -w_{31} = \sqrt{x_3^2 + x_4^2}$, $w_{55} = w_{77} = \sqrt{x_5^2 + x_6^2}$, $w_{57} = -w_{75} = \sqrt{x_7^2 + x_8^2}$.

Після відповідного нормування матриці другого перетворення одержимо вектор \bar{X}_{2N} з ненульовими елементами в першому рядку $x_{N2} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}$ і в п'ятому рядку $x_{N5} = \sqrt{x_5^2 + x_6^2 + x_7^2 + x_8^2}$.

Для двох ненульових елементів, що залишилися, побудуємо матрицю \bar{W}_{3N} . Результуюче нормальне перетворення матиме вигляд

$$\bar{W} = \bar{W}_{3N} \bar{W}_{2N} \bar{W}_{1N}. \quad (1)$$

Для виконання умови нормування матриці перетворення розділимо її рядки на $\sqrt{\sum_{i=1}^8 x_i^2}$, позначивши нормовану матрицю \bar{W}_N .

Спектр отриманого нормального перетворення \bar{X}_{NN} запишемо у вигляді

$$\bar{W}_N \bar{X}_0 = \bar{X}_{NN} = \left[\sqrt{\sum_{i=1}^8 x_i^2}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \right]^T.$$

При великому форматі N сигналу \bar{X}_0 кількість часткових перетворень \bar{W}_{iN} при формуванні матриці оператора нормального перетворення в (1) збільшиться, тобто для формату $N = 2^n$ кількість часткових операторів дорівнюватиме n .

Як приклад побудови трансформант нормального перетворення розглянемо пульсограму (рис. 1), зображену на періоді у форматі $N = 32$.

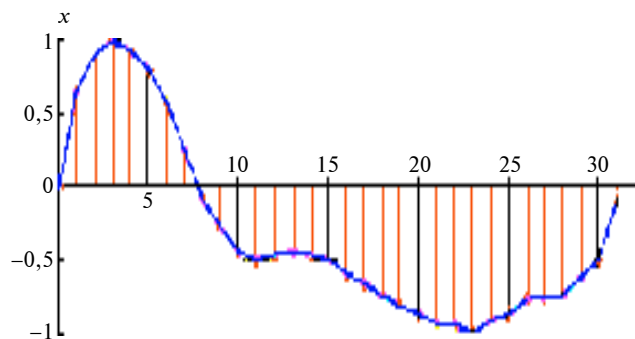


Рис. 1. Пульсограма, взята як еталонний сигнал для формування матриці перетворення

На рис. 2 наведені перша, третя і сімнадцята трансформанти отриманого за допомогою описаного вище алгоритму формування матриці нормального перетворення.

Як видно з цього рисунка, перша трансформанта ненормованої матриці перетворення з точністю до постійного масштабного множника збігається з пульсограмою рис. 1, і всі трансформанти перетворення рис. 2 ортогональні, про що свідчить спектр перетворення \overline{W}_N на рис. 3.

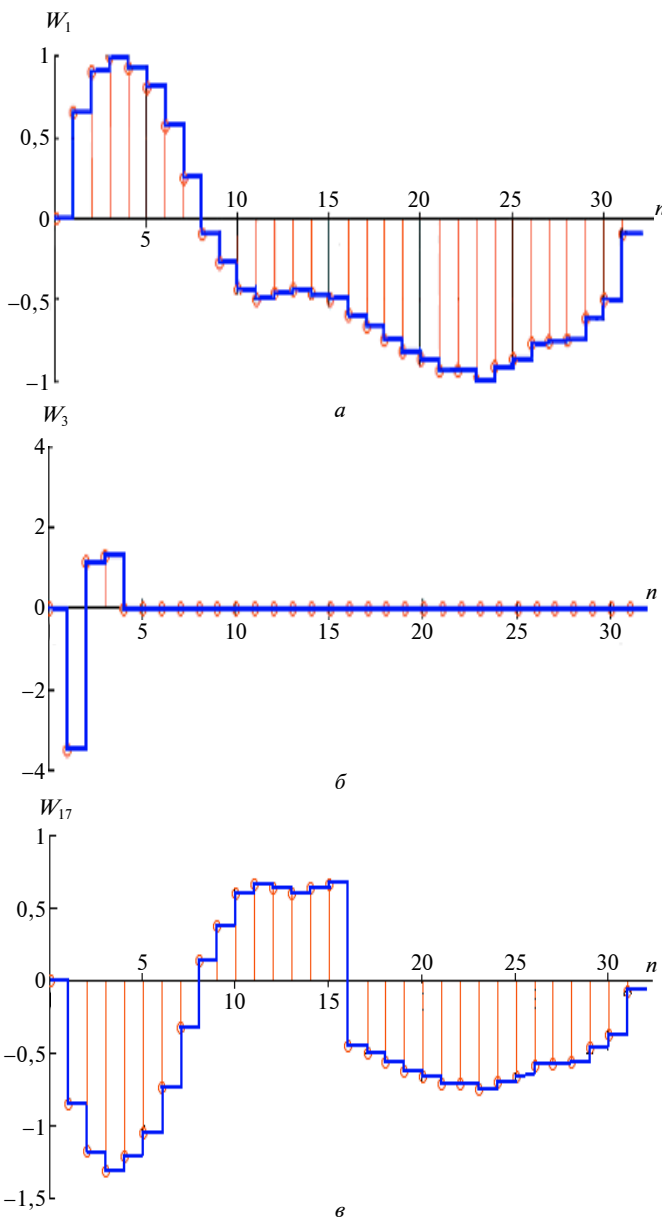


Рис. 2. Перша (а), третя (б) і сімнадцята (е) трансформанти матриці нормального перетворення

Цікаво, що коли за еталонний сигнал взяти одиницю, постійну на періоді, то нормальне перетворення такого сигналу збігатиметься з перетворенням Хаара.

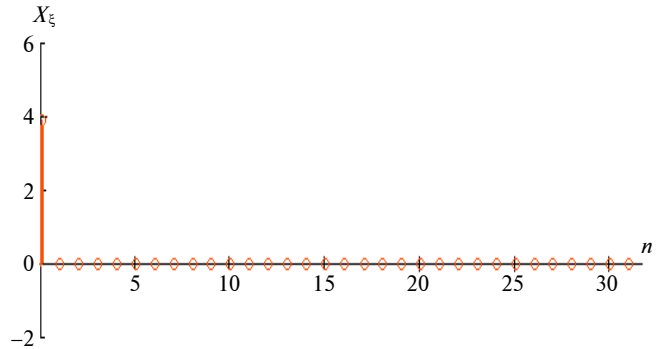


Рис. 3. Спектр еталонного сигналу при еталонному перетворенні

Описану вище процедуру формування нормального дискретного матричного оператора можна використати для одержання перетворення, в якому (в загальному випадку) всі відліки трансформант вищих порядків будуть ненульовими. При цьому перший крок часткового перетворення \overline{W}_{1N} буде таким самим, а для подальших кроків нормалізації для елементів матриці, наприклад \overline{W}_2 , які відповідають нульовим елементам частково нормалізованого вектора \overline{X}_{1N} , у головній діагоналі запишемо в комірках $(i+1)(i+1)$ і $(i+3)(i+3)$ $\sqrt{x_{i+1}^2 + x_{i+2}^2}$. Крім того, в комірках $(i+1)(i+3)$ і $(i+3)(i+1)$ запишемо відповідно $\sqrt{x_{i+3}^2 + x_{i+4}^2}$ і $-\sqrt{x_{i+3}^2 + x_{i+4}^2}$. В цьому випадку, наприклад, матриця перетворення четвертого порядку матиме вигляд

$$\overline{W}_{4N} = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{A} & \frac{x_2}{A} & \frac{x_3}{A} & \frac{x_4}{A} \\ \frac{x_2}{A} & \frac{x_1}{A} & \frac{x_4}{A} & \frac{x_3}{A} \\ -x_1 b & -x_2 b & x_3 a & x_4 a \\ \frac{x_2 b}{A a} & \frac{-x_1 b}{A a} & \frac{x_4 a}{A b} & \frac{x_3 a}{A b} \end{bmatrix},$$

де $A = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}$; $a = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$; $b = \sqrt{x_3^2 + x_4^2}$.

В разі побудови за останнім алгоритмом нормальної матриці восьмого порядку одержимо

$$\overline{\overline{W}}_{8N} = \begin{bmatrix} \frac{x_1}{A} & \frac{x_2}{A} & \frac{x_3}{A} & \frac{x_4}{A} \\ \frac{x_2}{A} & \frac{x_1}{A} & \frac{x_4}{A} & \frac{x_3}{A} \\ \frac{x_1 b}{Aa} & \frac{x_2 b}{Aa} & \frac{x_3 a}{Ab} & \frac{x_4 a}{Ab} \\ \frac{x_2 b}{Aa} & \frac{x_1 b}{Aa} & \frac{x_4 a}{Ab} & \frac{x_3 a}{Ab} \\ \frac{x_1 \beta}{A\alpha} & \frac{x_2 \beta}{A\alpha} & \frac{x_3 \beta}{A\alpha} & \frac{x_4 \beta}{A\alpha} \\ \frac{x_2 \beta}{A\alpha} & \frac{x_1 \beta}{A\alpha} & \frac{x_4 \beta}{A\alpha} & \frac{x_3 \beta}{A\alpha} \\ \frac{x_1 \beta b}{A\alpha a} & \frac{x_2 \beta b}{A\alpha a} & \frac{x_3 \beta a}{A\alpha b} & \frac{x_4 \beta a}{A\alpha b} \\ \frac{x_2 \beta b}{A\alpha a} & \frac{x_1 \beta b}{A\alpha a} & \frac{x_4 \beta a}{A\alpha b} & \frac{x_3 \beta a}{A\alpha b} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{x_5}{A} & \frac{x_6}{A} & \frac{x_7}{A} & \frac{x_8}{A} \\ \frac{x_6}{A} & \frac{x_5}{A} & \frac{x_8}{A} & \frac{x_7}{A} \\ \frac{x_5 d}{Ac} & \frac{x_6 d}{Ac} & \frac{x_7 c}{Ad} & \frac{x_8 c}{Ad} \\ \frac{x_6 d}{Ac} & \frac{x_5 d}{Ac} & \frac{x_8 c}{Ad} & \frac{x_7 c}{Ad} \\ \frac{x_5 \alpha}{A\beta} & \frac{x_6 \alpha}{A\beta} & \frac{x_7 \alpha}{A\beta} & \frac{x_8 \alpha}{A\beta} \\ \frac{x_6 \alpha}{A\beta} & \frac{x_5 \alpha}{A\beta} & \frac{x_8 \alpha}{A\beta} & \frac{x_7 \alpha}{A\beta} \\ \frac{x_5 \alpha d}{A\beta c} & \frac{x_6 \alpha d}{A\beta c} & \frac{x_7 \alpha c}{A\beta d} & \frac{x_8 \alpha c}{A\beta d} \\ \frac{x_6 \alpha d}{A\beta c} & \frac{x_5 \alpha d}{A\beta c} & \frac{x_8 \alpha c}{A\beta d} & \frac{x_7 \alpha c}{A\beta d} \end{bmatrix},$$

де $A = \sqrt{\sum_{i=1}^8 x_i^2}$; $a = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$; $b = \sqrt{x_3^2 + x_4^2}$; $c = \sqrt{x_5^2 + x_6^2}$; $d = \sqrt{x_7^2 + x_8^2}$; $\alpha = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2}$; $\beta = \sqrt{x_5^2 + x_6^2 + x_7^2 + x_8^2}$.

Тепер на основі аналізу виду матриць нормального перетворення різних порядків побудуємо алгоритм безпосереднього формування цієї матриці, не вдаючись до складання матриць нижчого порядку і знаходження їх добутку, оскільки

для великих значень N цей процес є досить трудомістким.

Отже, $\overline{\overline{W}}_N$ будемо розглядати кожний елемент матриці $\overline{\overline{W}}_N$ як добуток кількох множників, вид яких визначиться місцем розташування елемента в тому чи іншому рядку/стовпці $i, j \in \overline{1, n}$ матриці нормального перетворення:

$$|W_{Ni,j}| = \frac{1}{A} M_{i,j} \prod M_{i,j}^k. \quad (2)$$

Для парних рядків i матриці до складу елемента $W_{Ni,j}$ згідно з виразом (2) входить множник $M_{i,j}$, що дорівнює j -му відліку сигналу, на основі якого формується матриця перетворення. Для непарних рядків i матимемо $M_{i,j} = x_{j-1}$, якщо у стовпця j парний номер, і $M_{i,j} = x_{j+1}$, якщо непарний.

Далі для матриці форматом $N = 2^n$ потрібно провести $n - 1$ аналогічну операцію з визначення виду множників $M_{i,j}^k$. Для цього розіб'ємо послідовність відліків еталонного сигналу по парах значень, позначивши їх як $f_1^1, f_2^1, \dots, f_{N/2}^1$, потім по четвірках, одержавши множини $f_1^2, f_2^2, \dots, f_{N/4}^2$. З кожних чотирьох рядків матриці нормального перетворення для останніх двох характерним є множник $M_{i,j}^1$, що визначається вже наявним у комірках матриці множником $M_{i,j}$. Таким чином, якщо останній належить множині значень f_z^2 , то

$$M_{i,j}^1 = \begin{cases} \frac{\sqrt{x_{4z-1}^2 + x_{4z}^2}}{\sqrt{x_{4z-3}^2 + x_{4z-2}^2}} & \text{при } M_{i,j} \in f_{2z-1}^1, \\ \frac{\sqrt{x_{4z-3}^2 + x_{4z-2}^2}}{\sqrt{x_{4z-1}^2 + x_{4z}^2}} & \text{при } M_{i,j} \in f_{2z}^1. \end{cases}$$

Значення множника $M_{i,j}^2$ знаходимо аналогічно. Розбиваємо послідовність значень вихідного сигналу по вісім відліків, одержуючи в такий спосіб множини $f_1^3, f_2^3, \dots, f_{N/8}^3$. Множник $M_{i,j}^2 \in$ в останніх чотирьох рядках матриці перетворення з кожних восьми i залежить від вже наявного в комірці (i, j) матриці множника $M_{i,j}$, так що якщо він належить множині f_z^3 , то

$$M_{i,j}^2 = \begin{cases} \sqrt{\sum_{l=8z-3}^{8z} x_l^2} & \text{при } M_{i,j}^2 \in f_{2z-1}^2, \\ \sqrt{\sum_{l=8z-7}^{8z-4} x_l^2} & \\ \sqrt{\sum_{l=8z-7}^{8z-4} x_l^2} & \text{при } M_{i,j}^2 \in f_{2z}^2, \\ \sqrt{\sum_{l=8z-3}^{8z} x_l^2} & \end{cases}$$

і так далі для всіх множників виду $M_{i,j}^k$ при $k \leq n-1$.

Значення параметра A для формули (2) визначається з умови нормування матриці нормального перетворення як $\sqrt{\sum_{i=1}^N x_i^2}$.

Перша і п'ята трансформанти для отриманого нормального перетворення при операторі перетворення 32-го порядку наведені на рис. 4.

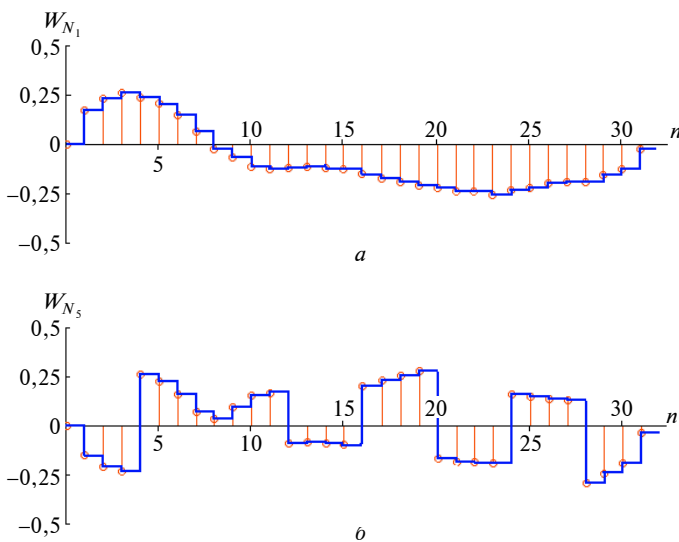


Рис. 4. Перша (а) і п'ята (б) трансформанти нормованої матриці нормального перетворення, для якого всі відліки трансформант є ненульовими

Відзначимо, що якщо в основу побудови матриці нормального перетворення за наведеним вище алгоритмом покласти одиницю, постійну на періоді, то воно збігатиметься з перетворенням Уолша—Адамара.

У випадку, коли за еталонний сигнал взята перша трансформанта косинусного перетворення, запропонована вище процедура формування нормального перетворення дає систему функцій,

що дуже відрізняються від косинусних (рис. 5, на якому наведені перші чотири складові нормального перетворення (а–г) при еталонному сигналі у вигляді першої косинусної трансформанти).

Спектри сигналу, тотожного першій трансформанті, і спотвореного сигналу (рис. 6, а) наведені на рис. 3 і б, б, відповідно.

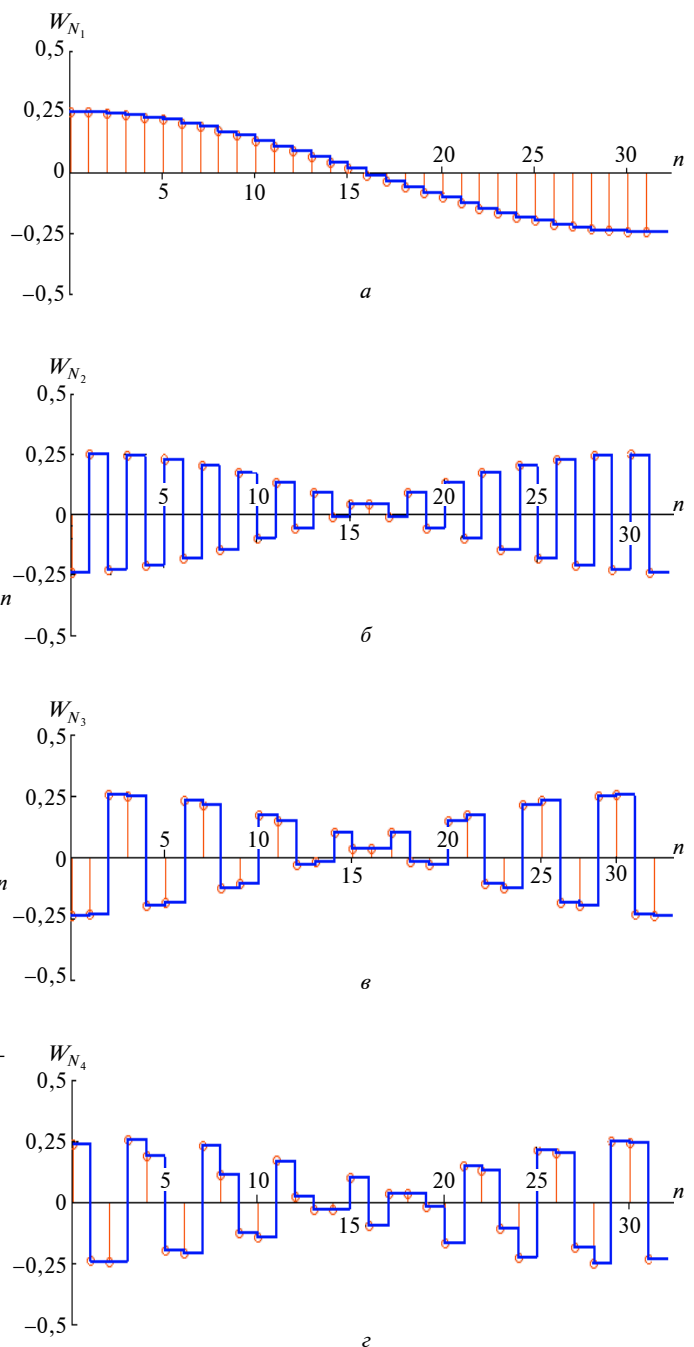


Рис. 5. Трансформанти нормального перетворення при еталонному сигналі у вигляді першої трансформанти косинусного перетворення

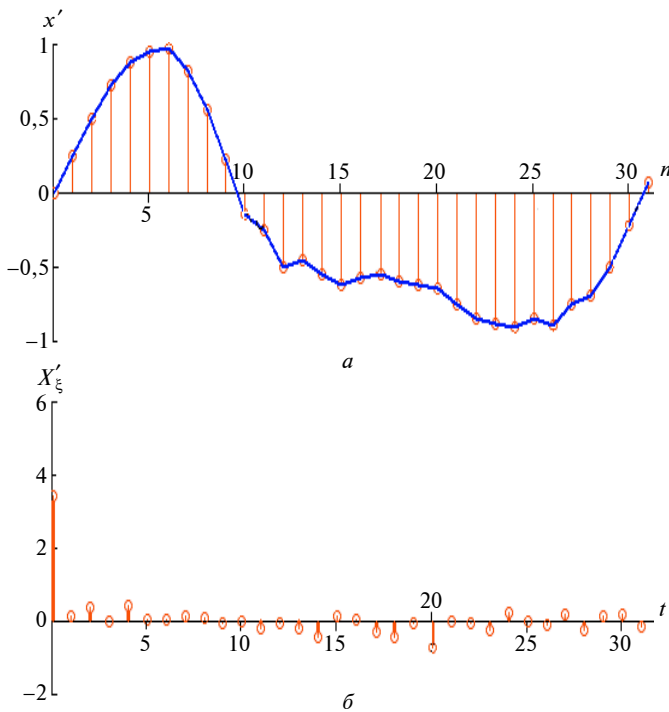


Рис. 6. Спотворений сигнал і його спектр при застосуванні до нього нормального перетворення

Висновки

Запропоновано метод створення матричного оператора дискретного ортогонального перетворення, для якого перша трансформанта збігається з тестовим сигналом, та алгоритм безпосереднього формування такого перетворення порядку N , що дає можливість значно зменшити операційні похибки за рахунок обмеженої роз-

рядності операндів, які виникають при безпосередньому множенні часткових нормальних операторів \overline{W}_{N_i} .

Еквідистантний крок дискретизації при нормальному перетворенні дає змогу використовувати відомі методи (різницеві і спектральні) при аналізі проходження сигналів електричними колами. Апаратурна реалізація процедури нормалізації, зазвичай, передбачає еквідистантну дискретизацію, що теж свідчить про позитивні властивості методу нормалізації.

Застосування для оцінки подібності та розбіжності тестового і досліджуваного сигналів коефіцієнта трансформант дозволяє давати чисельну оцінку міри такої подібності.

Реєстрацію сигналів заданої форми в пачці детермінованих сигналів (нормальна погоджена фільтрація) у вікні, довжина якого дорівнює довжині тестового сигналу, зручно проводити, використовуючи “гостроту”, що є перевагою порівняно з класичною погодженою лінійною фільтрацією.

Запропоноване перетворення може знайти широке застосування при реєстрації сигналів на даної форми при аналізі медичних, радіотехнічних та інших сигналів. Розробка двовимірного нормального ортогонального дискретного перетворення на базі запропонованих алгоритмів дасть змогу в подальшому реєструвати двовимірні образи (обличчя, підписи, відбитки пальців тощо).

Ю.Х. Нижебецкая, А.И. Рыбин, А.П. Ткачук,
О.Б. Шарпан

НОРМАЛЬНОЕ ДИСКРЕТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ
С ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ ЯДРОМ СИГНАЛА ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Предложен метод формирования дискретного ортогонального преобразования, названного нормальным, при котором спектр преобразования для тестового сигнала произвольной формы будет содержать только одну ненулевую трансформанту.

Yu.Kh. Nizhebetska, O.I. Rybin, A.P. Tkachuk,
O.B. Sharpan

NORMAL DISCRETE TRANSFORMATION WITH
THE REAL CORE OF THE ARBITRARY SHAPE
SIGNAL

In this article, the method of formation of the discrete orthogonal transformation, named normal, is proposed. The transformation spectrum has only one nonzero transformation for the arbitrary shape test signal.

1. *Экспертные системы в медицине* / А.Н. Продеус, Е.Н. Захрабова. – К.: ВЕК+, 1998. – 320 с.
2. *Финк Л.М.* Теория передачи дискретных сообщений. – Изд. 2-е, перераб., доп. – М.: Сов. радио, 1970. – 728 с.
3. *Абакумов В.Г., Рибін О.І., Сватош Й.* Біомедичні сигнали. Генезис, обробка, моніторинг. – К.: Нора-прінт, 2001. – 516 с.
4. *Ахмед Н., Рао К.* Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов / Пер. с англ.; Под общ. ред. Н.Б. Фоменко. – М.: Связь, 1980. – 248 с.
5. *Ян И.* Нелинейные согласованные фильтры для анализа различий // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1999. – № 6. – С. 51–58.
6. *Гоноровский И.С.* Радиотехнические цепи и сигналы. Ч. II. – М.: Сов. радио, 1967. – 328 с.
7. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи: Учеб. для вузов. – 10-е изд. – М.: Гардарики, 2002. – 638 с.
8. *Рыбин А.И.* Нормализация дискретных ортогональных преобразований тестовым сигналом // Радиоэлектроника. – 2004. – № 7. – С. 39–46.
9. *Мельник А.Д., Рибін О.І.* Нормалізація тестового сигналу із збереженням еквідистантного кроку дискретизації // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Радіотехніка, радіоапаратуробудування. – 2007. – Вип. 34. – С. 24–29.
10. *Рибін О.І., Сакалош Т.В., Шарпан О.Б.* Аналіз пульсограм на базі процедури нормалізації ортогональних перетворень REX // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2005. – № 4. – С. 25–33.
11. *Рыбин А.И., Шарпан О.Б., Григоренко Е.Г., Сакалош Т.В.* Коэффициенты трансформант нормализованных ортогональных преобразований и диагностика пульсограм // Вісник НТУУ "КПІ". Сер. Приладобудування. – 2005. – Вип. 30. – С. 148–156.

Рекомендована Радою радіотехнічного факультету НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
21 січня 2008 року

ЕНЕРГЕТИКА ТА ЕНЕРГОГЕНЕРУЮЧІ ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 628.5.66.002.8

Я.М. Корнієнко, Д.В. Дорошенко,
А.С. Філінков, П.М. Магазій

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ДИСПЕРСНИХ БАГАТОФАЗНИХ СИСТЕ- МАХ

Вступ

Застосування техніки псевдозрідження для зневоднення рідких композитних розчинів, що містять мінеральні й гумінові речовини, дає можливість одержувати багатошарові тверді композити розмірами 1,5–4,5 мм з рівномірним розподіленням компонентів по всьому об'єму, які належать до гуміново-мінеральних добрив нового покоління [1].

Особливість запропонованого методу [2] полягає в утворенні на поверхні центрів грануляції надтонкої плівки рідкої фази, з якої після випаровування розчинника утворюється шар мікрочастин мінеральних компонентів та колоїдних частинок гумінових речовин. Цикл повторюється багатократно, що забезпечує утворення багатошарової структури гранул.

Проведені дослідження показали, що підвищення ефективності гуміново-мінеральних добрив спостерігається при введенні до їх складу сполук кальцію. У цьому випадку рідка фаза є гетерогенною і процес гранулоутворення багатошарових композитів суттєво ускладнюється за рахунок підвищення вірогідності утворення агломератів. Порушення механізму багатошарового гранулоутворення відбувається при перезволоженні гранул у зоні зрошення.

Тому доцільно провести вимірювання температурного поля в околі диспергатора і порівняти його із значеннями температур у характеристичній точці, за якою відбувається регулювання витрат рідкої фази.

Постановка задачі

Задачею експериментальних досліджень було дослідження динаміки зміни температури при гранулоутворенні гуміново-кальцієво-азотних багатошарових композитів із рідких систем в апараті з псевдозрідженим шаром.

Експериментальні дослідження

Вимірювання температурного поля здійснювалось при проведенні безперервного процесу гранулоутворення багатошарових гуміново-каль-

цієво-азотних композитів, які містили гумат, кальцій та азот у співвідношенні Г:К:N = 1:10:16 в камері гранулятора, що має форму паралелепіпеда з розмірами $A \times B \times H = 0,3 \times 0,1 \times 1,2$ (м³). При цьому еквівалентний діаметр частинок D_e у псевдозрідженому шарі змінювався в межах 2,15–2,2 мм, число псевдозрідження K_w підтримувалось на рівні $1,2 \pm 0,05$, коефіцієнт гранулоутворення ψ змінювався в інтервалі 85–95%.

Диспергування рідкої фази здійснювалось дисковим диспергатором.

В апараті з псевдозрідженим шаром (рис. 1) створено направлений вертикальний рух: біля правої вертикальної стінки – висхідний, біля лівої – низхідний. Внаслідок цього прискорюється рух частинок через зони зрошення в околі диспергатора та збільшується інтенсивність тепломасообміну безпосередньо біля газорозподільного пристрою.

Безінерційна термопара 2, показання якої реєструються потенціометром А565-7 і за якими відбувається регулювання витрат розчину, має координати $z_T = 190$ мм, $y_T = 40$ мм, $x_T = 230$ мм, центр робочої поверхні диспергатора – $z_d = 220$ мм, $y_d = 50$ мм, $x_d = 150$ мм, висота псевдозрідженого шару – $z_0 = h_0 = 500$ мм.

У камері гранулятора (див. рис. 1) на висоті $z_1 = 220$ мм і відстані $y_1 = 60$ мм від задньої стінки гранулятора в низхідному потоці зернистого матеріалу розміщується блок термопар 1. Він складається з шести хромель-копелевих термопар у металевих трубках діаметром 1 мм з координатами корольків: $x_1 = 150$ мм, $x_2 = 140$ мм, $x_3 = 130$ мм, $x_4 = 115$ мм, $x_5 = 95$ мм, $x_6 = 75$ мм і лежить в одній горизонтальній площині з віссю диспергатора 3 ($z_1 = 220$, $y_1 = 55$) на відстані $\Delta y_1 = 5$ мм до площини диспергування рідини.

Одночасне вимірювання семи значень температур проводилось модульним комплектом, в який входить багатоканальний модуль збору даних RS-485 (I-7018) з конвертером RS-485 (I-7520) з частотою 1 с. Обробка цифрових сигналів та побудова графічних залежностей проводилась за допомогою пакетів Laboratory National Instrument Engineering Workbench (LabVIEW) та Microsoft Office Excel. Тривалість досліду щодо визначення кінетичних характеристик процесу гранулювання гуміново-кальцієво-азотних багатошарових композитів становила 240 хв.

На рис. 2 наведено динаміку зміни температур після 150 хв безперервної роботи гранулятора. При цьому еквівалентний діаметр частинок у шарі становить $D_e = 2,2$ мм, число псевдо-

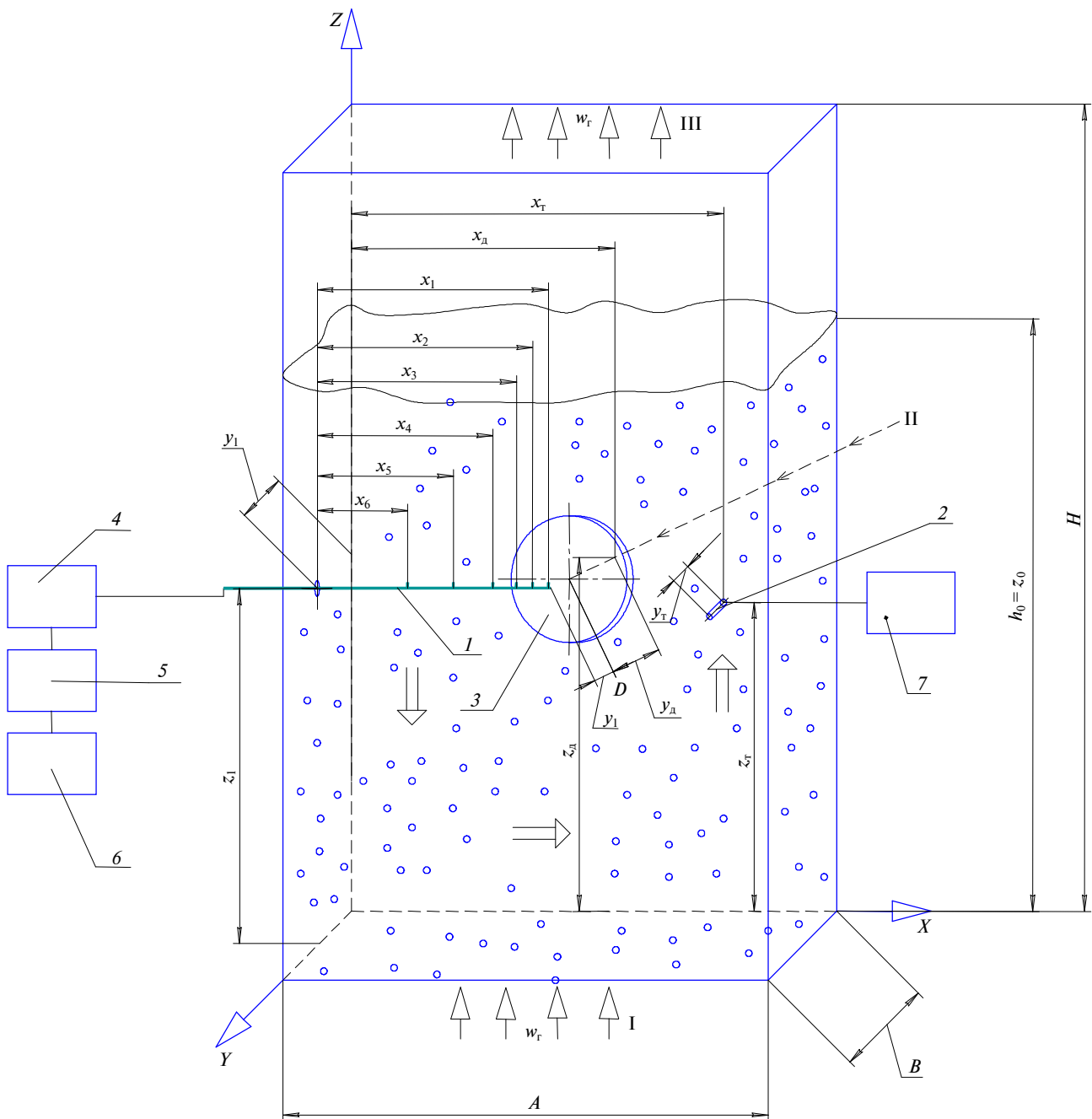


Рис. 1. Схема вимірювання температурного поля в апараті: I – підведення нагрітого газового теплоносія; II – подача рідкої фази на диспергування; III – відведення відпрацьованого теплоносія; 1 – блок термопар; 2 – безінерційна термопара; 3 – диспергатор; 4 – модуль збору даних; 5 – інтерфейс; 6 – ЕОМ; 7 – потенціометр А565

зрідження – $K_v = 1,2$ і коефіцієнт гранулоутворення – $\psi \geq 90\%$. Протягом 40с проходило прогрівання зонда, після чого проводилося вимірювання температури. Одночасно з температурами T_1 – T_6 термопарою 2 (див. рис. 1) реєструвались значення температури шару $T_{ш}$, зображених кривою 7 на рис. 2.

Температури, які вимірювались у точках термопар 3 і 4 ($x_3 = 130$ мм і $x_4 = 115$ мм, рис. 2), лежали у межах 60–76°C, були мінімальними в спектрі виміряних температур. Експериментальні залежності $T_3 = f(\tau)$ і $T_4 = f(\tau)$ відрізнялись від інших великою амплітудою і частотою зміни значень. Це свідчить про те, що в цих точ-

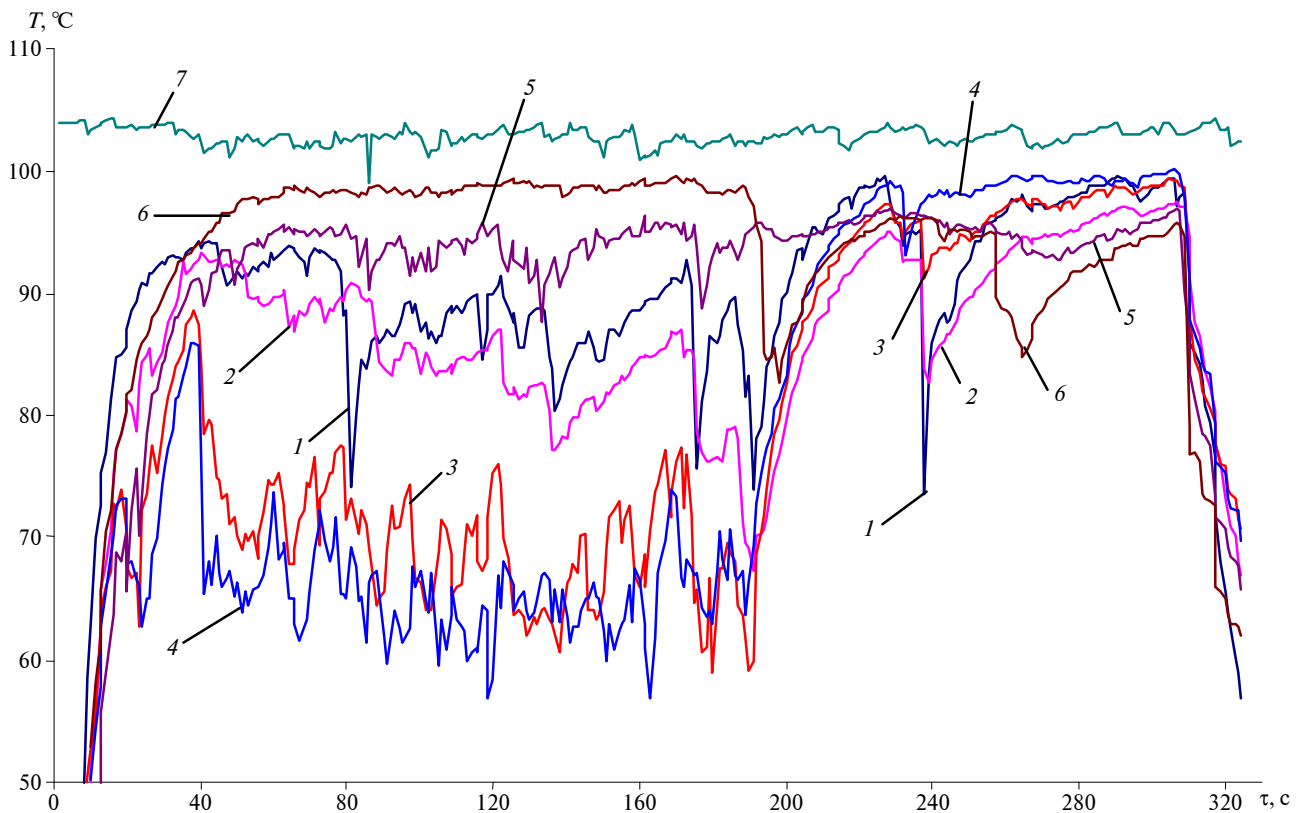


Рис. 2. Динаміка зміни температурного поля на 150 хв процесу грануляції при $D_e = 2,15$ мм і щільності поверхні зрошення $a_f = 0,33$ кг вологи/(m^2 ·год); номери і координати термопар: 1 – $x_1 = 150$ мм; 2 – $x_2 = 140$ мм; 3 – $x_3 = 130$ мм; 4 – $x_4 = 115$ мм; 5 – $x_5 = 95$ мм; 6 – $x_6 = 75$ мм; 7 – $x_7 = 230$ мм, $y_r = 40$ мм, $z_r = 190$ мм

ках до системи зернистий матеріал–газовий теплоносії додається ще й рідка фаза у вигляді дрібних крапель із нерівномірним спектром диспергування.

При наближенні до осі обертання диспергатора на відстань $x_1 = 150$ мм і $x_2 = 140$ мм (точки термопар 1 і 2) температури набували більших значень: 80–92 °С, за винятком локальних екстремумів при $\tau = 80, 138, 178, 190, 239$ с. Це пов'язано з тим, що зволожені гранули підіймалися знизу висхідним потоком і їх поверхня і вся система гранули–теплоносії встигали прогріватися за рахунок внутрішнього запасу тепла гранул. Значення температури в найбільш віддалених від осі обертання диспергатора точках термопар 5 і 6 ($x_5 = 95$ мм і $x_6 = 75$ мм), де інтенсивність масообмінних процесів незначна, температури досягали максимальних значень – 92–99 °С (див. рис. 2), тобто в інтервалі часу вимірювання $40 \leq \tau \leq 190$ с спостерігалось інтенсивне диспергування рідкої фази в псевдозріджений шар, що підтверджується динамічним розподіленням температур по довжині апарата.

Такий характер зміни температур пояснюється існуванням зони диспергування рідкої фази з великою щільністю зрошення.

На рис. 3 наведено розподілення температур, які визначались зондом у вертикальній площині по довжині апарата в шести точках. У період активної фази диспергування на відстані 20–40 мм від осі обертання диспергатора в точках термопар 3 і 4 спостерігалась зниження температури в псевдозрідженому шарі до 63–67 °С. Але на відстані 50 мм від осі диспергатора відбувалось зростання і стабілізація температури до 98 °С ($\tau = 50; 100; 150$ с).

Характерною особливістю процесу є те, що починаючи з 190 с суттєво зменшуються витрати рідкої фази, про що свідчить підвищення значень температур в точках термопар 3 і 4. При $\tau = 200$ с відбувалось підвищення температури до 92–99 °С (див. рис. 3). Це показує наявність інтенсивного перемішування зернистого матеріалу у всьому об'ємі шару.

Порівнюючи динаміку зміни температури $T_{ш} = f(\tau)$ в характеристичній точці по кривій 7 та динаміку зміни температур в точках, вимірних зондом (див. рис. 2), можна відзначити, що ці характеристики суттєво відрізняються. Подача рідкої фази є періодичною, з різною інтенсив-

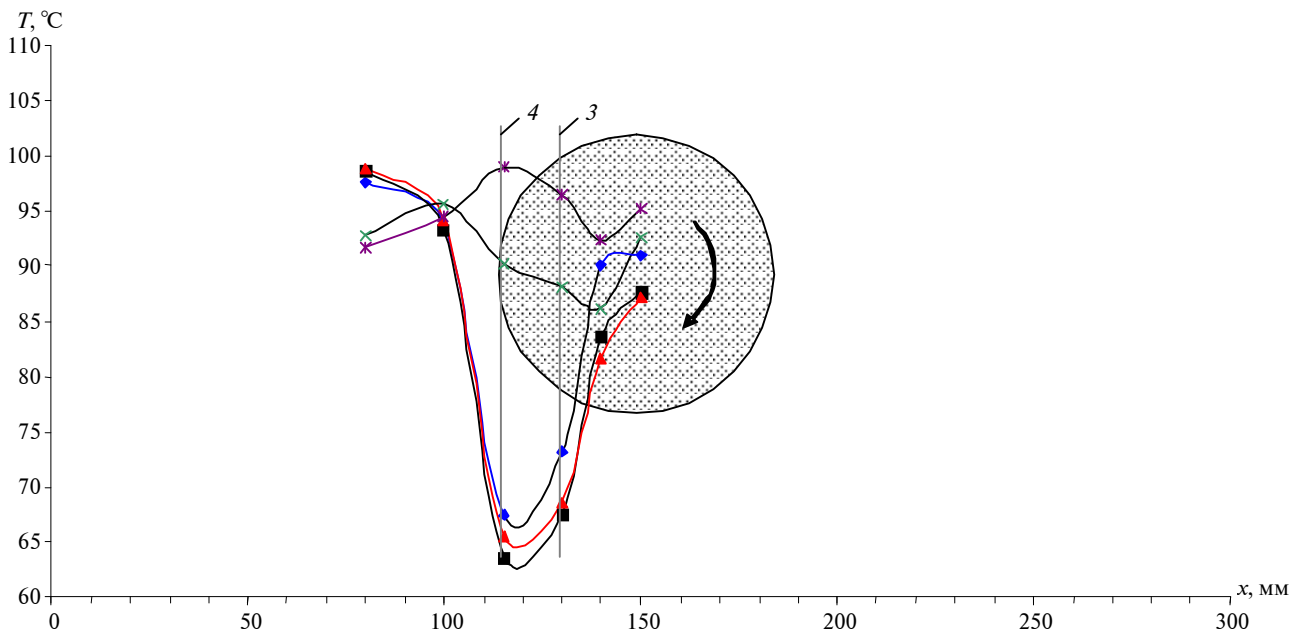


Рис. 3. Зміна температури в зоні диспергування у вертикальній площині при фіксованих значеннях часу при $T_{ш} = 102^\circ\text{C}$; $K_w = 1,2$; $D_e = 2,14\text{--}2,18$ мм; $a_f = 0,319\text{--}0,343$ кг вологи/($\text{м}^2\cdot\text{год}$); $\psi = 85\%$; час вимірювання: \blacklozenge – 50 с; \blacksquare – 100 с; \blacktriangle – 150 с; \blackast – 200 с; \blackcross – 250 с

ністю. В інтервалі часу $40 \leq \tau \leq 190$ с спостерігалось розділення температур залежно від координати їх розташування, тобто існувала зона інтенсивного зрошення, яка ідентифікується пониженим значенням температур і, в міру збільшення відстані точок вимірювання від осі обертання диспергатора, температура підвищувалась і наближалась до значень $T_{ш}$. І тільки після того, як відбувалось суттєве зниження температури в точці б з 98 до 85°C , яка максимально віддалена від осі обертання диспергатора, автоматичним регулятором припинялась подача рідкої фази, що підтверджується підвищенням температури вище 90°C у всіх точках (див. рис. 2).

Проведені експериментальні дослідження температурного поля при локальному способі введення рідкої фази доводять, що максимальне зниження температури до $63\text{--}64^\circ\text{C}$ і суттєва деформація температурного поля спостерігалась на відстані 5–10 мм від краю робочого органа диспергатора, що могло призвести до утворення агломератів. Тому для запобігання цього явища доцільно збільшувати число точок введення рідкої фази або збільшувати число псевдозрідження до $K_w = 1,5\text{--}1,7$.

Таким чином, деформація температурного поля в грануляторі з дисковим диспергатором здійснюється в обмеженій зоні і залежить від витрати рідкої фази, яка диспергується, а стабілізація температурного поля відбувається завдяки інтенсивному перемішуванню зернистого шару.

Висновки

Результати експериментальних досліджень дають можливість оцінити інтенсивність циркуляції зернистого матеріалу при гранулюванні багатосарових композитів у псевдозрідженому шарі з рідких систем.

Процес гранулоутворення гуміново-кальцієво-азотних багатосарових композитів здійснюється при мінімальному числі псевдозрідження $K_w = 1,2$, щільності зрошення вологою поверхні $a_f = 0,34$ кг вологи/($\text{м}^2\cdot\text{год}$) та коефіцієнтом гранулоутворення $\psi > 85\%$.

В разі збільшення продуктивності доцільно збільшити кількість диспергаторів.

У подальшому необхідно встановити вплив розглянутих вище параметрів на стійкість кінетики гранулоутворення при одержанні продукту із заданим дисперсним складом в межах 1,5–4,5 мм.

Я.Н. Корниенко, Д.В. Дорошенко, А.С. Филінков,
П.Н. Магазій

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В
ДИСПЕРСНЫХ МНОГОФАЗНЫХ СИСТЕМАХ

Исследовано температурное поле при проведении процесса грануляции в аппарате с псевдоожигенным слоем. Определены основные закономерности его изменения. Предложена новая методика измерения и обработки полученных результатов.

Ya.M. Korniyenko, D.V. Doroshenko, A.S. Filinkov,
P.M. Magaziy

STUDY OF THE TEMPERATURE FIELD DISPER-
SE POLYPHASE SYSTEM

The study considers the temperature field in the fluid bed apparatus during the granulation process. Specifically, the main regularity of its change is defined, and the new measuring technique and the obtained results processing is proposed.

1. *Корнієнко Я.М., Мехед Є.П.* Дослідження кінетики процесу гранулоутворення гуміново-мінеральних добрив при утилізації промислових відходів // Екологія довкілля та безпека життєдіяльності. – 2004. – № 6. – С. 79–82.
2. *Пат. 4465 Україна, МПК C05 G1/00.* Спосіб виготовлення гранулоутворених агрономінеральних добрив / Я.М. Заграй, Я.М. Корнієнко. – № 93121640; Заявл. 21.05.93; Опубл. 27.12.94; Бюл. № 6.

Рекомендована Радою інженерно-хімічного факультету НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
7 квітня 2008 року

УДК 532.57

В.М. Турик, В.В. Бабенко,
В.А. Воскобійник, А.В. Воскобійник

ШВИДКОСТІ В ПРИМЕЖОВОМУ ШАРІ НАД ПЛАСТИНОЮ З НАПІВЦИЛІНДРИЧНИМ ЗАГЛИБЛЕННЯМ

Вступ

Заглиблення різноманітної конфігурації і форми часто трапляються при зовнішньому обтіканні поверхонь різноманітних апаратів та конструкцій, що може істотно впливати на гідроаеродинамічний опір та тепломасообмін, навіть викликаючи нештатні й аварійні ситуації (наприклад, при стійкому утворенні в нішах аеродинамічних поверхонь літальних апаратів небезпечної за концентрацією паливо-повітряної суміші). Залежно від режимів обтікання та геометричних параметрів таких неоднорідностей усередині них формуються складні вихрові течії. При достатньо високих швидкостях потоку відбувається відрив примежового шару з передньої кромки заглиблення та його удар об задню (кормову) частину заглиблення. При цьому всередині заглиблення утворюється циркуляційна течія, що породжує великомасштабні вихрові системи та дрібномасштабні вихори, кількість яких збільшується із зростанням швидкості потоку вздовж обтічної поверхні [1, 2]. Взаємодія вихрових структур шару змішування, який утворюється під час відриву примежового шару, з кормовою стінкою геометричної неоднорідності призводить до генерації автомоделних коливань усередині порожнини [3, 4]. При цьому відбуваються періодичні викиди вихрових систем у примежовий шар, що формується над обтічною поверхнею. Таким чином, наявність локальних заглиблень викликає певні зміни в структурі примежового шару над всією поверхнею. Незважаючи на те, що проблема сягає ще до відомих постановок М.О. Лаврентьєва і Б.В. Шабата більше 40 років тому, а також на різноманітність подальших теоретичних та експериментальних робіт у цьому напрямку, доводиться констатувати недостатню вивченість, а часом і явну суперечливість даних щодо кінематичних особливостей потоку, який обтікає поверхню з локальним заглибленням. Велика складність реальних гідродинамічних процесів, що визначають характеристики обтікання, перешкоджає застосуванню чисто теоретичних або розрахункових засобів аналізу і спонукає висуванню на перший план експериментальних методів дослідження.

Постановка задачі

Локальні відривні зони, організовані ансамбллі вихорів та їх викиди із заглиблень в основний потік з різною періодичністю можуть значно активізувати процеси переносу в рідині, а при відповідних крайових умовах не тільки несуттєво збільшувати втрати енергії потоків, а й зменшувати їх (найбільш типові приклади дає гідробіоніка) [1–4]. Аргументоване використання тих чи інших видів заглиблень у конкретних технічних пристроях передбачає більш детальне розуміння структури течії поблизу них. У запропонованій статті ставиться задача експериментального дослідження впливу локальної обтічної напівциліндричної канавки, яка розміщена поперек вектора швидкості потоку, що набігає, на осереднені в часі кінематичні характеристики примежового шару над плоскою поверхнею для різних режимів обтікання.

Експериментальне устаткування і методика дослідження

Експериментальні дослідження структури течії в напівциліндричному заглибленні, а також вивчення впливу його на примежовий шар, утворений над пластиною з канавкою, було проведено на аеродинамічному стенді. Стенд, куди входять пневмометричні контрольно-вимірювальні засоби, було розроблено та виготовлено В.М. Туриком. Деяке допоміжне оснащення та термоанемометр було надано Інститутом гідромеханіки НАН України. Основою стенда є аеродинамічна труба відкритого типу, що працює на всмоктування повітря, з робочою частиною з внутрішнім діаметром $d_0 = 0,102$ м [5]. Вимірювальна ділянка труби – це прозора циліндрична вставка з органічного скла з таким же внутрішнім діаметром і завдовжки близько 0,7 м. Перед вимірювальною ділянкою розміщена заспокійлива вхідна частина завдовжки майже 0,4 м і діаметром 0,102 м. Забірник повітря завдовжки до 0,1 м спрофільовано за законом лемніскати для забезпечення безвідривного входу потоку з достатньо рівномірним профілем швидкості і тиску. Кормова частина вимірювальної ділянки плавно переходить у прямолінійний проточний тракт аеродинамічної труби такого ж діаметра і довжиною, що перевищує п'ять його калібрів. Кінцева частина труби через дифузор та гумову вібродемпфуючу вставку підключена до всмоктуючого патрубку відцентрового вентилятора.

В осьовому горизонтальному перерізі вимірювальної ділянки аеродинамічної труби вздовж поздовжньої осі вмонтовувалася плоска гідравлічно гладка пластина. Пластина виготовлена з листового оргскла завтовшки 0,004 м та укріплено ребрами жорсткості з нижньої (неробочої) сторони. Довжина її 0,635 м, ширина дорівнює внутрішньому діаметру вимірювальної ділянки труби. Носова і кормова частини пластини були загострені для забезпечення їх безвідривного обтікання.

На обтічній поверхні пластини в спеціально зробленій ніші було встановлено відкритий напівциліндр з незначним заглибленням поздовжньої осі відносно площини пластини (рис. 1). Він закріплювався в зануреному положенні всередині прямокутного паралелепіпеда (короба), виготовленого з органічного скла. У свою чергу, короб приклеювався до нижньої (неробочої) сторони пластини. Поздовжня вісь напівциліндричного заглиблення розміщувалася на відстані 0,514 м від переднього краю пластини перпендикулярно середній швидкості U_0 потоку, що набігає. Радіус заглиблення R становив 0,00925 м, а глибина і довжина – 0,0115 м і 0,081 м, відповідно. Вимірювання вздовж поздовжньої осі заглиблення показали, що збурення, які вносяться боковими стінками канавки, є незначними, тому їх вплив на профілі швидкості в центральній частині канавки можна не враховувати.

У верхній частині прозорі вимірювальної ділянки аеродинамічної труби встановлювався координатний пристрій, в якому за допомогою відповідних держаків і вузлів кріплення фіксувалися дротяні термоанемометричні датчики фірми “DISA Elektronik”. Координатний пристрій, обладнаний мікрометричними головками, забезпечував лінійні переміщення термоанемометричних датчиків з похибкою $1 \cdot 10^{-5}$ м. Установ-

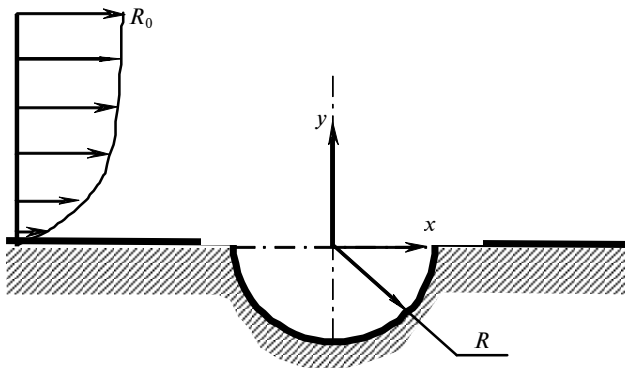


Рис. 1. Схема розташування напівциліндричного заглиблення на поверхні плоскої пластини і система координат, що використовується

ка датчиків над досліджуваною поверхнею, а також розміщення вимірювальної пластини контролювалися за допомогою лазерного променя, який через систему дзеркал та розщеплювачів світлового променя спрямовувався в місця установки пластини або датчика. Це дало змогу домогтися, щоб похибка в установках вказаних пристроїв не перевищувала $1 \cdot 10^{-5}$ м. У дослідженнях застосовувалися однопіткові дротяні термоанемометричні датчики двох довжин – $1 \cdot 10^{-3}$ м та $1,1 \cdot 10^{-3}$ м, які мали діаметр $5 \cdot 10^{-6}$ м. Співвідношення довжини чутливого елемента до товщини перевищувало 200. Таке співвідношення рекомендується для забезпечення рівномірної тепловіддачі з дроту датчика, який обтікається поперечним потоком, і зменшення впливу струмопровідних ніжок датчика [6, 7]. У вимірюваннях використовувався дріт з двох матеріалів – воластонівського сплаву (90% вольфраму і 10% платини) та тугоплавкого чистого вольфраму. Дріт приварювався до торців ніжок термоанемометричного датчика за допомогою точкового зварювання. Електричні сигнали від дротяних датчиків надходили на комплект термоанемометричної апаратури фірми “DISA Elektronik”, що працює в режимі постійної температури. Калібрування термоанемометричних датчиків проводилося як абсолютним, так і відносним методами. Абсолютний метод був реалізований за допомогою спеціальної калібрувальної аеродинамічної труби згаданої фірми, в якій швидкість повітряного потоку контролювалася та регулювалася. Крім того, калібрування проводилося на ротаційному стенді, в якому можна змінювати число обертів диску з закріпленим датчиком швидкості, а також радіус установки датчика на диску. Це давало можливість змінювати колову швидкість диска та лінійну швидкість переміщення датчика, що калібрується, у широких межах. Відносний метод полягав у порівнянні даних про швидкість, яка була зареєстрована за допомогою калібрувального датчика, а також еталонного вимірювача швидкості [7]. Для цього у вимірювальній ділянці аеродинамічної труби [5] назустріч потоку, що набігає, розміщували поряд дротяний термоанемометричний датчик та мініатюрну трубку Піто–Прандтля. Похибка вимірювань осереднених величин швидкості не перевищувала 10% (довірчий інтервал 95%).

Результати вимірювань і їх аналіз

Профілі осереднених величин поздовжньої швидкості повітря вздовж обтічної поверхні пластини

тини із заглибленням наведені на рис. 2–4 для різних значень середньої швидкості U_0 потоку, що набігає.

На цих рисунках по осі ординат відкладені координати, спрямовані по нормалі до досліджуваної пластини, обезрозмірені товщиною примежового шару (довжина визначалася як відстань, на якій місцева осереднена швидкість становила 95% швидкості потоку, що набігає). Над заглибленням профілі швидкості наведені тільки для додатних значень координати y . По осі абсцис відкладено безрозмірні усереднені швидкості U/U_0 . Профілі швидкості отримані для перерізів примежового шару x/R від $-7,243$ до $7,243$. Площина заглиблення розташовується в координатах x/R від $-1,0$ до $1,0$ (початок координат у центрі заглиблення (див. рис. 1)). На рис. 2, *a*, 3, *a* та 4, *a* для порівняння показано профілі ламінарного примежового шару (профіль Блазіуса) і турбулентного – для “закона однієї сьомої”, а саме $U/U_0 = (y/\delta)^{1/7}$ [8]. Необхідно зазначити, що всередині заглиблення формується складний вихровий рух, дослідження якого буде висвітлено в наступних публікаціях. За передньою кромкою виникає відрив потоку, формується зсувний шар, який “закриває” собою всю площу заглиблення, та від передньої кромки канавки до її кормової кромки розширюється в поперечному напрямку з подальшим ударом його в кормову стінку заглиблення. Тому в усіх профілях осереднених значень поздовжніх швидкостей уздовж обтічної поверхні пластини над заглибленням криві мають ненульові значення швидкості при $y/\delta = 0$.

Для малої швидкості обтікання виміряні профілі швидкості за характером своєї поведінки більше відповідають ламінарному режимові обтікання (див. рис. 2, *a*), хоча профіль швидкості в перерізі $x = -7,243R$ знаходиться між залежностями для ламінарного і турбулентного примежових шарів. З наближенням до канавки профілі швидкості стають менш заповненими відносно непорушеного примежового шару ($x = -7,243R$). Це явище зумовлено насамперед тим, що в заглибленні формуються та періодично викидаються назовні вихрові структури, які теж гальмують потік; по-друге, початок заглиблення є однією дифузоровідносно пластини, а, як відомо, у дифузорі швидкість зменшується. Тому можна говорити про гальмуючу дію заглиблення на примежовий шар перед ним. Максимальне гальмування потоку виникає безпосередньо поблизу заглиблення ($x = -1,081R$), особливо в пристінній області примежового шару. У цьому перерізі профіль осередненої швидкості практично повністю збігається з профілем Блазіуса для ламінарного режиму обтікання. За передньою кромкою заглиблення, де відбувається відрив примежового шару, профіль швидкості заповнюється. Отже, тут формується область прискорення потоку, що набігає на заглиблення.

На рис. 2, *b* наведено профілі швидкості для передньої частини поперечно обтічної напівциліндричної канавки, а саме для перерізів від $x = -0,973R$ до її центра. У середній частині примежового шару, після його відриву, профілі швидкості знов стають менш заповненими.

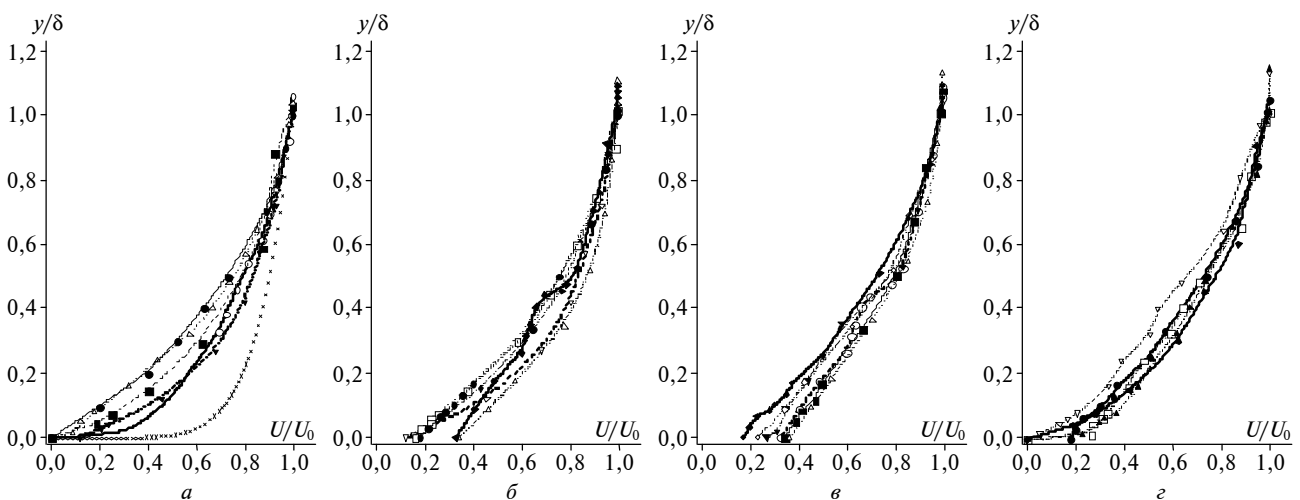


Рис. 2. Профілі швидкості над пластиною і заглибленням для $U_0 = 1,11$ м/с при різних x/R : *a* – перед заглибленням: \circ – $-7,243$; \blacksquare – $-2,162$; $\cdots\Delta\cdots$ – $-1,081$; \blacktriangledown – $-0,973$; \bullet – ламінарний примежовий шар; \times – турбулентний примежовий шар; *b* – над передньою частиною заглиблення: \blacktriangledown – $-0,973$; \blacklozenge – $-0,865$; \blacksquare – $-0,757$; \bullet – $-0,541$; \blacktriangle – $-0,324$; \blacklozenge – $0,000$; *v* – над кормовою частиною заглиблення: \square – $0,000$; \blacksquare – $+0,324$; $\cdots\Delta\cdots$ – $+0,541$; \blacktriangledown – $+0,757$; \diamond – $+0,865$; \blacklozenge – $+0,973$; *z* – позаду заглиблення: \bullet – $+0,973$; \square – $+1,081$; \blacktriangle – $+1,189$; \blacktriangledown – $+2,162$; \blacklozenge – $+7,243$

Найбільше гальмування потоку над передньою, або дифузornoю, частиною заглиблення спостерігається в перерізі $x \approx -0,5R$. У площині пластини потік після відриву, навпаки, прискорюється (див. перетин з координатою $y = 0$), швидкість досягає свого найбільшого значення в зоні $x = -0,324R$. Необхідно відзначити, що в перерізі $x/R = -0,324$ профіль швидкості є найбільш заповненим. Далі, з наближенням до осевої області заглиблення знов спостерігається гальмування потоку практично по всьому перерізу примежового шару. Особливо це помітно в районі $y/\delta \approx 0,4$. Для $y = (0,3-0,5)\delta$ зареєстровано яскраво виражений перегин профілю швидкості, що свідчить про нестійкий режим обтікання в цій зоні над заглибленням [9, 10]. Таким чином, над дифузornoю частиною заглиблення в примежовому шарі спостерігається чергування областей гальмування та прискорення набігаючого потоку, у шарі змішування – незначне прискорення течії (в області ближнього сліду). Потім, в діапазоні значень x/R від $-0,5$ до $-0,3$ і далі, ближче до центра заглиблення, спостерігається невелике пригальмовування потоку. На рівні поверхні пластини по осі шару змішування ($y = 0$) осереднена швидкість зростає від $0,1U_0$ до $0,3U_0$ з великим темпом наростання в другій (за напрямом потоку) половині передньої частини заглиблення.

Потік над конфузornoю частиною заглиблення при віддаленні від його центра до половини кормової частини (рис. 2, *в*) знову прискорюється. При переході в область ударної взаємодії потік знов гальмується. Профілі швидкості в перерізах $x = 0,75R$ та $x = 0,97R$ мають незначні перегини: перший – у центральній частині примежового шару та поблизу осі шару змішування; другий – тільки в пристінній області, зумовлений ударною взаємодією потоку та стінки. У перетині на рівні поверхні пластини ($y = 0$) осереднена швидкість спочатку трохи зростає до $0,36U_0$ при $x = 0,541R$, але потім падає до $0,18U_0$ поблизу задньої критичної точки заглиблення, де відбувається взаємодія набігаючого потоку, а відтак, і шару змішування, з кормовою стінкою заглиблення.

На рис. 2, *г* наведено дані для профілів місцевих осереднених швидкостей примежового шару на пластині безпосередньо за напівциліндричним заглибленням. Відзначимо, що всі наведені профілі швидкості в тій чи іншій мірі мають перегини, а деякі навіть кілька (наприклад, для перерізу $x = 2,162R$). Це свідчить про високий ступінь нестійкості потоку рідини або газу по-

заду заглиблення – в ближньому сліді течії. Тут відбувається інтенсивна взаємодія вихрових структур, що зароджуються всередині заглиблення з потоком, що набігає на пластину [11, 13]. Ця нестійкість має сильний вплив на примежовий шар поблизу обтічної поверхні відразу за канавкою. З віддаленням від заглиблення нестійкість більше проявляється на зовнішній межі примежового шару. При цій швидкості U_0 примежовий шар перед заглибленням є стійкішим (див. рис. 2, *а*). На жаль, з ряду технічних причин у даних дослідженнях нам не вдалося простежити за розвитком примежового шару і ступенем його стійкості на більшій відстані вниз за потоком та визначити, на якій відстані за канавкою примежовий шар відновлюється.

Як і на попередніх графіках, на рис. 2, *г* спостерігаються області гальмування та прискорення потоку по товщині примежового шару. Так, за канавкою до перерізу $x = 1,2R$ прискорення виявляється, головним чином, в його внутрішній області. Це зумовлено тим, що в кормовій частині заглиблення має місце локальна конфузornість течії. З віддаленням від цього перерізу потік гальмується по всій товщині примежового шару. При цьому профіль осередненої швидкості наближається за своєю формою до ламінарного. Далі, в останньому перерізі вимірювань (порядку чотирьох калібрів заглиблення) потік знов прискорюється, але, фактично, тільки в середній частині примежового шару, трохи заповнюючи профіль швидкості, що не суперечить даним праць [14–16].

Отже, з наведених на рис. 2 даних можна стверджувати, що для швидкості набігаючого потоку $U_0 = 1,11$ м/с профілі місцевої осередненої швидкості, принаймні безпосередньо перед заглибленням та за ним, більше відповідають ламінарному профілю обтікання пластини, ніж турбулентному. Вони періодично заповнюються, а потім повертаються в початковий стан у міру просування потоку вздовж обтічної поверхні з канавкою. Це дає можливість визначити області прискорення та гальмування течії в примежовому шарі над досліджуваною пластинкою з локальним заглибленням. Під впливом цього заглиблення, а точніше вихрових процесів у ньому та особливостей поведінки набігаючого потоку, в примежовому шарі з'являються зони нестійкості, які виявляються як по всьому перерізу примежового шару (див., наприклад, $x = 2,19R$), так і в окремих його частинах. Також нестійкість має місце в шарі змішування, утвореному при взаємодії потоку, що набігає, з

циркуляційним рухом у заглибленні, а ще із потоком, що зароджується при відриві примежового шару з передньої кромки канавки.

З профілів поздовжньої компоненти осередненої швидкості, які отримані для швидкості обтікання $U_0 = 10,1$ м/с (рис. 3), видно, що криві згруповані поблизу турбулентного профілю швидкості на відміну від даних для $U_0 = 1,11$ м/с. На значному віддаленні від заглиблення ($x = -7,243R$) профілі швидкості є найбільш заповненими. З наближенням до заглиблення їх заповненість знижується, що корелює з даними, наведеними на рис. 2, а. Проте на відміну від випадку малої швидкості обтікання тепер найменш заповненим виявляється профіль у перерізі $x = -2,16R$, а не для $x = -1,08R$. В цілому ж, ступені заповненості та групування один до одного профілів швидкості при $U_0 = 10,1$ м/с вище, ніж при малих швидкостях обтікання (особливо в зовнішній та інерційній частинах примежового шару). На відстані від стінки, що дорівнює $0,4\delta$, в профілі швидкості для $x = -1,08R$ з'являється перегин, а за переднім відривним краєм заглиблення ($x = -0,97R$) крива профілю зазнає кілька перегинів. Вони зосереджені в інерційній або логарифмічній області примежового шару, а також у внутрішній частині його зовнішньої області, що доходить майже до $0,5\delta$. Перегини в профілях швидкостей спостерігаються аж до перерізу $x = -0,32R$. Сукупність кривих для перерізів $-0,97 \leq x/R \leq -0,54$ (рис. 3, б) у площині пластини ($y \approx 0$) є менш заповне-

ною, а місцева осереднена поздовжня швидкість на осі шару змішування досягає значення порядку $0,5U_0$. З наближенням до центра заглиблення профілі в цій площині все більше заповнюються, відображаючи підвищення поздовжньої швидкості до $0,74U_0$ (при $x = 0$), та набувають більш монотонного характеру.

У кормовій частині заглиблення (рис. 3, в) можна відзначити два сімейства кривих, що розділяються в шарі змішування. Перша група – це три профілі над центральною частиною заглиблення ($0 \leq x/R \leq 0,54$). Вони є більш заповненими та перетинають вісь $y = 0$ з швидкостями порядку $0,7U_0$. Друга група профілів (також для трьох перетинів) охоплює площу над задньою, ударною, поверхнею заглиблення. Ця група профілів перетинає вісь y при $U/U_0 \approx 0,64$, залишаючись менш заповненою.

При переході в область сліду за заглибленням (рис. 3, г) заповненість профілів спочатку зростає (до $x = 1,19R$), а потім спадає. Цей факт свідчить про гальмуючу дію заглиблення на більш віддалену частину аеродинамічного сліду. У пристінній області примежового шару за заглибленням (у його ближньому сліді) має місце перегин профілю швидкості для перерізу $x = 1,19R$, що відображає нестійкість течії в цій області.

Профілі місцевої осередненої поздовжньої швидкості примежового шару для $U_0 = 10,1$ м/с мають менший розкид значень на відміну від режимів обтікання для $U_0 = 1,11$ м/с. Вони групуються навколо класичного турбулентного профілю, визначеного "законом однієї сьомої". Спосте-

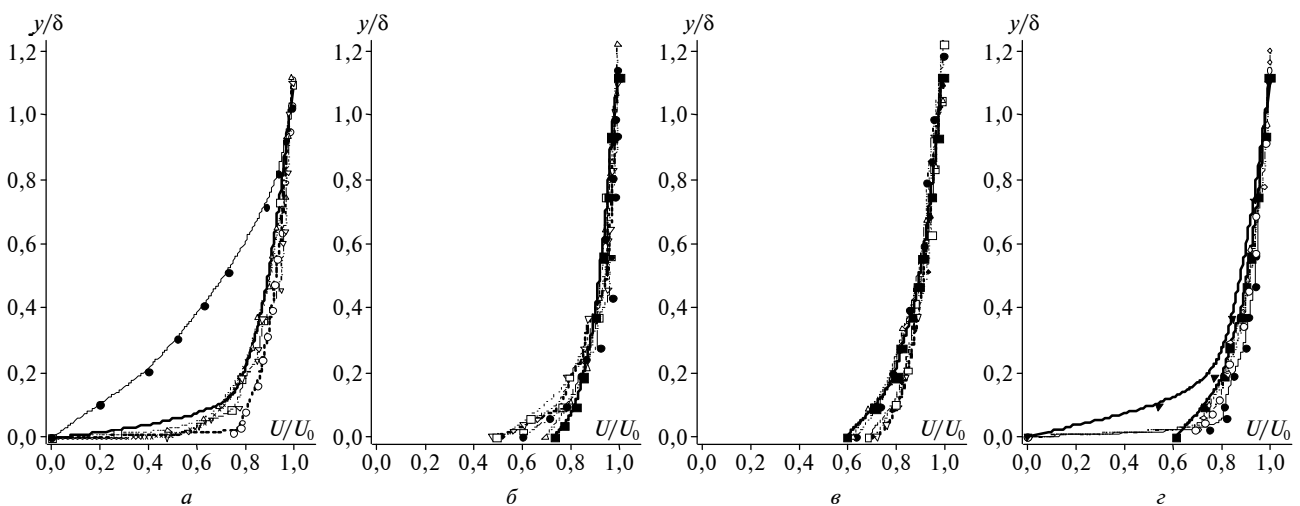


Рис. 3. Профілі швидкості над пластинною і заглибленням для $U_0 = 10,1$ м/с при різних x/R : а – перед заглибленням: \circ – $-7,243$; \square – $-2,162$; $\dots\Delta\dots$ – $-1,081$; $-\nabla- – $-0,973$; \bullet – ламінарний примежовий шар; \times – турбулентний примежовий шар; б – над передньою частиною заглиблення: $-\nabla- – $-0,973$; $\dots\blacklozenge\dots$ – $-0,865$; \square – $-0,757$; \bullet – $-0,541$; $-\Delta-$ – $-0,324$; \blacksquare – $0,000$; в – над кормовою частиною заглиблення: $-\nabla- – $0,000$; $\dots\blacklozenge\dots$ – $+0,324$; \square – $+0,541$; \bullet – $+0,757$; $-\Delta-$ – $+0,865$; \blacksquare – $+0,973$; г – позаду заглиблення: \blacksquare – $+0,973$; $-\diamond-$ – $+1,081$; \bullet – $+1,189$; \circ – $+2,162$; \blacktriangledown – $+7,243$$$$

рігаються області гальмування і прискорення рідини, зумовлені впливом напівциліндричного заглиблення, що обтікається впоперек. Проте ці зони обмежені головним чином пристінною та логарифмічною областями примежового шару. У примежовому шарі над пластиною із заглибленням з'являються зони нестійкості. Для $U_0 = 1,11$ м/с ці зони зосереджені переважно за кормовою частиною заглиблення – у ближньому та дальньому її слідах, а для $U_0 = 10,1$ м/с вони виявляються у відривній зоні заглиблення та частково у ближньому сліді – в пристінній області примежового шару. Профілі осередненої швидкості перетинають вісь шару змішування (рівень обтічної поверхні пластини над заглибленням) з різними поздовжніми швидкостями. Це відображає рівень кінетичної енергії, що витрачається набігаючим потоком на вихроутворення в канавці, а також на ударні навантаження, які передаються потоком на задню стінку заглиблення [17–19].

Профілі місцевої осередненої поздовжньої швидкості для найбільшої з досліджених швидкостей обтікання (рис. 4) мають яскраво виражений турбулентний характер із значно більшим заповненням, ніж профілі для $U_0 = 10,1$ м/с. Це цілком природно, оскільки із зростанням числа Рейнольдса $Re_x = xU_0/\nu$ заповненість профілів осередненої швидкості має зростати [8]. Рис. 4, а показує деяку гальмуючу дію заглиблення на потік вгору проти течії за передньою кромкою. За точкою відриву в профілі поздовж-

ньої швидкості спостерігається перегин в районі $0,25 \leq y/\delta \leq 0,4$, а вісь $y = 0$ потік перетинає з відносною швидкістю $U/U_0 = 0,67$. Треба відзначити, що ця величина істотно перевищує значення швидкості, зафіксовані на рис. 2, а і 3, а.

У передній частині заглиблення (рис. 4, б) всі наведені профілі осередненої поздовжньої швидкості близькі один до одного, за винятком області шару змішування. Так, з наближенням до центра напівциліндричної канавки поздовжня швидкість у площині пластини $y = 0$ зростає до $0,77U_0$ (при $x = -0,324R$), а потім трохи спадає в перерізі $x = 0$. На висоті $y = (0,15–0,25)\delta$ спостерігається перегин профілю швидкості в перерізі $x = -0,541R$, що зумовлює локальну нестійкість примежового шару.

У кормовій частині заглиблення (рис. 4, в) профілі швидкості більше віддалені один від одного та ілюструють області прискорення й гальмування потоку в примежовому шарі над площиною канавки. З віддаленням від центра заглиблення потік гальмується (особливо в зовнішній області примежового шару). Згодом він прискорюється аж до перерізу над ударною стінкою канавки ($x/R = 0,973$). На рівні поверхні пластини ($y = 0$) течія за центром заглиблення спочатку гальмується ($U/U_0 = 0,69$ при $x = 0,324R$), згодом прискорюється (до $0,77U_0$ при $x/R = 0,541$), а далі, з наближенням до ударної стінки заглиблення, знову гальмується (до $0,61U_0$ при $x = 0,973R$).

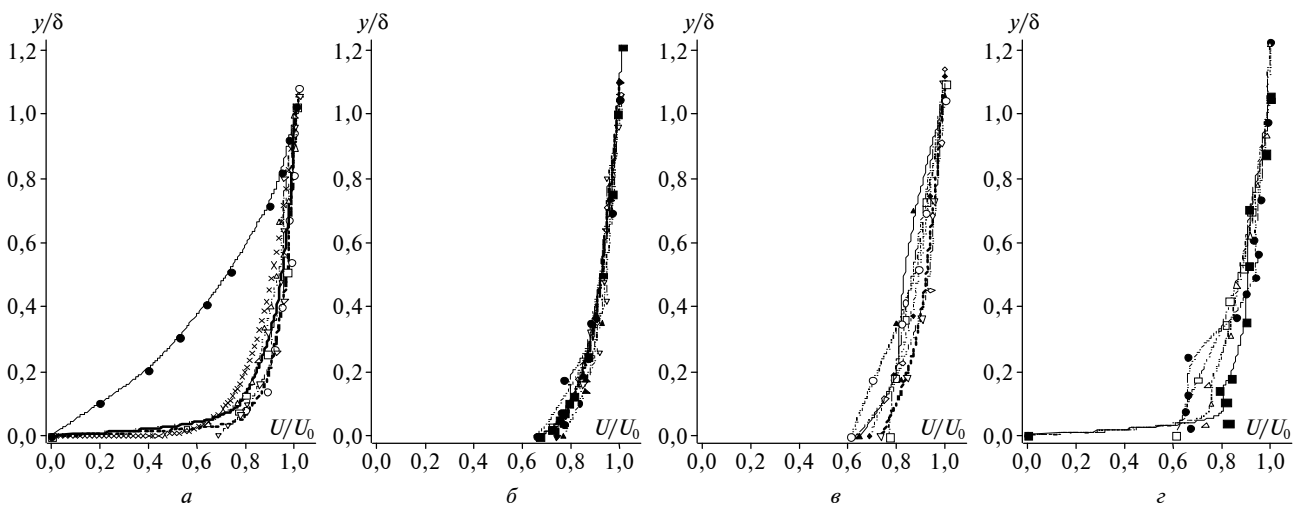


Рис. 4. Профілі швидкості над пластиною і заглибленням для $U_0 = 20,1$ м/с при різних x/R : а – перед заглибленням: \circ – $-7,243$; \square – $-2,162$; $\dots\Delta\dots$ – $-1,081$; $- \nabla -$ – $-0,973$; \bullet – ламінарний примежовий шар; \times – турбулентний примежовий шар; б – над передньою частиною заглиблення: $- \nabla -$ – $-0,973$; $\dots\Diamond\dots$ – $-0,865$; \blacksquare – $-0,757$; \bullet – $-0,541$; $- \blacktriangle -$ – $-0,324$; $- \blacklozenge -$ – $0,000$; в – над кормовою частиною заглиблення: $- \nabla -$ – $0,000$; $\dots\blacklozenge\dots$ – $+0,324$; \square – $+0,541$; $- \Diamond -$ – $+0,757$; $- \blacktriangle -$ – $+0,865$; \circ – $+0,973$; з – позаду заглиблення: \square – $+0,973$; \bullet – $+1,081$; $- \blacktriangle -$ – $+1,189$; \blacksquare – $+2,162$

У примежовому шарі пластини за напівциліндричним заглибленням (рис. 4, *з*) зафіксовано значні перегини профілів поздовжньої осередненої швидкості, особливо у внутрішній області примежового шару. З віддаленням від заглиблення потік, залишаючись нестійким, прискорюється, що забезпечує більшу заповненість профілю осередненої швидкості.

Аналіз даних, наведених на рис. 2–4, дав можливість визначити характерні особливості структури примежового шару над пластиною з поперечним орієнтованим напівциліндричним заглибленням. По-перше, профіль осередненої поздовжньої швидкості, отриманий для найменшої досліджуваної швидкості обтікання $U_0 = 1,11$ м/с та числа Рейнольдса в точці відриву примежового шару з передньої кромки канавки $Re_x = 3,7 \cdot 10^4$, близький до профілю Блазіуса, який відповідає ламінарному режиму обтікання. Із збільшенням швидкості обтікання до $U_0 = 10,1$ та $U_0 = 20,1$ м/с (числа Рейнольдса – до $3,4 \cdot 10^5$ і $6,7 \cdot 10^5$, відповідно) профілі швидкості відповідають турбулентному режиму обтікання із зростанням їх заповненості. По-друге, з наближенням до заглиблення, незалежно від режиму обтікання, виявлено зменшення заповненості профілів поздовжньої осередненої швидкості. Це вказує на гальмуючу дію локального заглиблення на набігаючий потік, особливо на пристінну область примежового шару. По-третє, як над пластиною із заглибленням, так і над самим заглибленням зареєстровано області локального гальмування і прискорення набігаючого потоку, які тягнуться на всю товщину примежового шару. По-четверте, в профілях місцевої осередненої поздовжньої швидкості спостерігаються перегини кривих, що характеризує нестійкість примежового шару. Нестійкість властива як для ламінарного, так і турбулентного режимів обтікання пластини із заглибленням. По-п'яте, безпосередньо за точкою відриву примежового шару відносна осереднена поздовжня швидкість U/U_0 збільшується від 0,12 до 0,68. В області ударної взаємодії набігаючого потоку з кормовою стінкою заглиблення нормована осереднена поздовжня швидкість зростає від 0,18 до 0,61 при збільшенні швидкості обтікання від 1,11 до 20,1 м/с. Зафіксовано такі значення максимальної поздовжньої осередненої швидкості на осі шару змішування ($y = 0$): $0,36 U_0$ – в перерізі $x = 0,541R$ для $U_0 = 1,11$ м/с; $0,74 U_0$ – в перерізі $x = 0$ для $U_0 = 10,1$ м/с; $0,77 U_0$ – в перерізі $x =$

$= -0,324R$, а також в перерізі $x = 0,541R$ для $U_0 = 20,1$ м/с.

Інтегральні вимірювання та відповідні розрахунки аеродинамічного опору робочої частини аеродинамічної труби, що вноситься напівциліндричною канавкою при обтіканні плоскої поверхні із зазначеними геометричними та режимними параметрами, показали, що додаткові втрати напору становлять величину порядку похибки подібних пневмометричних вимірювань, тобто не перевищують 4%.

Висновки

На підставі експериментальних досліджень впливу локальної напівциліндричної канавки, яка обтікається поперечним потоком, на примежовий шар над пластиною виявлено, що перед заглибленням набігаючий потік гальмується. Для ламінарного режиму обтікання це гальмування потоку спостерігається тільки у внутрішній (пристінній) області примежового шару. Із зростанням швидкості обтікання гальмуюча дія заглиблення поширюється на всю товщину примежового шару. У примежовому шарі над пластиною із заглибленням спостерігаються області гальмування та прискорення потоку незалежно від режимів обтікання (ламінарного чи турбулентного). У профілях осередненої поздовжньої швидкості мають місце перегини кривих, що свідчить про нестійкість примежового шару, властиву як ламінарному, так і турбулентному режимам обтікання пластини із заглибленням. Особливо нестійкість примежового шару проявляється в зоні ближнього сліду течії за заглибленням. Отримані результати доповнюють базу даних крайових умов, що можуть використовуватися при моделюванні обтікання поверхонь з геометричними неоднорідностями, при проектуванні таких поверхонь, а також для малозатратного керування течіями та процесами масо- і теплопереносу. Але для досягнення цієї мети необхідне подальше докладне вивчення таких особливостей течії, як тонка структура вихрових утворень у заглибленні, закономірності викидів із нього вихорів, їх взаємодія з аеродинамічним слідом, механізм нестійкості примежового шару поблизу геометричних неоднорідностей тощо.

В.Н. Турик, В.В. Бабенко, В.А. Воскобойник,
А.В. Воскобойник

СКОРОСТИ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НАД ПЛАСТИНОЙ С ПОЛУЦИЛИНДРИЧЕСКИМ УГЛУБЛЕНИЕМ

В аэродинамической трубе открытого типа проведены термоанемометрические измерения поля скоростей над пластиной с локальным углублением. Исследования выполнены для ламинарного и турбулентного режимов обтекания в диапазоне чисел Рейнольдса по длине пластины (от ее начала до местоположения углубления) $4 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^5$. Представлены профили осредненной продольной скорости вдоль пластины и над углублением. Установлены области торможения, ускорения и неустойчивости течения, которые вызывают существенные изменения в структуре пограничного слоя перед углублением и особенно за ним. Показано, что с увеличением скорости обтекания влияние этих областей распространяется на всю толщину пограничного слоя.

V.M. Turyck, V.V. Babenko, V.A. Voskobiynyk,
A.V. Voskobiynyk

CURRENT VELOCITIES IN THE BOUNDARY LAYER OVER THE PLATE WITH SEMI-CYLINDRICAL CAVITY

In this study, we made the hot-wire anemometry measurements of the velocity field over the plate with local cavity in the open-circuit wind tunnel. We investigated the laminar and turbulent flows in the range of Reynolds numbers in regard to the plate length (from its start to the cavity site) $4 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^5$. On the experimental side, we presented the mean longitudinal velocity profiles along the plate and over the cavity. We detected the zones of braking, acceleration and unstable current, which aroused the substantial changes in the boundary layer structure in front of and behind the cavity. They influenced the whole boundary layer thickness with the flow velocity increase.

1. *Управление обтеканием тел с вихревыми ячейками в приложении к летательным аппаратам интегральной компоновки: Сб. науч. тр. / Под ред. А.В. Ермишина, С.А. Исаева. – М.; СПб., 2001. – 360 с.*
2. *Халатов А.А. Теплообмен и гидродинамика около поверхностных углублений (лунок). – К.: Ин-т техн. теплофизики НАН Украины, 2005. – 76 с.*
3. *Коваленко Г.В., Халатов А.А. Границы режимов течения в углублениях на плоской поверхности, имеющих форму сферических сегментов // Прикладна гідромеханіка. – 2008. – 10, № 1. – С. 23–32.*
4. *Исаев С.А., Леонтьев А.И., Кикнадзе Г.И. и др. Сравнительный анализ вихревого теплообмена при турбулентном обтекании сферической лунки и двумерной траншеи на плоской стенке // Инж.-физ. журн. – 2005. – 78, № 4. – С. 117–128.*
5. *Воскобойник А.В., Воскобойник В.А. Напівсферичне заглиблення – генератор вихорів на пласкій обтічній поверхні // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідраліки. – 2007. – Вип. 8. – С. 151–161.*
6. *Дыбан Е.П., Эпик Э.Я. Тепломассообмен и гидродинамика турбулизованных потоков. – К.: Наук. думка, 1985. – 296 с.*
7. *Алемасов В.Е., Глебов Г.А., Козлов А.П. Термоанемометрические методы исследования отрывных течений. – Казань: КАИ, 1990. – 178 с.*
8. *Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя / Пер. с нем. Г.А. Вольперта под. ред. Л.Г. Лойцянского. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1974. – 712 с.*
9. *Качанов Ю.С., Козлов В.В., Шевченко В.Я. Возникновение турбулентности в пограничном слое. – Новосибирск: Наука, 1982. – 152 с.*
10. *Ozsoy E., Rambaud P., Stitou A., Reithmuller M.L. Vortex Characteristics in Laminar Cavity Flow at Very Low Mach Number // Experiments in Fluids. – 2005. – 38, N 1. – P. 135–145.*
11. *Rockwell D. Vortex-Body Interactions // Annu. Rev. Fluid Mech. – 1998. – N 30. – P. 199–229.*
12. *Babenco V.V., Turick V.N., Voskoboinick V.A., Voskoboinick A.V. Vortical Structures in Cross Streamlined Half-Cylindrical Cavity on a Plate and Interaction with Boundary Layer // The 5th Euromech Fluid Mechanics Conf. “EFMC – 2003”. – Toulouse (France), 2003. – P. 414.*
13. *Faure T.M., Adrianos P., Lusseyran F., Pastur L. Visualizations of the Flow Inside an Open Cavity at Medium Range Reynolds Numbers // Experiments in Fluids. – 2007. – 42, N 2. – P. 169–184.*
14. *Rowley C.W., Williams D.R. Control of Forced and Self-Sustained Oscillations in the Flow Past a Cavity // AIAA Papers 2003-0008. – 2003. – 8 p.*
15. *Isaev S.A., Leont'ev A.I., Kudryavtsev N.A et al. Enhancement of Vortex Heat Transfer in a Bundle of Transverse*

- Tubes with Ordered Trenches // *J. Eng. Physics and Thermophysics*. – 2005. – **78**, N 1. – P. 115–126.
16. *Isaev S.A., Leont'ev A.I., Kudryavtsev N.A.* Numerical Simulation of Hydrodynamics and Heat Transfer Under Conditions of Turbulent Transverse Flow Past a "Trench" on a Plane Surface // *High Temperature*. – 2005. – **43**, N 1. – P. 89–102.
17. *Pereira J.C.F., Sousa J.M.M.* Experimental and Numerical Investigations in a Rectangular Cavity // *J. Fluids Eng.* – 1995. – N 117. – P. 68–74.
18. *Volkov K.N.* Bifurcation of the Lines of an Incompressible Viscous Fluid Flow in a Rectangular Cavity with a Moving Wall // *J. Eng. Physics and Thermophysics*. – 2006. – **79**, N 2. – P. 289–294.
19. *Yang Y., Rockwell D., Cody K.L.F., Pollack M.* Generation of Tones Due to Flow Past a Deep Cavity: Effect of Streamwise Length // LM-06K055, May 22, 2006. – 2006. – N K055. – P. 1–47.

Рекомендована Радою Механіко-машинобудівного інституту НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
23 червня 2008 року

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ, СИСТЕМНИЙ АНАЛІЗ ТА КЕРУВАННЯ

УДК 62-50

П.І. Бідюк, А.Ю. Литинська

ФОРМУВАННЯ ПОРТФЕЛЯ ХЕДЖ-ФОНДІВ З ВИКОРИСТАННЯМ КВАДРАТИЧНОЇ АПРОКСИМАЦІЇ ФУНКЦІЇ ВТРАТ

Вступ

Існують два найпоширеніші підходи до розв'язання задачі вибору виду портфеля в умовах невизначеності. Один із них передбачає стохастичне домінування і використовує аксіоматичну модель інвестування в умовах неохочості до ризику, другий ґрунтується на аналізі премії за ризик [1, 2]. Відповідно, портфель фінансових інструментів формується на основі двох критеріїв – очікуваного прибутку і рівня ризику [3]. Таким чином, перевагу буде мати портфель з вищим рівнем прибутковості і меншим ризиком. На сьогодні існує безліч обчислювальних методів і геометричних інтерпретацій знаходження компромісного рішення за обома критеріями. Їх зв'язок є предметом багатьох досліджень, мета яких – універсалізація моделей, пошук балансу між обчислювальною складністю і точністю моделювання, модернізація підходів у зв'язку з високою динамікою розвитку економічних відносин і появою нових фінансових інструментів на світовому ринку.

Постановка задачі

Метою даного дослідження є розв'язання задачі вибору критерію для отримання оптимального об'єму портфеля хедж-фондів, а також аналіз доцільності використання квадратичного портфеля цінних паперів у процесі знаходження розв'язку оптимізаційної задачі.

Загальна структура методу

Класична методологія, яка ґрунтується на аналізі математичного очікування і дисперсії прибутковості фінансових інструментів, була запропонована в 1952 р. Г.М. Марковіцем і є першою моделлю другого типу [3, 4]. Припустимо, що в момент часу $t_0 = 0$ інвестор планує вкласти кошти в n різних активів. Приймавши рішення, він залишає свій портфель без змін до моменту t_1 , поки збере нову інформацію і дістане

можливість прийняти нове рішення щодо перерозподілу коштів. Вектор доходностей $\mathbf{y} = (y_0, y_1, \dots, y_n)^T$ – випадковий вектор з математичним сподіванням $E[\mathbf{y}] = (E[y_0], E[y_1], \dots, E[y_n])^T$. Результатом інвестицій є вектор $\mathbf{x} = (x_0, x_1, \dots, x_n)^T$, де x_i – об'єм i -го фінансового інструменту в портфелі; при цьому виконується умова $\sum_{i=1}^n x_i = 1$. Отже, очікувану прибутковість портфеля можна записати так:

$$\mu_p = \sum_{i=1}^n x_i E[y_i] = \mathbf{x}^T E[\mathbf{y}].$$

Ключовим моментом у підході Марковіца є те, що за міру ризику в ньому виступає дисперсія прибутковості портфеля. Якщо позначити $\Sigma = \{\text{cov}(y_i, y_j)\}_{i,j=1}^n$ коваріаційну матрицю прибутковостей активів, то для дисперсії прибутку можна записати

$$\sigma_p^2 = \sum_{i,j=1}^n x_i x_j \text{cov}(y_i, y_j) = \mathbf{x}^T \Sigma \mathbf{x}.$$

Більша частина інвестиційних задач має додаткові обмеження, пов'язані з особливостями фінансових інструментів або фондових ринків. Портфель, який задовольняє обмеження поставленої задачі, називають досяжним або припустимим.

Основні принципи постановки і розв'язання задачі Марковіца можна звести до двох:

- із всіх припустимих портфельів з верхньою границею для σ_p вибирається той, для якого очікувана прибутковість μ_p є максимальною;
- із всіх припустимих портфельів з нижньою границею для μ_p вибирається той, який досягає мінімуму ризику.

Виходячи з цих положень, можна сформулювати такі дві оптимізаційні задачі:

$$\max_x \sum_{i=1}^n x_i E[y_i], \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n x_i x_j \text{cov}(y_i, y_j) \leq R^*,$$

$$B_1 \leq \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq B_2;$$

$$\min_x \sum_{i,j=1}^n x_i x_j \text{cov}(y_i, y_j), \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n x_i E[y_i] \geq R_*,$$

$$B_1 \leq \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq B_2.$$

Тут R^* – верхня границя для ризику; R_* – нижня границя для прибутковості; B_1, B_2 і a_i – індивідуальні обмеження, які відображають екзогенні фактори.

Таким чином, оптимальним портфелем є розв'язок однієї з двох задач залежно від стратегії інвестора. Змінюючи параметр R , отримуємо множину ефективних портфелів ϵ_0 . Крива $(x_0^T E[y], x_0^T \Sigma x_0)$, де $x_0 \in \epsilon_0$, називається ефективною границею Марковіца [3].

Важливо зазначити, що існує ще третій вид оптимізаційної задачі, розв'язання якої дає можливість отримати (ідентичну) множину ефективних портфелів:

$$\max_x \sum_{i=1}^n x_i E[y_i] - \lambda \sum_{i,j=1}^n x_i x_j \text{cov}(y_i, y_j), \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad B_1 \leq \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq B_2,$$

де $\lambda > 0$ – параметр, яким виражається плата за ризик.

У такій інтерпретації цільова функція виступає як функція корисності. Прорив в області фінансового аналізу став можливим після того, як Рокфеллер, Юрясев і Палмквіст у 2002 р. довели [2, 7], що оптимізаційні задачі (1)–(3) є еквівалентними. Причиною численних досліджень у цій сфері були недоліки класичного аналізу, який ґрунтується на математичному сподіванні і дисперсії [4, 5]. Одна з проблем полягала в тому, що даний підхід приводить до оптимальних результатів тільки у випадку, коли вектор прибутковостей розподілений за багатовимірним нормальним законом $x \in N(E[x], \Sigma)$. Це значно звужує область використання методу, тому що на практиці фінансові показники можуть мати зовсім інші статистичні характеристики [6]. Наступним важливим завданням став пошук альтернативних мір ризику, оскільки дослідження показали неспроможність використання стандартного відхилення в ролі основного критерію прийняття рішень [4].

Узгоджені міри ризику

Прикладом розв'язання даної проблеми є клас узгоджених мір ризику, запропонований у 1998 р. [1]. Функціонал $p(\cdot)$ на просторі дійсних випадкових змінних називається узгодженою мірою ризику, якщо він має такі властивості:

- монотонність – $X, Y \in V; X \geq Y \Rightarrow p(X) \geq p(Y)$;
- субадитивність – $X, Y, X + Y \in V \Rightarrow p(X + Y) \leq p(Y) + p(X)$;
- позитивна однорідність – $X \in V; h > 0; hX \in V \Rightarrow p(hX) = hp(X)$;
- інваріантність щодо зсуву – $X \in V; a \in \mathbb{R} \Rightarrow p(X + a) = p(X) - a$.

Класична теорія Марковіца може бути узагальнена на випадок альтернативних мір ризику і тоді оптимізаційну задачу (2) можна записати в такому вигляді:

$$\min_x p(x^T y), \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1, \quad \sum_{i=1}^n x_i E[y_i] \geq R_*, \quad B_1 \leq \sum_{i=1}^n a_i x_i \leq B_2.$$

Найпоширенішими представниками мір ризику даного класу на сьогодні є Value-at-Risk (VaR) і Conditional Value-at-Risk (CVaR) [7]. Розглянемо суть цих методів. Позначимо x вектор, що описує портфель фінансових інструментів. Елементи цього вектора x_i характеризують позицію по інструменту i . Припустимо, що випадковий вектор X визначається ймовірнісною мірою P на Y (борелівською мірою), що не залежить від X і визначає прибутковість кожного інструменту портфеля. Результуючу функцію втрат для розподілу $z = f(x, y)$ позначимо $\psi(x, \cdot)$, тобто

$$\Psi(x, \xi) = P\{y | f(x, y) \leq \xi\}. \quad (5)$$

Тоді VaR можна визначити так.

Означення VaR. α -CVaR – втрати, які відповідають розв'язку x , тобто це величина

$$\xi_\alpha(x) = \min\{\xi | \Psi(x, \xi) \geq \alpha\}. \quad (6)$$

Якщо $\psi(x, \cdot)$ – неперервна і строго зростаюча функція, то $\xi_\alpha(x)$ – єдина змінна ξ , що задовольняє умову $\Psi(x, \xi) = \alpha$. В іншому випадку рівняння (6) може не мати розв'язків або мати їх безліч. Ці ситуації спричиняють розрив у динаміці VaR, тобто стрибок оцінки VaR напевно відбудеться, якщо рівень значущості не дуже

високий. Такий ступінь нестійкості несприятливий для міри ризику, з яким можуть бути асоційовані великі грошові суми. Це ускладнює процес керування задачами ризик-менеджменту, зорієнтованими на використання VaR. Серйозним недоліком VaR є й те, що він заважає можливості розглядати ситуації, коли втрати виходять за межі VaR. Альтернативною мірою, що визначає об'єм втрат, які належать до хвоста розподілу, є CVaR.

Означення CVaR. α -CVaR – втрати, що відповідають розв'язку X , тобто величині, яка дорівнює математичному сподіванню α -хвоста розподілу $z = f(x, y)$, який визначається таким чином:

$$\psi_{\alpha}(x, \xi) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } \xi_{\alpha} < \xi_{\alpha}(x), \\ \frac{[\psi(x, \xi) - \alpha]}{[1 - \alpha]}, & \text{якщо } \xi_{\alpha} \geq \xi_{\alpha}(x). \end{cases} \quad (7)$$

Необхідно звернути увагу на те, що дане означення узагальнюється на випадок існування стрибків функції розподілу втрат через зміну масштабу функції $\psi(x, \xi)$ в інтервалі $[\alpha, 1]$. Найважливішим для застосування є те, що CVaR може бути виражений зручною для обчислень мінімізаційною формулою

$$F_{\alpha}(x, \xi) = \xi + \frac{1}{1 - \alpha} E\{[f(x, y) - \xi]^+\}, \quad (8)$$

де $[t]^+ = \max\{0, t\}$.

Даний підхід запропонований у [7].

Отже, після дискретизації оптимізаційну задачу (4) можна переформулювати так:

$$\begin{aligned} & \min_{(x, \xi) \in X \times R} F_{\alpha}(x, \xi) = \\ & = \min_{(x, \xi) \in X \times R} \left[\xi + \frac{1}{1 - \alpha} \sum_{i=1}^q [f(x, y_i) - \xi]^+ \right], \end{aligned} \quad (9)$$

або у зручнішому вигляді –

$$\begin{aligned} & \min_{(x, \xi) \in X \times R} F_{\alpha}(x, \xi) = \\ & = \min_{(x, \xi) \in X \times R} \left[\xi + \frac{1}{1 - \alpha} \sum_{i=1}^q z_i \right], \end{aligned} \quad (10)$$

$$z_i \geq [f(x, y_i) - \xi], \quad z_i \geq 0, \quad i = \overline{1, q},$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1,$$

де q – кількість сценаріїв, які генеруються в процесі аналізу задачі.

Дана задача є зручною не тільки щодо міри ризику і методу її розв'язання, але й тому, що дає змогу генерувати сценарії з довільною щільністю розподілу, що вирішує проблеми, пов'язані з нормальним законом [6].

Формування оптимального портфеля хедж-фондів

Кожний фінансовий інструмент має свої структурні і статистичні особливості. Індекси хедж-фондів не є винятком з цього правила. Отже, в процесі роботи описану вище методологію модифікуватимемо із врахуванням специфічних характеристик цих показників.

З огляду на статистичні властивості векторів прибутковості індексів [5–7], для апроксимації методом генерування сценаріїв виберемо α -стійкий закон розподілу, який належить до класу еліптичних. Параметри щільності розподілу визначатимуться відповідно до значень куртозису досліджуваних вибірок [8, 9].

Слід також з'ясувати, як впливає вид функції втрат на розв'язок оптимізаційної задачі. На сьогодні є популярним так званий квадратичний портфель – особливо при аналізі похідних інструментів. І це тому, що він дозволяє вводити нелінійну компоненту в задачу оптимізації, що сприяє роботі з фінансовими інструментами, які мають нелінійні властивості [9]. Оптимізація також виконується не за цінами, а за логарифмами їх відношення, що дозволяє врахувати мінімальні коливання вартості інструменту. Розглянемо дві функції втрат: лінійну і квадратичну.

Нехай у момент часу t ціна портфеля n цінних паперів задається так:

$$P(t) = \sum_{i=1}^n x_i y_i(t), \quad (11)$$

де $y_i(t)$ – вартість i -го інструменту в момент часу t ; x_i – об'єм вкладу i -го інструменту. Тоді лінійну функцію втрат можна записати у вигляді

$$P(t) - P(0) = \sum_{i=1}^n x_i (y_i(t) - y_i(0)).$$

Для малих збурень на ринку припустимо, що логарифмічна прибутковість задається як $\log(y_i(t)/y_i(0)) = \eta_i(t)$, звідки маємо

$$\begin{aligned} y_i(t) - y_i(0) &= y_i(0) \left(\frac{y_i(t)}{y_i(0)} - 1 \right) = \\ &= y_i(0) (\exp(\eta_i(t)) - 1). \end{aligned}$$

Використовуючи розклад експоненти в ряд Тейлора, отримуємо квадратичну функцію втрат:

$$\begin{aligned} P(t) - P(0) &= \sum_{i=1}^n y_i(0) x_i (\exp(\eta_i(t)) - 1) \approx \\ &\approx \sum_{i=1}^n y_i(0) x_i \left(\eta_i(t) - \frac{\eta_i(t)^2}{2} \right). \end{aligned} \quad (12)$$

Для того щоб сформулювати остаточний варіант оптимізаційної задачі, зауважимо, що показники прибутковості хедж-фондів мають додатний тренд. На практиці це означає, що інвестор при довгостроковому інвестуванні нічого не втрачає, але ризикує не отримати очікуваного прибутку. В теорії прийняття рішень доцільність капіталовкладень у будь-який проект оцінюється у порівнянні з безризиковим інвестуванням. У ролі таких альтернативних умовно безризикових активів можуть виступати облігації національних банків країн.

Позначимо облікову ставку прибутковості з таких видів цінних паперів λ , капітал інвестора – C , а час (горизонт) інвестування – T . Таким чином, можна сформулювати такі оптимізаційні задачі:

для лінійної функції втрат

$$\min_{(x, \xi) \in X \times R} \left[\xi + \frac{1}{1 - \alpha} \sum_{i=1}^q z_i \right], \quad (13)$$

$$z_i \geq \left[- \left(\sum_{j=1}^n x_j (y_{j,i} - y_{j,0}) - \lambda TC \right) - \xi \right],$$

$$z_i \geq 0, \quad i = \overline{1, q}, \quad \sum_{i=1}^n x_i y_0 \leq C;$$

для квадратичної функції втрат

$$\min_{(x, \xi) \in X \times R} \left[\xi + \frac{1}{1 - \alpha} \sum_{i=1}^q z_i \right], \quad (14)$$

$$z_i \geq \left[- \left(\sum_{j=1}^n y_{j,0} x_j \left(\eta_{j,i} - \frac{\eta_{j,i}^2}{2} \right) - \lambda TC \right) - \xi \right],$$

$$z_i \geq 0, \quad i = \overline{1, q}, \quad \sum_{i=1}^n x_i y_0 \leq C.$$

У результаті розв'язання цих задач отримаємо значення мір ризику VaR, CVaR і шуканий оптимальний портфель.

Результати експериментів

Для перевірки дієздатності запропонованого методу та порівняння властивостей квадратичного і лінійного портфельів виконано кілька видів обчислювальних експериментів. Найбільш інформативні результати наведені в даній статті. У процесі дослідження використовувались індекси компанії CSFB/TREMONT. Розрахунки цих індексів ґрунтуються на базі даних TASS, що охоплює близько 2600 різних хедж-фондів. Використовуючи підмножину приблизно з 650 фондів, компанія CSFB/TREMONT надає інвесторам інформацію щодо десяти основних типів індексів, які вибрані для проведення експерименту (Convertible Arbitrage, Emerging markets, Event driven, Distressed securities, Risk arbitrage, Fixed Income Arbitrage, Global Macro, Long/Short Equity, Managed Futures, Multi Strategy). На відміну від показників, які надаються іншими компаніями, дані компанії CSFB/TREMONT відображають величину зміни прибутковості середньозваженого портфеля хедж-фондів за місяць. Важливо зазначити, що великі фонди роблять більш значний вплив на величину індексів, а переформування портфеля відбувається щомісяця згідно з певними жорсткими критеріями.

Оптимізація виконувалась на даних за період з 2000 по 2006 рр. і перевірялась згідно з показниками за 2007 і 2008 р. включно. Розмір капіталовкладень дорівнював 1000 дол. Відсоткова ставка альтернативного безризикового активу була прийнята на рівні 10% річних.

Нами досліджено залежність величини ризику від типу портфеля при довільних значеннях куртозису α -стійкого закону на рівні значущості 0,9. В процесі дослідження з'ясувалось (табл. 1, рис. 1), що питання вибору портфеля є актуальнішим у випадку використання VaR як міри ризику при прийнятті рішень щодо структури портфеля хедж-фондів. Результати експерименту свідчать про те, що відхилення значень VaR при квадратичній апроксимації функції втрат (14) від лінійного варіанта (13) збільшуються із зростанням куртозису (табл. 2, рис. 2), тоді як для CVaR цей показник практично не залежить від параметрів хвоста розподілу.

Таблиця 1. Оцінки VaR і CVaR при різних значеннях куртозису

Строк інвестування, місяць	CVaR	VaR	CVaR	VaR	CVaR	VaR	CVaR	VaR	CVaR	VaR	CVaR	VaR
	лінійний		квадратичний		лінійний		квадратичний		лінійний		квадратичний	
	Куртозис 3,5				Куртозис 5,5				Куртозис 7			
3	25,048	18,9882	24,6789	18,8693	29,2749	22,0162	26,4926	19,0124	29,8305	22,0482	28,029	20,0355
6	41,5998	31,0004	39,2482	28,5214	39,2973	29,7375	38,344	27,5643	40,4415	29,8544	38,695	28,004
9	50,6303	37,353	53,8236	37,6413	46,7648	35,3012	50,3707	38,0142	48,2657	35,0753	49,6227	38,4148
12	57,5388	41,1831	58,0243	41,8399	57,1749	42,458	55,2943	39,9786	55,4847	37,707	53,0972	39,8079
15	59,3265	44,2486	60,8827	43,4321	63,1544	43,996	62,5884	44,7049	62,8152	43,4681	60,7047	40,5791
18	62,8425	44,439	66,6078	46,4331	64,2297	44,3179	66,5301	47,1343	64,2528	44,5166	67,1477	47,3109
24	72,1077	48,2544	70,7662	47,74396	70,9837	45,925	69,2811	43,4381	69,255	46,3817	71,6622	48,255

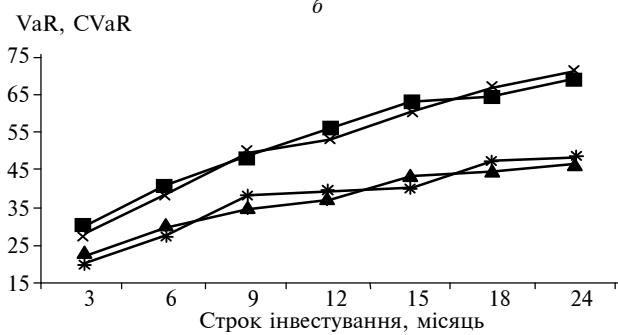
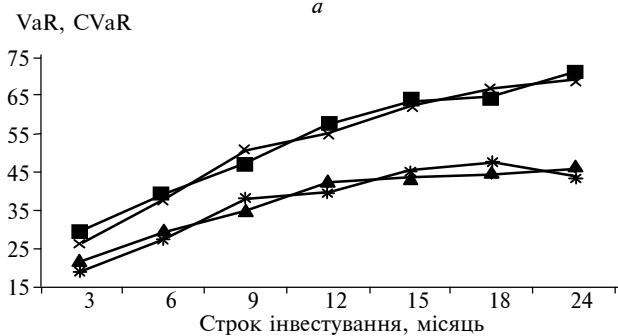
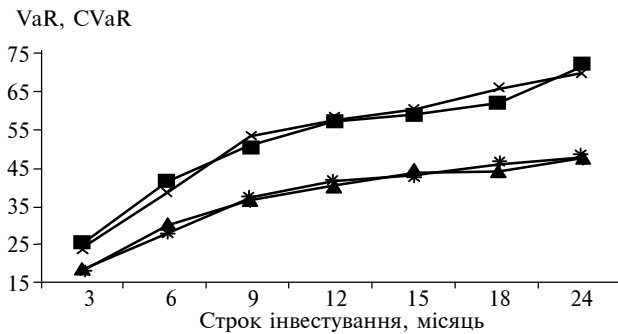


Рис. 1. Значення VaR і CVaR при різних значеннях куртозису: а – 3,5; б – 5,5; в – 7; ■ – лінійний CVaR; × – лінійний VaR; ▲ – квадратичний CVaR; * – квадратичний VaR

Із рис. 1 видно, що показник VaR стабілізується із зростанням строку інвестування на відміну від CVaR, який стабільно збільшується, що відповідає логіці функціонування процесу. Це позитивно впливає на універсальність CVaR. Важливо пам'ятати, що індекси хедж-фондів характеризуються “товстими хвостами” розподілу, що вимагає генерування псевдовипадкового процесу з високим значенням куртозису, а це, в свою чергу, може призводити на практиці до значних відхилень розв'язків задач від оптимальних значень (13) і (14) (див. табл. 1).

Отже, аналізуючи часові ряди з нелінійними властивостями за допомогою лінійної функції втрат, можна виявити тенденцію до недооцінки чи переоцінки потенціального ризику – особливо при довгостроковому інвестуванні. Однак тоді постає питання щодо доцільності використання квадратичної функції втрат при формуванні оптимального портфеля хедж-фондів, оскільки потрібно з'ясувати, як впливають відхилення у значеннях мір ризику на прибутковість портфеля. Саме це питання досліджувалося у наступному експерименті.

Таблиця 2. Залежність значення середньоквадратичного відхилення VaR і CVaR від значень куртозису закону розподілу, що генерується

Куртозис	Середньоквадратичне відхилення	
	VaR	CVaR
3,5	1,65	4,9282
5,5	5,518	4,8143
7	6,2	4,63

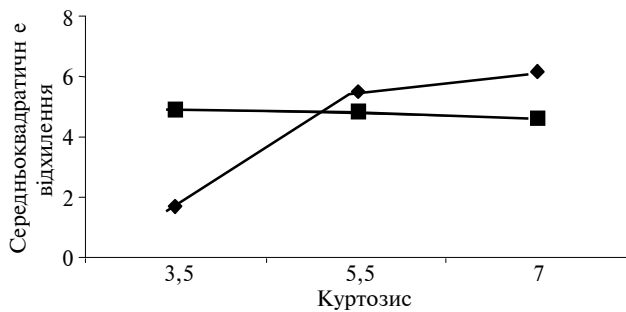


Рис. 2. Залежність середньоквадратичного відхилення від значень куртозису для функцій втрат: —◆— VaR; —■— CVaR

Для дослідження залежності прибутковості портфеля хедж-фондів від типу функції втрат у даному експерименті формувався портфель хедж-фондів на строк інвестування від 3 до 18 місяців. Аналіз прибутковості портфеля виконувався у порівнянні з котируваннями всесвітньо відомого індексу S&P500 і з портфелем хедж-фондів, запропонованим аналітичною компанією CSFB/TREMONT (табл. 3, рис. 3).

Таблиця 3. Прибутковість різних портфелів залежно від строку інвестування

Портфель	Прибутковість					
	Строк інвестування, місяць					
	3	6	9	12	15	18
Лінійний	1120	1031	1072	1140	1190	1253
Квадратичний	1102	1038	1073	1142	1193	1258
За фондом ХФ	1043	1032	1060	1117	1162	1198
За індексом S&P500	1048	1016	1069	1134	1137	1203

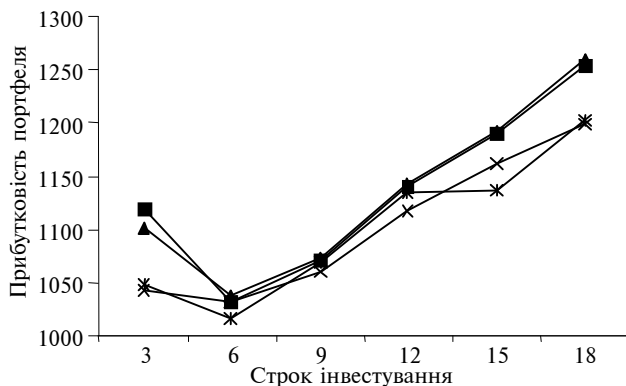


Рис. 3. Порівняльні показники прибутковості різних фінансових інструментів залежно від строку інвестування: —■— лінійний портфель; —▲— квадратичний портфель; —×— портфель за фондом ХФ; —*— портфель за індексом S&P500

Результати експерименту демонструють явну перевагу запропонованої структури портфеля над альтернативними загальноприйнятими видами інвестування. Особливо важливо відзначити, що різниця в прибутковості зростає із збільшенням строку капіталовкладень.

Як видно з рис. 3, квадратичний портфель показує вищу прибутковість, ніж лінійний. Хоча ця перевага незначна, вона однаково дає нам можливість стверджувати, що використання квадратичного портфеля в цьому випадку є обґрунтованим. До того ж необхідно пам'ятати, що запропонована оптимізаційна задача ґрунтується на принципі мінімізації ризику, тоді як у випадку максимізації прибутку при обмеженні ризику відхилення буде мати тенденцію до збільшення.

Висновки

Мета даної статті полягала в побудові оптимального портфеля хедж-фондів, який відповідав би особливостям та індивідуальним характеристикам цих фінансових інструментів. Метод, розроблений у ході досліджень, є зручним та результативним, про що свідчать результати обчислювальних експериментів. Встановлено, що запропонований метод має такі переваги: 1) оптимізаційна задача розв'язується за допомогою методів лінійного програмування, що сприяє швидкому пошуку прийняттого рішення; 2) завдяки застосуванню апроксимативного підходу на основі генерування сценаріїв з довільною щільністю розподілу постановку задачі можна конфігурувати відповідно до конкретних статистичних характеристик цінних паперів, що аналізуються; 3) прибутковість отриманого портфеля є значно вищою за прибутковість традиційних інструментів і вона зростає із збільшенням строку інвестицій; 4) в результаті розв'язання оптимізаційної задачі ми знаходимо не тільки значення оптимального об'єму портфеля, а й чисельні оцінки можливих втрат: VaR та CVaR.

У процесі опрацювання результатів експериментів також з'ясовано, що має сенс використовувати квадратичну апроксимацію функції втрат. Саме цей метод дозволяє отримувати портфель з вищим рівнем прибутковості порівняно з лінійним варіантом при адекватній оцінці рівня можливого ризику. Треба також зауважити, що квадратичні властивості проявляються із зростанням строку інвестування, а тому для довгострокового прогнозування прибутковості портфеля питання вибору виду функції втрат має біль-

ше значення. Запропонований метод є досить економічним з обчислювальної точки зору, оскільки дає можливість заощаджувати час як в процесі програмної реалізації алгоритму, так і в ході його використання на практиці.

У подальших дослідженнях планується дослідити інші типи розподілів та порівняти отримані результати з результатами застосування теорії байєсівських мереж до розв'язання подібних задач.

П.И. Бидюк, А.Ю. Литинская

ФОРМИРОВАНИЕ ПОРТФЕЛЯ ХЕДЖ-ФОНДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КВАДРАТИЧЕСКОЙ АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИИ ПОТЕРЬ

Построена модель оптимизационной задачи для нахождения портфеля хедж-фондов. Произведен анализ использования квадратической и линейной функции потерь при формировании портфелей. Исследовано влияние типа функции на поведение различных мер риска. Полученные результаты позволяют оценить обоснованность использования квадратической аппроксимации для поставленной задачи.

P.I. Bidyuk, A.Yu. Litynska

FORMING HEDGE-FUND PORTFOLIOS USING THE QUADRATIC APPROXIMATION OF LOSS FUNCTION

This paper describes the optimization model for the hedge funds portfolio search. We provide the analysis of quadratic and linear loss function implementation. Furthermore, we study how the loss function type influences the behavior of different risk measures. The obtained results help us to evaluate the correctness of quadratic approximation for the given problem.

1. Artzner P., Delbaen F., Eber J.-M., Heath D. Coherent measures of Risk // *Math. Fin.* – 1998. – 9, N 3. – P. 203–228.
2. Palmquist J., Uryasev S. Portfolio optimization with conditional Value-At-Risk objective and constraints // *The Journal of Risk.* – 2002. – 4, N 2. – P. 21–41.
3. Markowitz H.M. Portfolio selection // *The Journal of Finance.* – 1952. – 7, N 1. – P. 77–91.
4. Markowitz H.M. Portfolio selection: Efficient diversification of investments. – New York: John Wiley & Sons, 1959. – 350 p.
5. Brooks C., Kat H.M. The Statistical Properties of Hedge Fund Return Index Returns and Their Implications for Investors // *The Journal of Alternative Investments.* – 2002. – 5. – P. 26–44.
6. Бідюк П.І., Литинська А.Ю. Статистичні властивості портфелів хедж-фондів та їх застосування на практиці // *Наукові вісті НТУУ “КПІ”.* – 2007. – № 6. – С. 26–36.
7. Rockafellar R.T., Uryasev S. Conditional value-at-risk for general loss distributions // *Journal of Risk.* – 2002. – 2. – P. 21–41.
8. Schmidt R. Tail dependence for elliptically contoured distributions // *Math. Methods Oper. Research.* – 2002. – 55. – P. 301–327.
9. Kamdem J.S. Value-at-Risk and Expected Shortfall for Quadratic Portfolio of Securities with Mixture of Elliptic Distributed Risk Factors // *Laboratoire de Mathematiques, CNRS UMR 6056, Universite De Reims, 2003.* – 16 p., available at <http://arxiv.org/abs/cs.CE/0310043>

Рекомендована Радою навчально-наукового комплексу “Інститут прикладного системного аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
20 червня 2008 року

УДК 004.89+519.812

С.М. Гриша, Н.С. Гнатенко

ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ НА БАЗІ ДОСВІДУ ЯК ПІДХІД ДО ПОДОЛАННЯ ФАКТОРА СУБ'ЄКТИВНОСТІ

Вступ

Незважаючи на розмаїття засобів підтримки розв'язання багатокритеріальних задач прийняття рішень (БКЗПР), існує велика кількість задач, в яких експерти приймають кращі рішення, ніж системи підтримки прийняття рішень (СППР), що побудовані за їх участю [1]. Це пов'язано з інтуїтивним характером експертних знань, складністю їх виявлення та об'єктивного моделювання експертних розв'язувальних правил (РП). Розвиток технологій дослідження даних та здобуття знань викликав появу нового підходу до підтримки прийняття рішень, відомого як прийняття рішень на базі досвіду (ПРБД).

ПРБД (англ.: experience-based decision-making, EBDM) як загальний підхід до підтримки прийняття рішень уперше запропоновано в [2], де він визначається як використання досвіду вирішення попередніх проблем прийняття рішень для підтримки прийняття рішень у майбутньому. Підхід активно розвивається в рамках розробки багаточисельних методів [3–8]. Концепція ПРБД тісно пов'язана з концепціями машинного навчання і, власне, є застосуванням навчання за прецедентами в прийнятті рішень. Компанії за роки успішного функціонування накопичують багато даних, у тому числі й про розв'язання задач прийняття рішень (ЗПР). Дослідження таких даних дозволяє отримати нове знання, що може бути використане для підтримки прийняття рішень у майбутньому. Підхід є особливо актуальним у розв'язанні потужного класу типових ЗПР, оскільки він дає можливість повторно використовувати накопичений досвід з прийняття рішень та в певних випадках звизити область залучення експертів [9].

Однією з найважливіших методологічних проблем у теорії прийняття рішень та багатокритеріального вибору є проблема подолання фактора суб'єктивності в процесі прийняття рішення [10]. Проблема викликана існуванням психологічних особливостей поведінки осіб, що беруть

участь у процесі прийняття рішень, що, за даними чисельних експериментальних досліджень [1], можуть викликати помилки, зміщення та викривлення переваг і негативно вплинути на якість рішення, що приймається. В статті досліджуються можливості і перспективи вирішення цієї проблеми в методах ПРБД і пропонується власний метод підтримки прийняття рішень для подолання фактора суб'єктивності.

Постановка задачі

Статтю присвячено розробці підходу до подолання фактора суб'єктивності, що виникає при підтримці прийняття рішень, на основі аналізу досвіду. Тут розв'язуються такі задачі:

- 1) дослідження існуючих засобів та методів використання досвіду в СППР;
- 2) аналіз проблеми суб'єктивності та існуючих засобів її вирішення в методах ПРБД і класичних методах підтримки прийняття рішень;
- 3) визначення основних принципів подолання фактора суб'єктивності на основі аналізу досвіду;
- 4) розробка методу ПРБД із комплексним подоланням фактора суб'єктивності.

Проблема подолання фактора суб'єктивності і класичні підходи до її вирішення

При підтримці прийняття рішень існує три витоки впливу фактора суб'єктивності: 1) експерти, або особа, що приймає рішення (ОПР); 2) аналітик з підтримки прийняття рішень; 3) їх співпраця.

У першому випадку (назвемо такий фактор суб'єктивності фактором 1-го типу) суб'єктивність може бути викликана недостатнім усвідомленням експертами своїх переваг або їх невизначеністю. Так, з літератури з прийняття рішень відомо, що часто бачення експертами проблеми прийняття рішень розвивається в ході дослідження задачі та пошуку розв'язку, переваги уточнюються і знімаються можливі суперечності або нерациональності в них. Для до- визначення переваг у класичних методах підтримки прийняття рішень використовують поетапне прийняття рішень [11] та контроль суперечності [1]. З іншого боку, переваги можуть мати інтуїтивну природу, і в цьому випадку виникає проблема їх коректного усвідомлення. Роз-

глянемо докладніше ідею такої коректності. Метод прийняття рішень звичайно складається із сукупності простих операцій з виявлення переваг, таких, як попарне порівняння альтернатив, впорядкування, оцінка за критеріями тощо. При цьому при здійсненні деяких операцій ОПР робить багато помилок та виявляє непослідовність, тобто деякі операції є занадто складними для ОПР, і в такому разі метод, що спирається на застосування таких операцій, є некоректним. Експериментальні дослідження виявляють кілька типів викривлень, що мають психологічні витоки (більш детально див. [1, 12]). Некоректними операціями вважаються, наприклад, пряме зважування критеріїв та присвоєння оцінок за критеріями, більш достовірними є одновимірні впорядкування за перевагами. Застосування коректних методів опитування експертів дає змогу мінімізувати вплив фактора суб'єктивності.

У другому випадку (фактор 2-го типу) суб'єктивність викликана довільністю вибору методу і побудови формальної моделі підтримки прийняття рішень. Цей процес, звичайно, є інтуїтивним та зумовлений досвідом і майстерністю аналітика. Крім того, побудована модель як будь-яка система обробки інформації може здійснювати небажаний вплив на цю інформацію. Основним підходом до вирішення цієї проблеми є пошук найбільш універсальних моделей та об'єктивних методів моделювання.

У третьому випадку фактор суб'єктивності виникає при застосуванні експертами запропонованої моделі, причиною помилок та зміщень можуть бути процедури відбору суттєвих факторів та структуризації переваг, формалізації альтернатив, процедури прийняття кінцевого рішення та аналізу результату тощо. Так, задача формування множини критеріїв на їх основі покладається на ОПР. В багатоатрибутивній теорії корисності та методі аналізу ієрархій запропоновано деякі методи підтримки цього процесу. Втім, експериментальні дослідження виявляють, що ОПР може розв'язувати цю задачу по-різному, а вибір критеріїв часто впливає на прийняте рішення [1,13]. Проблема формалізації альтернатив насамперед притаманна моделям у вигляді багатовимірної функції-індикатора переваг. Оскільки інформація, що використовується в ЗПР, є слабкоструктурованою, тобто дані мають переважно нечислову природу, часто є неповними,

містять велику кількість скритих залежностей та, як результат впливу факторів суб'єктивності перших двох типів, помилки і викривлення, то виникає проблема підготовки даних до використання в моделі. Класичні методи пропонують різні підходи до підготовки даних, але вони базуються на інтерактивних або дедуктивних процедурах, що також є додатковим витком суб'єктивності [1]. Перспективним є застосування технологій нечітких множин. Так, застосування інтервальної багатоатрибутивної функції корисності або методів програмування переваг [14], нечіткої функції корисності, що надає для кожної оцінки довірчий інтервал [15], та інших чинників дозволяє використання нечітких аргументів, що уможливорює більш гнучкий опис переваг стосовно альтернатив, а також залучення до моделі імовірнісної інформації на наслідках. За результатами моделювання здійснюються дослідження стійкості моделі через аналіз "що, якби" та відбувається корегування моделі. Альтернативним підходом до подолання фактора суб'єктивності 3-го типу є застосування так званої ментальної моделі [16, 17]. Ментальна модель переваг базується на безпосередньому сприйнятті альтернатив експертом, без визначення множини критеріїв та наступної оцінки за ними. Така модель має відображати взаємозв'язок всієї сукупності показників, що описують альтернативу з цілісним сприйняттям її цінності. Втім, чисельні задачі вибору високотехнологічного товару можуть мати близько 100 факторів. Врахувати таку кількість показників за допомогою класичних методів моделювання неможливо, і навряд чи це є доцільним через надмірне ускладнення моделі, тому така концепція не була реалізована. Слід зазначити, що проблему прийняття рішень на базі слабкоструктурованої інформації в багатокритеріальному аналізі рішень часто називають проблемою робастності, а розробка робастних методів і моделей підтримки прийняття рішень є найактуальнішою темою останніх досліджень [18].

На думку авторів, новітні технології аналізу і обробки даних дають можливість розробити новий ефективний підхід до комплексного подолання фактора суб'єктивності всіх трьох типів при розв'язанні типових ЗПР за рахунок аналізу і повторного використання попереднього досвіду. Далі для дослідження можливостей вирішення поставленої проблеми здійснено аналіз існуючих підходів ПРБД.

Основні підходи до прийняття рішень на базі досвіду

Сформулюємо задачу побудови моделі прийняття рішень на основі досвіду в загальному вигляді. Нехай маємо базу даних (БД), що містить інформацію про розв'язання типових задач прийняття рішень експертами. У загальному вигляді ЗПР полягає у виборі з множини дій такої, що веде до наслідку, найбільш бажаного з точки зору особи, що приймає рішення. При цьому ЗПР може бути багатокритеріальною, якщо переваги на наслідках мають для ОПР кілька аспектів (або в ході розв'язання переслідуються кілька цілей одночасно). Характер зв'язку між діями та наслідками ЗПР може бути різним: виділяють детерміновані та недетерміновані ЗПР [19]. Традиційно БКЗПР досліджуються в детермінованій формі, за якою вважається, що кожна дія приводить до єдиного, конкретного наслідку, тому переваги на наслідках можна однозначно перевести в переваги на рішеннях. У цьому випадку задача побудови вирішувального правила полягає фактично в побудові моделі переваг експерта стосовно наслідків прийняття рішень, яка має такий загальний вигляд:

$$\langle X, C \rangle, \quad (1)$$

де X – множина альтернатив; C – функція вибору, що визначається як відображення $C: X \rightarrow X$, що ставить у відповідність множині X підмножину $X^* = C(X) \subseteq X$ вибраних альтернатив. Втім, слід зазначити, що існує ряд прийомів для залучення імовірнісної інформації (та інформації невизначеності щодо наслідків) до моделі багатокритеріального прийняття рішень [20]. При цьому загальний вигляд моделі не змінюється, а змінюється лише зображення X . Тому в подальшому викладі будемо використовувати модель вигляду (1).

Наведемо формальну постановку задачі побудови моделі переваг експертів на базі досвіду. Будемо вважати розв'язком i -ї ЗПР (або прецедентом) трійку

$$T_i = \langle X_i, X_i^*, I_i \rangle,$$

де $X_i \subseteq X$ – множина альтернатив; $X_i^* \subseteq X_i$ – множина вибраних альтернатив; I_i – інформація про переваги, яку було отримано в ході розв'язання ЗПР. Слід зазначити, що I_i не обов'язково є

в прецеденті, тому може не залучатися до побудови моделі. Розв'язанням задачі побудови моделі вважатимемо побудову функції вибору

$$C^* \mid \forall T_i \in T \Rightarrow C^*(X_i) = X_i^*,$$

де T – множина прецедентів, сформованих за даними БД і таких, що будуть сформовані для ЗПР, які виникнуть у майбутньому; $X_i^* \subseteq X_i$ – множина альтернатив, вибраних (або таких, що будуть вибрані) експертами при розв'язанні відповідної задачі, тобто модель має не тільки узгоджуватися з даними, але й мати прогнозуючі властивості. Автори висувають до моделі додаткову вимогу – вимогу мінімізації фактора суб'єктивності.

Існує кілька напрямків розвитку інструментів дослідження даних у СППР, що дозволяють використовувати накопичений досвід у процедурах прийняття рішень, зокрема: 1) прийняття рішень за прецедентами; 2) ідентифікація РП; 3) ідентифікація функції-індикатора переваг. Слід зазначити, що кожен із напрямків відрізняється не тільки підходом до побудови моделі, а й математичним апаратом, який використовується. Це зумовлено тим, що моделювання ЗПР може бути здійснено кількома формальними мовами, зокрема мовою функції вибору (див. вище), бінарних відношень, математичного програмування, логічного виводу тощо, і вибір формальної мови практично зумовлює використання відповідних теоретичних засад та впливає на ефективність і межі застосування моделі. Розглянемо докладніше наведені напрямки.

Прийняття рішень за прецедентами. В основі прийняття рішень за прецедентами лежить пошук схожих ЗПР. Такий підхід побудований на методах машинного навчання – розпізнаванні образів та класифікації. Розв'язання ЗПР здійснюється за таким принципом: існує кілька варіантів поведінки (альтернатив), вибір кожного з них зумовлений настанням певного стану системи, при цьому набір альтернатив звичайно є постійним, а вміння приймати рішення в цьому випадку пов'язане з вмінням класифікувати ситуацію (або стан об'єкта).

Наведемо формальний вигляд моделі. Прецедент має вигляд

$$T_i = \langle X, \theta_i, X_i^* \rangle,$$

де θ_i – множина показників (параметрів), що описують стан системи; X є спільним для всіх прецедентів; для задач класифікації звичайно розв’язком ЗПР є $X_i^* = f(\theta_i)$. Множина “еталонних” прецедентів $T^e = \langle X, \theta^e, X_\theta^* \rangle$ задає множину відповідних класів $K = \Theta^e = \{\theta_1^e, \theta_2^e, \dots, \theta_k^e\}$, де k – кількість еталонів. Розв’язання ЗПР зводиться до пошуку класу, до якого прецедент належить, а цей клас визначає рішення, яке слід прийняти:

$$C(X_i, \theta_i) = \\ = \{\forall x \in X_i \mid x \in X_j^{e*} \Leftrightarrow \theta_i \in K_j, j = \overline{1, k}\}.$$

Найпоширенішими методами класифікації у ЗПР є методи найближчого сусіда та аналогії. За цими методами для розв’язання нової ЗПР відбувається пошук найбільш близького в деякому розумінні еталона, який і визначає розв’язок:

$$\theta_i \in K_j \Leftrightarrow d(\theta_i, \theta_j^e) = \min_{\forall t} d(\theta_i, \theta_t^e),$$

де $d(\theta_i, \theta_t^e)$ – відстань між i -ю ЗПР, яку необхідно розв’язати, та ЗПР у t -му еталоні в деякій метриці, що визначається по-різному залежно від методу, що застосовується (докладніше див. [20]), причому ступінь близькості може також визначати ступінь довіри для такого розв’язку.

Прийняття рішень на основі класифікації добре підходить для певного класу ЗПР, таких, як задачі диспетчеризації та діагностики, що є задачами класифікації за своєю природою. Такі методи успішно реалізовані в диспетчерських СППР реального часу [3]. Зрозуміло, що цей підхід також добре спрацьовує для розв’язання задач контекстного вибору. Іншою перевагою є те, що метод дає можливість залучити імовірнісну інформацію про наслідки прийняття рішень та параметри, що описують стан об’єкта. Втім, підхід має такі недоліки.

1. *Непрозорість моделі прийняття рішень*, що при такому підході залишається скритою в даних та є незрозумілою для експертів.

2. *Необ’єктивність правила класифікації*, що має два витоки. По-перше, близькість ЗПР до деякого еталона визначається за відстанню між ними в деякій метриці, для визначення якої необхідно зображення всіх показників у числовому вигляді. Зрозуміло, що методи переведення даних нечислової природи в числовий вигляд мо-

жуть вплинути на результат класифікації. По-друге, правило класифікації звичайно задається аналітиком з прийняття рішень при погодженні з експертом і є необ’єктивним у тому розумінні, що експерти не завжди спроможні усвідомлювати та вірно висловлювати свої знання.

3. *Проблема побудови множини еталонів*. Побудова еталонів звичайно відбувається дедуктивно на етапі проектування або за допомогою інтерактивних процедур і є додатковим витком суб’єктивності. Крім того, при великій розмірності простору показників θ задача стає дуже трудомісткою, і виникає питання про пошук більш ефективних методів опису еталонів. Ця проблема може бути вирішена через включення до множини еталонів всіх прецедентів, що зберігаються в БД, але такий підхід призводить до збільшення часу, що витрачається на класифікацію. Таким чином, проблема полягає в ефективній побудові множини еталонів оптимально-го розміру.

4. *Обмеження застосування*. Такий підхід можна застосувати тільки до розв’язання обмеженого класу задач прийняття рішень. Існують ЗПР, для розв’язання яких необхідне залучення більш тонкої інформації, як, наприклад, інформації про заміщення та компенсацію оцінок альтернатив за критеріями.

В цілому прийняття рішень за прецедентами доцільно застосовувати в добре структурованих типових ЗПР на основі класифікації за невеликої кількості шаблонів та показників. У цьому випадку можливість впливу фактора суб’єктивності буде мінімізовано.

Ідентифікація розв’язувальних правил. Як було зазначено, при прийнятті рішень людина спроможна сприймати лише шість-сім факторів одночасно. Експериментальні дослідження показали, що при більшій кількості факторів дані структуруються певним чином [1], і така структура дає можливість експерту приймати рішення за умов неповної, неточної та навіть помилкової інформації [4]. Тому для подолання проблем прийняття рішень за прецедентами було запропоновано використовувати структурований опис ситуації. При цьому прийняття рішень також зводиться до класифікації ЗПР, але ця класифікація полягає у визначенні структурної аналогії [3], тобто приналежності її структури до деякого класу структур (визначається схожість у деякому розумінні структур, на відміну від

схожості показників, що описують ЗПР та еталон, як у прийнятті рішень за прецедентами). Прикладами такої структуризації є семантичні мережі [3, 20], різні ієрархічні структури [1, 4, 5] тощо.

Класи "еталонних" структур та розв'язки ЗПР, які вони визначають, природно задаються у формі множини РП вигляду "якщо ..., то ...", і побудова моделі прийняття рішень зводиться до визначення множини РП, що описують переваги експерта. Дійсно, дослідження поведінки досвідчених експертів виявили, що вони користуються набором таких розв'язувальних правил, який поповнюється або корегується з накопиченням досвіду [4]. В СППР на основі структурної аналогії ідентифікація РП відбувається в ході аналізу накопичених прецедентів.

Особливістю підходу в цілому є те, що інструменти ідентифікації РП та прийняття рішень на їх основі звичайно інтегровані в деяку базу знань (БЗ) і використовують технології подання і обробки знань, такі як, наприклад, логічний та семантичний виводи. Через це фактично не потрібна попередня обробка даних, що описують ЗПР, така, як, наприклад, зведення даних нечислової природи до числового вигляду. Крім того, такі формальні мови (застосування яких притаманне системам штучного інтелекту) добре пристосовані для опису переваг за неповноти, невизначеності або суперечливості даних про ЗПР. Іншою перевагою є те, що в ході побудови розв'язувальних правил автоматично відбувається відбір суттєвих факторів. Втім, підхід вимагає і вирішення ряду проблем.

1. *Проблема побудови множини РП в обчислювальний час.* Вона полягає в тому, що для ідентифікації РП звичайно необхідний аналіз дуже великих масивів даних, що можуть містити помилки або неточну інформацію. Як ефективні методи ідентифікації, застосовують методи еволюційного моделювання [16], такі, як, наприклад, генетичні алгоритми (ГА) [4].

2. *Можлива необ'єктивність моделі.* Попередні припущення щодо структури сприйняття об'єкта експертом можуть виявитися не універсальними та такими, що застосовуються лише для деякого класу ЗПР.

Методи прийняття рішень на основі структурної аналогії розроблені як для ЗПР на основі класифікації, так і для задач вибору [16].

Ідентифікація розв'язувальних правил для розв'язання задач багатокритеріального вибору. В задачах вибору відбувається ідентифікація розв'язувальних правил попарного порівняння, за результатами застосування яких будується глобальне відношення переваги, і задача зводиться до оптимізації за бінарним відношенням [6]. Нагадаємо загальний принцип побудови відношення переваги: він полягає в декомпозиції вихідної задачі на множину задач з парного порівняння альтернатив. У загальному випадку розв'язавши C_n^2 задач вибору з двох альтернатив (n – кількість альтернатив), можна застосувати одне з правил вибору для оптимізації за бінарним відношенням [19], таке, наприклад, як правило оптимальності з домінування $C(X) = \{x \in X \mid \forall y \in X [x R y]\}$ для визначення розв'язку ЗПР. Ідентифікація вирішувального правила дає можливість визначити для кожної пари альтернатив кращу в деякому розумінні і, таким чином, задає відношення переваг на множині альтернатив.

Основні переваги методу: 1) модель прийняття рішень легко інтерпретується та є прозорою для ОПР; 2) модель придатна для опису будь-яких переваг (зокрема, неповних, циклічних) за винятком ситуації контекстного вибору; 3) модель можна побудувати на основі об'єктивного опису прецедентів у тому розумінні, що дані, які описують альтернативу та зберігаються в БД, можна безпосередньо залучати до прецедента без додаткової обробки. З іншого боку, такий підхід має ряд недоліків.

1. *Проблема низької інформативності прецедентів.* Класичне відношення переваги відображає саму наявність переваги, але не дає її ступеня (відомо, що альтернатива краща за іншу, але невідомо, наскільки), тому для побудови моделі потрібна досить велика вибірка; крім того, в деяких задачах більш тонка інформація є суттєвою для вибору рішення. У класичних методах підтримки прийняття рішень є спроби підвищити інформативність відношення переваги через застосування його нечіткого вигляду, що будується на базі лінгвістичних оцінок [21]. У методах прийняття рішень на основі пошуку шаблонів такий підхід поки що не використовується.

2. *Проблема оптимізації за бінарним відношенням.* Вона полягає в тому, що звичайно за-

гальні правила оптимальності дають змогу лише звузити вихідну множину альтернатив ЗПР до множини оптимальних, при цьому вибір остаточного рішення або покладається на експерта, або вимагає застосування спеціальних правил вибору, які часто накладають обмеження на структуру переваг (наприклад, вимагає їх ациклічності або компенсації переваг за критеріями).

3. *Обмеження формальної мови бінарних відношень.* Крім проблеми оптимізації за бінарним відношенням, існує таке обмеження застосування моделі: декомпозиція ЗПР на множину задач попарного порівняння можлива за умови незалежності переваг між двома альтернативами від співвідношення їх з іншими альтернативами.

4. *Незвичайний формальний вигляд моделі.* Модель прийняття рішень на базі множини розв'язувальних правил є моделлю, характерною для систем штучного інтелекту. І хоча вона є більш загальною, ніж відношення переваги або цільова функція (ЦФ), її застосування не дає змогу безпосередньо залучити добре розроблений апарат теорії прийняття рішень та вимагає додаткових досліджень у цьому напрямку. Так, хоча ця модель дозволяє побудувати відношення переваги, вона не забезпечує повного розв'язання ЗПР через особливості оптимізації за бінарним відношенням (див. нижче).

В цілому цей найпоширеніший підхід до прийняття рішень на базі попереднього досвіду дає можливість будувати універсальні інструменти підтримки прийняття рішень, що добре інтегруються в сучасні бази знань та інтелектуальні системи. Втім, існує ряд задач багатокритеріального вибору, для яких застосування таких методів не є достатнім для побудови моделі прийняття рішень.

Прийняття рішень на основі ідентифікації функції-індикатора переваг. У теорії прийняття рішень під функцією-індикатором переваг (функцією цінності, корисності, цільовою функцією) звичайно розуміють деяку функцію

$$v(\bullet): X \rightarrow \mathfrak{R} \mid \forall x, y \in X, v(x) > v(y) \Leftrightarrow x \succ y, \quad (2)$$

де X – множина альтернатив; \succ – відношення переваг на X . Змістовно, таку функцію пов'язують з деякою суб'єктивною внутрішньою мірою цінності, що притаманна ОПР. Якщо така функція відома, задачу прийняття рішень

можна звести до задачі оптимізації, і вирішувальне правило матиме вигляд

$$C(\Omega) = \{x \in \Omega \mid x = \operatorname{argmax}(v(k_1(x), k_2(x), \dots, k_m(x)))\},$$

де $k_i(x)$ – звичайно оцінка альтернативи x за i -м критерієм. Застосування функції-індикатора переваг для розв'язання багатокритеріальних ЗПР дає змогу залучити теоретичний апарат теорії очікуваної корисності, багатоатрибутивної теорії корисності, векторної оптимізації та інші добре розроблені методи багатокритеріального аналізу рішень.

У літературі зустрічаються два підходи до побудови індикатора переваг за даними досвіду – це параметрична та структурна ідентифікації. У першій групі методів використовується модель конкретного вигляду, а ідентифікація полягає у визначенні невідомих параметрів моделі. При цьому вигляд моделі зумовлений певною аксіоматикою. Зрозуміло, що застосування СППР з параметричною ідентифікацією моделі обмежено групою осіб, переваги яких узгоджуються з такою аксіоматикою. При цьому перевірка застосовності моделі в довільному випадку вимагає проведення трудомістких складних процедур додаткового опитування експертів [1]. З цієї причини перспективним є розвиток методів, спрямованих на пошук структури довільної моделі з наступною ідентифікацією параметрів. При цьому аксіоматика є найбільш загальною і включає лише умови існування індикатора переваг [1]. Пошук функції звичайно здійснюють у класі поліномів через ідентифікацію коефіцієнтів повного полінома Колмогорова–Габора:

$$Y = a_0 + \sum_{i=1}^N a_i x_i + \sum_{j=1}^N \sum_{1 \leq i \leq j} a_{ij} x_i x_j + \sum_{j=1}^N \sum_{1 \leq i \leq j \leq k} a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (3)$$

Підсумовуючи сказане, слід зазначити, що прийняття рішень на базі структурної ідентифікації функції-індикатора переваг дозволяє: 1) звести слабкоструктуровану типову ЗПР до задачі оптимізації; 2) залучити імовірнісну інформацію, розв'язати недетерміновані задачі; 3) застосовувати більш інформативні прецеденти, що означає менший об'єм необхідної навчальної вибірки.

Втім, використання такого підходу до побудови моделі вимагає вирішення ряду проблем.

1. *Проблема розміру навчальної вибірки*, необхідної для регресії. В [7] запропоновано метод прийняття рішень на базі побудови множини "масових" функцій корисності. Цей метод добре застосовується в маркетингових задачах, коли цікавляться масовими, середніми перевагами, та є непристосованим до ідентифікації індивідуальних переваг, оскільки він потребує великої вибірки. Ця проблема вирішується через застосування методів еволюційного моделювання, які дають можливість здійснити ідентифікацію за малою вибіркою. Так, в [8] ідентифікація здійснюється за біокібернетичним підходом через застосування комбінації нейронної мережі та генетичного алгоритму; в підході до прийняття рішень на базі ідентифікації функції корисності (ПРІФК) пропонується здійснювати ідентифікацію засобами методу групового обліку аргументів (МГОА) [9]. Також є пропозиції скорочувати вибірки формуванням її за критерієм інформативності [7, 9].

2. *Проблема підготовки даних та числового представлення прецедентів*. Як і в класичних методах, в основі підходу, що використовується для вирішення цієї проблеми, лежать методи "м'яких обчислень". У [8] запропоновано метод прийняття рішень на основі досвіду з побудовою цільової функції в нечіткому вигляді на базі критеріальних та інтегральних лінгвістичних оцінок. Втім, згідно з [13] присвоєння інтегральної оцінки не є коректним з точки зору людинної системи обробки інформації та може бути додатковим витком впливу фактора суб'єктивності при побудові моделі.

3. *Пошук моделі оптимальної складності*. Особливістю функції-індикатора переваг є множинність стратегічно еквівалентних функцій-індикаторів переваг, тобто для опису одних і тих самих переваг може бути застосована будь-яка з множини комонотонних [19] функцій, і в процесі її ідентифікації слід побудувати функції найпростішого вигляду. Проблема вирішується через застосування еволюційних методів моделювання (див. наприклад, [8]). Іншою стороною проблеми є проблема відбору змінних моделі.

4. *Проблема відбору суттєвих показників*. Проблема ускладнюється тим, що для подальшого успішного застосування моделі необхідно обмежити її складність. З іншого боку, пошук

моделі у вигляді полінома (3) можливий лише за незалежності показників, залучених до моделі. На думку авторів, вирішення цієї проблеми через аналіз даних є, можливо, єдиним способом об'єктивно відібрати суб'єктивно значущі фактори, проте в методах ідентифікації функції-індикатора переваг на основі досвіду така можливість поки що не реалізована.

5. *Проблема оптимізації*. Ще одна група проблем структурної ідентифікації цільової функції пов'язана з пошуком розв'язку за прийнятний час. Ця проблема активно досліджується і вирішується в рамках багатоцільової комбінаторної оптимізації, що об'єднує еволюційні технології з так званими метаевристками [22]. У [8] для вирішення цієї проблеми застосовується нейронна мережа з ГА. Незважаючи на відсутність аналітичного вигляду для РП, це забезпечує знаходження максимуму, а РП має властивості стійкості та адаптивності. Перспективним є застосування й інших методів.

В цілому підхід прийняття рішень на основі ідентифікації функції-індикатора переваг дає можливість звести слабко структуровану ЗПР до задачі оптимізації і є перспективним для застосування при розв'язанні типових задач вибору, в яких суттєвим є порівняння близьких за перевагами альтернатив. Крім того, застосування моделі в такому вигляді дозволяє залучати теоретичний апарат теорії корисності та її багатотрибутивного різновиду, векторної оптимізації та інші добре розроблені в теорії прийняття рішень. Втім, цей підхід лише починає розроблятися, і для успішного застосування таких методів для розв'язання широкого кола типових ЗПР необхідне вирішення низки суттєвих проблем, насамперед проблеми впливу фактора суб'єктивності.

Результати дослідження методів підтримки прийняття рішень на основі досвіду

У табл. 1 наведено основні характеристики методів прийняття рішень на базі досвіду та класичних методів підтримки прийняття рішень.

З таблиці видно, що методи прийняття рішень на основі досвіду є ефективним засобом підтримки типових задач прийняття рішень, що дозволяє звужити область залучення експертів та здійснювати автоматичну ідентифікацію моделі переваг. Особливо ефективними є методи прийняття рішень на основі побудови класифікуючих правил, що пристосовані для розв'язання широкого спектра задач, використовують допустимі процедури опитування експертів та можуть

бути застосовані безпосередньо до аналізу існуючої бази знань. Методи прийняття рішень на основі досвіду для розв'язання задач багатокритеріального вибору є в цілому менш розробленими, ніж такі для розв'язання задач класифіка-

ції, і стикаються з рядом суттєвих проблем, зокрема проблемою об'єктивного відбору суттєвих факторів, усунення помилок, змішень та суперечностей, забезпечення виконання аксіоматичних обмежень тощо.

Таблиця 1. Основні характеристики класичних методів підтримки прийняття рішень і методів прийняття рішень на базі досвіду

Методи підтримки прийняття рішень	Тип	Призначення					Функціональність					Технічні характеристики						
		Неперервні (н)/дискретні (д)	Унікальні (у)/типіві (т)	Детерміновані (д)/недетерміновані	Класифікації (к)/вибору (в)	Коллективний вибір	Горизонт: оперативний (о)/стратегічний (с)	Підтримка дослідження предметної області – декомпозиція цілей (д), відбір суттєвих факторів	Пошук недомінованих альтернатив	Контроль якості моделі: забезпечення стійкості (с), контроль суперечності(к), узгодження рішень з експертом (у)	Засоби інтерпретації та пояснені	Накопичення і використання досвіду	Характер процедур опитування експертів: складні (с), допустимі (д), недосліджені	Робастність	Існування розв'язку гарантоване	Обмеження: аксіоматичні (а)/розмірності (р)	Інтеграція в БД або БЗ	Модельовання переваг: дедуктивне (д), інтерактивне (і), автоматичне (а)
Методи багатоатрибутивної теорії корисності (MAUT)/метод аналізу ієрархій (АНР)	Евристичні методи	*	*	*	в	+	с	д	+	с	-	-	с	+	+	а	-	і
Методи ELECTRE	Оптимізація за бінарним відношенням	д	у	д	в	+	с	-	+	-	-	-	д	+	+	а	-	і
Вербальний аналіз рішень		д	*	*	в	+	с	*	+	*	+	-	д	+	+	-	-	і
Методи оптимізації за бінарним відношенням		д	*	д	в	+	с	-	+	-	-	-	д	-	-	-	-	і
Методи поетапного вибору		д	*	*	в	+	с	*	+	к	-	-	д	+	-	-	-	і
Інтерактивні/ітеративні процедури багатокритеріальної оптимізації	Багатокритеріальна/векторна оптимізація	н	у	д	в	-	с	-	+	-	-	с	-	+	а	-	і	
Методи з апроксимацією паретової границі та інформуванням про неї		н	у	д	в	-	с	-	+	у	+	-	н	-	+	*	-	і
Еволюційні алгоритми		*	*	д	*	-	с	-	+	-	-	-	с	-	+	а	-	і
Методи прийняття рішень на базі цільової функції		н	*	д	в	-	с	-	+	с	-	-	с	-	+	а	-	і

Кінець таблиці 1.

Методи підтримки прийняття рішень	Тип	Призначення					Функціональність					Технічні характеристики						
		Неперервні (н)/дискретні (д)	Унікальні (у)/типові (т)	Детерміновані (д)/недетерміновані	Класифікації (к)/вибору (в)	Колективний вибір	Горизонт: оперативний (о)/стратегічний (с)	Підтримка дослідження предметної області—декомпозиція цілей (д), відбір суттєвих факторів	Пошук недомінованих альтернатив	Контроль якості моделі: забезпечення стійкості (с), контроль суперечності(к), узгодження рішень з експертом (у)	Засоби інтерпретації та пояснені	Накопичення і використання досвіду	Характер процедур опитування експертів: складні (с), допустимі (д), недосліджені	Робастність	Існування розв'язку гарантоване	Обмеження: аксіоматичні (а)/розмірності (р)	Інтеграція в БД або БЗ	Модельовання переваг: дедуктивне (д), інтерактивне (і), автоматичне (а)
Методи розв'язувальних правил/нечітких РП (DRSA)	Розв'язувальні правила	*	т	*	*	+	о	-	+	с	-	-	д	+	-	р	БЗ	д
Методи експертної класифікації	Розв'язувальні правила	*	т	*	к	+	о	*	+	*	-	-	д	+	+	р	БЗ	і
Прийняття рішень за прецедентами	Прийняття рішень на базі досвіду	н	т	*	к	-	о	-	-	-	-	+	-	+	+	*	БД	д
Прийняття рішень на базі ідентифікації правил класифікації	Прийняття рішень на базі досвіду	*	т	*	к	-	о	д	+	-	-	+	н/д	+	-	-	БЗ	а
Прийняття рішень шляхом ідентифікації вирішувальних правил вибору (DRSA)	Прийняття рішень на базі досвіду	*	т	*	в	-	о	-	+	с	-	+	д	+	-	*	-	а
Методи ідентифікації функцій-індикатора переваг	Прийняття рішень на базі досвіду	*	т	д	в	-	о	-	+	с	-	+	н/с	+	+	*	-	а

Примітка. Цим методам властиві всі характеристики (*), наведені у відповідному стовпці.

Аналіз методів прийняття рішень на основі досвіду показав, що застосування індуктивної побудови моделі дозволило знизити вплив фактора 2-го типу. Автоматичний пошук моделі в певному класі дає змогу здійснювати побудову довільної моделі для широкого спектра випадків, гарантує модель оптимальної складності і таку, що найкраще підходить до висловлених переваг. Єдиним втручанням аналітика в процес моделювання є вибір класу моделей та завдання критеріїв відбору. Їх вплив на процес прийняття рішень досліджений недостатньо, втім область залучення аналітика є значно меншою, ніж при традиційних методах моделювання.

Однак новітні технології дослідження даних, на думку авторів, дають можливість звужити

область залучення експертів та аналітиків і при виконанні інших функцій підтримки прийняття рішень, таких, як підтримка дослідження предметної області та контроль якості. Звичайно ці функції реалізовані у вигляді інтерактивних процедур та є витокком впливу суб'єктивних факторів 1-го та 3-го типу. Застосування аналізу досвіду для незалежного виконання цих функцій дозволить не тільки скорегувати наслідки впливу, а й подолати психологічні витокки фактора суб'єктивності. Таким чином, необхідна розробка додаткових інструментів аналізу і дослідження даних, крім засобів ідентифікації моделі, таких, що будуть враховувати психологічні аспекти процесу прийняття рішень та дадуть змогу використати потужний потенціал ПРБД для мінімізації

впливу суб'єктивних факторів. Такими засобами є: 1) засоби виявлення і уточнення переваг, що є комфортними для експертів та дозволяють ефективно сформувати та виявити повні, несуперечливі, дійсні переваги експертів; 2) засоби підготовки даних, таких, що мають здійснювати фільтрацію від помилок, поповнення відсутніх даних, перевод в числовий вигляд тощо; 3) засоби зменшення розмірності задачі – підвищення інформативності та розміру навчальної вибірки, відбору суттєвих показників; 4) засоби розв'язання задачі оптимізації за побудованою моделлю, що гарантують розв'язок в обчислювально прийнятний час; 5) засоби інтерпретації моделі для зображення моделі прийняття рішень у зрозумілому для експертів вигляді.

Проведений аналіз також дав можливість виявити ефективні рішення, що є перспективними в подальшому розвитку підходу: 1) поєднання та комбінування формальних підходів до побудови моделі прийняття рішень для подолання недоліків та використання їх переваг; 2) застосування методів еволюційного моделювання для побудови моделі; 3) застосування нових методів багатоцільової комбінаторної оптимізації та метаевристик для розв'язання задач оптимізації за моделлю прийняття рішень; 4) реалізація розроблених моделей і методів у вигляді універсальних, гнучких інструментів, що інтегруються в БД ERP-систем і дають змогу максимально звузити область залучення експертів.

Розробка основних положень методу прийняття рішень на основі ідентифікації функції-індикатора переваг для подолання фактора суб'єктивності

З урахуванням проведеного аналізу автори статті пропонують свій підхід до подолання фактора суб'єктивності, що базується на дослідженні досвіду. Цей підхід заснований на застосуванні трьох принципів: 1) формування прецедентів у ході ділової гри з контролем суперечності; 2) еволюційної побудови моделі; 3) використанні ментальної моделі переваг.

Ці принципи реалізуються в новому методі підтримки прийняття рішень на основі досвіду, який пропонують автори – методі PRIOL (Precedence Indicator Objective Learning method). Метод базується на підході до прийняття рішень на основі ідентифікації функції-індикатора переваг, запропонованому авторами в [9] під первинною назвою “прийняття рішень на базі ідентифікації функції корисності” (ПРІФК). Доцільність використання такого підходу в ПРБД зумовлена

тим, що він дає змогу звести довільну слабкоструктуровану ЗПР до задачі оптимізації та звузити в певних випадках область залучення експертів, і таким чином підвищити ефективність розв'язання типових ЗПР. Основними рисами підходу ПРІФК є [9]: 1) поступова ідентифікація моделі переваг експертів у вигляді функції-індикатора переваг із визначенням ступеня локальної ідентифікації та можливістю часткового звуження області залучення експертів; 2) комбінування засобів навчання за прецедентами та активного навчання, що дозволяє здійснювати ідентифікацію моделі переваг експертів як на накопичених даних, так і в ході ділової гри; 3) використання еволюційних процедур моделювання із застосуванням евристичних критеріїв селекції. Зазначені особливості, на думку авторів, складають ефективну базу для побудови ПРБД-методу. Розглянемо більш детально три запропоновані принципи комплексного подолання фактора суб'єктивності на основі досвіду та їх реалізацію в методі PRIOL.

Реалізація активного навчання у вигляді ділової гри з контролем суперечності. В методі PRIOL здійснюється імітація процесу прийняття рішень у типових ЗПР у вигляді ділової гри. Експерти працюють в умовах, що імітують реальні умови прийняття рішень та здійснюють розв'язання набору типових ЗПР, сформованих таким чином, щоб забезпечити не тільки побудову функції-індикатора переваг, але й здійснити перевірку суперечностей у перевагах. Таким чином, ділова гра використовується як метод тренування експертів у природних умовах, що дозволяє їм розвинути, уточнити та поповнити свої переваги. Типова ЗПР полягає у виборі з невеликого набору альтернатив (трьох-чотирьох) однієї або кількох, кращих за думкою експертів; для розв'язання використовуються психологічно допустимі операції.

Таке виявлення переваг з контролем суперечності запропоноване для прийняття рішень на основі досвіду вперше. Ідентифікація функції-індикатора переваг під час ділової гри насамперед спрямована на усунення не наслідків впливу фактора суб'єктивності (як в існуючих методах), а витоків цього фактора. При цьому ділова гра дозволяє комплексно розв'язати такі задачі: 1) здійснити розвиток, уточнення, формування несуперечливих переваг експертів у ході розв'язання типових ЗПР у природних для експерта умовах (задачі можуть бути сформовані спеціально для уточнення або перевірки окремих властивостей переваг); 2) здійснити ідентифікацію моделі, що узгоджується з рішеннями експертів,

його перевірку та адаптацію в разі необхідності; 3) забезпечити поступове поліпшення розуміння експертами принципів роботи СППР, природи моделі прийняття рішень, сформуванню довіри до результатів роботи СППР, що, за дослідженнями [23], є необхідним фактором успішного використання СППР.

Розробка еволюційного алгоритму моделювання переваг експертів з поступовим ускладненням класу моделі переваг. У методі PRIOL використовуються успішні розв'язки в ПРБД, що були виявлені в ході аналізу існуючих підходів, такі, як еволюційне моделювання, застосування нечіткої функції-індикатора переваг, комбінування формальних підходів до моделювання переваг експертів. Процес індуктивної побудови моделі в PRIOL базується на використанні еволюційних методів моделювання, а саме нечіткого МГОА (НМГОА) [24]. Пошук функції-індикатора переваг здійснюється в класі поліномів вигляду (3) з нечіткими коефіцієнтами на основі запропонованого авторами евристичного критерію відбору моделі. Критерій визначає ступінь непогодженості моделі з прецедентами та формується з таких принципів. Наведемо формальну модель побудови функції-індикатора переваг. Маємо набір прецедентів вигляду (X, X^*) , де X^* може містити кілька альтернатив, з яких експерти затрудняються вибрати найкращу. Необхідно побудувати функцію вигляду (2). З кожного прецедента відомо, що

$$|v(x_1) - v(x_2)| = 0 \quad \forall x_1, x_2 \in X^*,$$

$$(v(x_1) - v(x_2)) \geq h \quad \forall x_1 \in X^*, x_2 \in X \setminus X^*,$$

де h – поріг, що визначає відмінність альтернатив, близьких за перевагами. Таким чином, отримуємо множину нерівностей, що мають виконуватися, якщо функція описує переваги. Тоді евристичний критерій відбору моделі має відображати відносну кількість нерівностей, що не виконуються. При пошуку відбувається поступове ускладнення моделі починаючи з лінійного вигляду. Транзитивність переваг, що є основною вимогою для існування функції-індикатора переваг, забезпечується самою процедурою виявлення переваг із усуненням суперечностей.

Ідентифікація “ментальної моделі” переваг.

У методі PRIOL вперше запропоновано реалізацію концепції ментальної моделі корисності, через: а) використання об'єктивного опису прецедентів та альтернатив, коли як аргументи

функції-індикатора переваг використовуються об'єктивні показники, при цьому якісні показники та відсутні характеристики зображають у вигляді бінарних змінних (такий підхід дозволяє імітувати прийняття рішень експертом не тільки на основі якісних даних, але й при умовах їх відсутності, а проблема розмірності, що виникає при цьому, вирішується при відборі суттєвих факторів); б) вирішення проблеми відбору суттєвих факторів – відбір суттєвих факторів здійснюється в ході ідентифікації (основна ідея полягає в застосуванні узагальненого МГОА з ортогоналізацією за групами аргументів – детально такий підхід до зниження розмірності задачі описано в [25]); в) застосування нечіткого індикатора переваг та принципів стохастичного домінування. Оскільки нечіткі функції більше підходять до опису слабкоструктурованих залежностей, пошук функції в нечіткому вигляді дозволить, на думку авторів, ідентифікувати модель простішого вигляду.

Таким чином, метод підтримки прийняття рішень PRIOL дасть можливість не тільки усунути фактори суб'єктивності, пов'язані з довільністю побудови моделі аналітиком, але й усунути або зменшити вплив фактора суб'єктивності, що походить від психологічних особливостей процесу прийняття рішень та виникає при виконанні таких операцій, як: 1) усвідомлення та уточнення переваг; 2) відбір суттєвих факторів; 3) опис предметної області та формалізація опису альтернатив; 4) використання побудованої моделі для прийняття рішень.

У табл. 2 наведено порівняльні характеристики класичних засобів підтримки прийняття рішень й основних підходів ПРБД, згрупованих за типом розв'язуваних ЗПР. Розглядаються різні методи для розв'язання ЗПР на основі класифікації та багатокритеріального вибору, в тому числі запропонований авторами метод PRIOL. Показано реалізовані принципи підтримки прийняття рішень, що сприяють подоланню фактора суб'єктивності, та їх можливі недоліки.

З таблиці видно, що метод підтримки прийняття рішень на базі досвіду PRIOL дозволяє мінімізувати вплив фактора суб'єктивності різної природи на всіх етапах процесу прийняття рішення. Єдиним умовним недоліком запропонованого методу є обчислювальна складність алгоритму ідентифікації моделі. Цей недолік може бути усунений за допомогою використання сучасних засобів розподілу обчислень.

Таблиця 2. Порівняльний аналіз методів підтримки прийняття рішень на основі досвіду в контексті подолання фактора суб'єктивності

Засоби подолання фактора суб'єктивності за його типами	Основні переваги та можливі недоліки методів	Класичні методи ППР	Основні підходи ПРБД					
			ПР на основі класифікації		Задачі багатокритеріального вибору			
			ПР по прецедентах	Ідентифікація розв'язувальних правил	Ідентифікація розв'язувальних правил	Нечітка функція-індикатор переваг з лінгвістичними оцінками	PROL	
Суб'єктивність суджень експертів	+	Використовуються природні процедури опитування експертів	+/-	+/-	+	+	-	+
	+	Переваги можуть бути розвинені і уточнені в процесі ПР	+/-	-	-	-	-	+
Суб'єктивність методу	+	Враховується попередній досвід	-	+	+	+	+	+
	+	Здійснюється перевірка несуперечливості	+/-	-	+/-	+/-	-	+
Суб'єктивність взаємодії	+	Виявлення переваг дуже трудомістке	+/-	+	+/-	+	-	-
	+	Вибір (побудова) моделі здійснюється об'єктивно	-	-	+	+	+	+
Суб'єктивність взаємодії	+	Модель застосовується в широкому спектрі випадків	+/-	-	+	+	-	+
	+	Модель добре масштабується	-	-	+/-	-	-	+
Суб'єктивність взаємодії	+	Модель не потребує попередньої обробки даних (або обробка не викривляє переваги)	+/-	-	+	+	-	+
	+	Велика обчислювальна складність алгоритму моделювання	-	-	+	+	+	+
Суб'єктивність взаємодії	+	Стійкість до невизначеності	+/-	+	+	+	+	+
	+	Звуження області залучення експертів	-	+	+	+	+	+
Суб'єктивність взаємодії	+	Модель не висуває жорсткі вимоги до переваг експертів, метод підтримки прийняття рішень не впливає на формування та висловлювання переваг експертів	+/-	+	-	-	+	-
	+	Непрозорість моделі та рекомендованих рішень для експертів	+/-	+	-	-	+	-
Суб'єктивність взаємодії	+	Не гарантоване існування рішення або його оптимальність	+/-	+	-	+	-	-

Висновки

Аналіз існуючих підходів до підтримки прийняття рішень на основі досвіду, останніх психологічних досліджень та практики усунення фактора суб'єктивності в теорії прийняття рішень виявив актуальність та доцільність розробки методів підтримки багатокритеріального вибору на основі досвіду з подоланням фактора суб'єктивності та дозволив визначити сутність підходу до побудови таких методів. Запропонований авторами підхід дає можливість здійснити комплексне подолання факторів суб'єктивності, що виникають у процесі підтримки прийняття рішень. Розроблений у рамках підходу метод прийняття рішень на базі ідентифікації функції-індикатора переваг PRIOL за своїми принципами забезпечує не тільки зведення слабкоструктурованої ЗПП до задачі оптимізації, але й одночасно усунення витоків суб'єктивності на всіх етапах процесу прийняття рішень, та, тим самим, покращення якості

процесу прийняття рішень і підвищення довіри до результатів використання СППР.

Розроблений підхід призначений до застосування для підтримки широкого спектра типових задач багатокритеріального вибору, що потребують підвищеної відповідальності та оперативності в прийнятті рішень. Підхід є особливо корисним для колективного прийняття рішень високої важливості, оскільки дозволяє через тренування експертів випрацювати спільну несуперечливу систему переваг.

Основним напрямком подальших досліджень з розвитку підходу є детальна розробка та реалізація в рамках методу PRIOL алгоритму еволюційної побудови моделі прийняття рішень, алгоритму пошуку рішення та здійснення експериментальних досліджень прототипу системи з точки зору подолання факторів суб'єктивності. Для підвищення ефективності процесу ідентифікації моделі алгоритм буде реалізовано засобами паралельних обчислень.

С.Н. Гриша, Н.С. Гнатенко

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ НА ОСНОВЕ ОПЫТА КАК ПОДХОД К ПРЕОДОЛЕНИЮ ФАКТОРА СУБЪЕКТИВНОСТИ

Предложен новый подход к преодолению фактора субъективности в процессе поддержки принятия решений, основанный на анализе накопленного опыта принятия решений. Исследованы основные методы принятия решений на основе опыта, в том числе методы принятия решений по прецедентам, на основе идентификации решающих правил и функции-индикатора предпочтений; рассмотрена их подверженность влиянию фактора субъективности и возможности решения проблемы. Сформулированы основные принципы преодоления фактора субъективности на основе опыта, которые реализованы в новом методе поддержки принятия решений на основе идентификации функции-индикатора предпочтений PRIOL.

S.M. Grysha, N.S. Gnatenko

EXPERIENCE-BASED DECISION MAKING AS THE APPROACH TO SUBJECTIVITY OVERCOMING

In this study, we introduced the novel approach to decision-making subjectivity overcoming in DSS on the basis of the previous experience analysis. We studied the main trends of the experience-based decision-making, namely precedence-based decision making, decision rules and preference indicator identification. Also we analysed their exposure to subjectivity influence and possibilities of its overcoming. We formulated the major principles of the experience-based subjectivity overcoming and implemented in the new method of decision making, PRIOL, which was based on preference indicator learning.

1. Ларичев О.И. Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных странах. – М.: Логос, 2006. – 392 с.
2. Hullermeier E. Experience-Based Decision Making: A Satisficing Decision Tree Approach // Systems, Man and Cybernetics, Part A, IEEE Transactions. – 2005. – 35, Issue 5. – P. 641–653.
3. Варшавский П.Р., Еремеев А.П. Поиск решения на основе структурной аналогии для интеллектуальных систем поддержки принятия решений // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2005. – № 1. – С. 97–109.
4. Асанов А.А. Генетический алгоритм построения экспертных решающих правил в задаче многокритериальной классификации // Электронный журнал «ИССЛЕДОВАНО В РОССИИ». – 2002. – С. 1744–1753.

5. *Ben-David A., Sterling L.* Generating rules from examples of human multiattribute decision making should be simple // *Expert Systems with Applications*. – 2006. – N 31. – P. 390–396.
6. *Greco S., Matarazzo B., Slowinski R.* Dominance-based Rough Set Approach as a proper way of handling graduality in rough set theory // *Transactions on Rough Sets VII, LNCS 4400*. – Berlin: Springer-Verlag, 2007. – P. 36–52.
7. *Chajewska U., Koller D., Ormonet D.* Learning an Agent's Utility Function by Observing Behavior // *Proc. of the Eighteenth Intern. Conf. on Machine Learning table of contents*. – 2001. – P. 35–42.
8. *Шаранов В.М., Снитюк В.Е.* Биокрибернетический метод определения оптимума целевой функции в условиях неопределенности // *Искусственный интеллект*. – 2002. – № 4. – С. 123–129.
9. *Гриша С.М., Гнатенко Н.С.* Прийняття рішень на основі ідентифікації функції корисності // *Наукові вісті НТУУ "КПІ"*. – 2007. – № 3. – С. 40–46.
10. *Гнатенко Г.М., Снитюк В.Є.* Експертні технології прийняття рішень. – К.: ТОВ "Маклаут", 2008. – 444 с.
11. *Brugha C.M.* Phased multicriteria preference finding // *European Journal of Operational Research*. – 2004. – N 158. – P. 308–316.
12. *Pöyhönen M., Hämmäläinen R.P.* Notes on the weighting biases in value trees // *J. of Behavioral Decision Making*. – 1998. – 11. – P. 139–150.
13. *Larichev O.I.* Cognitive Validity in Design of Decision-Aiding Techniques // *J. of Multi-Criteria Decision Analysis*. – 1992. – 1, N 3. – P. 127–138.
14. *Salo A., Hämmäläinen R.P.* Preference programming through approximate ratio comparisons // *European Journal of Operational Research*. – 1995. – N 82. – P. 458–475.
15. *Ma J., Ruan D., Xu Y., Zhang G.* A fuzzy-set approach to treat determinacy and consistency of linguistic terms in multi-criteria decision making // *Intern. J. of Approximate Reasoning*. – 2007. – 44. – P. 165–181.
16. *Wallenius J., Dyer J.S., Fishburn P.C., Steuer R.E., Zionts S., Kalyanmoy D.* Multiple Criteria Decision Making, Multiattribute Utility Theory: Recent Accomplishments and What Lies Ahead // *Management Science*. – 2008. – N 7. – P. 1336–1349.
17. *Keeney R.* Value-Focused Thinking: A Path to Creative Decision Making. – Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press, 1992. – 416 p.
18. *Sayin S.* Robustness Analysis: Robustness Algorithms for Multiple Criteria Optimization // *European Working Group "Multiple Criteria Decision Aiding"*. – 2005. – Ser. 3, N 11. – P. 6–7.
19. *Вилкас Э.Й.* Оптимальность в играх и решениях. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1996. – 256 с.
20. *Вагин В.Н., Головина Е.Ю., Загорянская А.А., Фомина М.В.* Достоверный и правдоподобный вывод в интеллектуальных системах. – М.: Физматлит, 2004. – 704 с.
21. *Chiclana F., Herrera F., Herrera-Viedma E.* Integrating three representation models in fuzzy multipurpose decision making based on fuzzy preference relations // *Fuzzy Sets and Systems*. – 1998. – N 97. – P. 33–48.
22. *Jaszkiewicz A.* Multiple objective metaheuristic algorithms for combinatorial optimization. – Poznan: Politechnika Poznanska, 2001. – 148 p.
23. *Gönül M.S., Önköl D., Lawrence M.* The effects of structural characteristics of explanations on use of a DSS // *Decision Support Systems*. – 2006. – N 42. – P. 1481–1493.
24. *Зайченко Ю.П., Заець І.О.* Синтез та адаптація нечітких прогнозуючих моделей на основі методу самоорганізації // *Наукові вісті НТУУ "КПІ"*. – 2001. – № 2. – С. 32–41.
25. *Madala H.R., Ivakhnenko A.G.* Inductive Learning Algorithms for Complex System Modeling. – CRC Press, Inc., 2000. – 368 p.

Рекомендована Радою факультету інформатики та обчислювальної техніки НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
27 червня 2008 року

УДК 004.75

П.П. Маслянюк, П.М. Лісов

ДОСЛІДЖЕННЯ ЗАСОБІВ І РОЗРОБКА ТЕХНОЛОГІЇ ПРОДУКУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ РЕСУРСІВ

Вступ

На сьогодні одним з ефективних засобів підвищення конкурентоздатності організаційної системи (Орг.С) є її інформатизація. Як зазначалося в [1–3], під визначенням “інформатизація організаційних систем” розуміємо необхідну і достатню множину правових, організаційних, економічних, наукових та науково-технічних рішень і процесів, спрямованих на створення інформаційно-комунікаційних систем з метою задоволення інформаційних потреб, забезпечення і автоматизації бізнес-процесів, підтримки прийняття рішень та підвищення ефективності керування організаційною системою із застосуванням інформаційно-комунікаційних технологій.

Інформатизація передбачає створення інформаційно-комунікаційної системи (ІКС) [4]. Однією з компонентів цієї системи є інформаційний ресурс, який забезпечує зберігання та обробку даних, інформації і знань як одну з основних цінностей Орг.С [5]. Для того щоб створити ресурс, який буде максимально ефективно задовольняти потреби організації, необхідно провести ґрунтовний аналіз як згаданих потреб, так і характеристик та особливостей інформації.

Конкурентоспроможність будь-якої організаційної структури, підприємства чи фірми прямо залежить від кількості і якості інформації, якою вони володіють, а також від наявності засобів оперування такою інформацією. Тому проблема створення інформаційних ресурсів є важливою складовою для забезпечення конкурентоспроможності Орг.С.

Постановка задачі

Метою статті є дослідження засобів і розробка технології продукування інформаційних ресурсів. У зв'язку з цим необхідно запропонувати підхід, який дозволить обґрунтовано вибрати засоби та технології для створення інформаційних ресурсів. Для цього треба проаналізувати дані, інформацію і знання, які можуть збе-

рігатись в інформаційних ресурсах Орг.С. На основі прикладного системного аналізу і компонентного процесу розробки слід розробити підхід до проектування і створення ресурсу як системи компонент, певним чином пов'язаних між собою та з іншими компонентами ІКС. Мають бути досліджені інформаційні ресурси, їх класифікація, основні типи.

Результати аналізу засобів продукування інформаційних ресурсів є основою для формулювання рекомендацій по застосуванню тих чи інших засобів для продукування окремих компонентів ресурсу ІКС.

Результати статті спрямовані на застосування при розробці проектів інформатизації організаційних систем, зокрема для системної інженерії інформаційних ресурсів.

Інформаційний ресурс

Однозначного і завжди коректного визначення понять “дані”, “інформація”, “знання”, на жаль, немає. Сам термін “інформація” є порівняно недавнім: до другої половини ХХ ст. в російській і українській мовах це поняття не вживалось [6]. З латинської *informatio* перекладається як відомості або роз'яснення. Можна навести багато визначень інформації – від філософського – “відображене різноманіття, яке виникає в результаті взаємодії між об'єктами” [7] до визначення Лебедева: “послідовність нулів та одиниць”. Однак перше з них не є конструктивним, а друге не зовсім відповідає сучасному розумінню інформації.

Згідно із законодавством України, інформація – це відомості, подані у вигляді сигналів, знаків, звуків, рухомих або нерухомих зображень тощо [8]. Законодавство України визначає дані як інформацію у формі, придатній для автоматизованої обробки її засобами обчислювальної техніки [8].

За європейськими стандартами, знання – це комбінація даних та інформації, до яких додається точка зору, навички і досвід експерта, що дає вагомий результат, який можна використати для прийняття рішень. Знання може бути вичерпним та/або вузьким, індивідуальним та/або колективним. На жаль, українське законодавство взагалі не визначає поняття “знання”.

Згідно з іншими джерелами, “дані – це інформація до того, як їй надається контекст, структура та значення” – “data is information before it has been given any context, structure and meaning” [9].

На нашу думку, найбільш вдалим є визначення, за яким дані – це результат простого збору визначених фактів; інформацією вони стають лише при зв'язуванні у щось корисне комбінації: хто, що, де і як. У свою чергу, знання – це розуміння того, як і чому щось відбувається [10]. Саме такі значення понять “дані”, “інформація” і “знання” будуть використовуватись у нашому дослідженні.

Дані, інформація і знання – сутності, які можуть відображати об'єкти, процеси та явища навколишнього середовища. Вони є абстрактними об'єктами [6]. Засобом їх матеріалізації є інформаційний ресурс. Згідно із законодавством України, інформаційний ресурс – це сукупність документів в інформаційних системах (бібліотеках, архівах, банках даних тощо) [11].

Документ – це упорядкована сукупність даних, інформації і знань, яка надає можливість доступу, передачі, обробки тощо. Прикладом його може бути паперовий документ, фільм, комп'ютерний файл [6].

Середовищем зберігання документів є інформаційно-комунікаційна система, яка забезпечує доступ, обмін інформацією та її обробку. Така система не обов'язково повинна бути комп'ютеризована. Прикладами комп'ютеризованих інформаційно-комунікаційних систем можуть бути операційне середовище, база даних, інформаційне сховище та інформаційний колектор.

Продуктування інформаційних ресурсів є одним з основних завдань інформаційного суспільства [12]. Під цим поняттям розуміємо створення нових видів інформаційних ресурсів на основі існуючих даних, інформації і знань.

Класифікація інформаційних ресурсів дозволяє розбити ресурс на компоненти, визначити характеристики та вибрати оптимальні засоби для їх реалізації. Для опису вимог до інформаційного ресурсу, що розробляється, використовують такі його характеристики [13]:

- характеристики продуктивності:
 - пропускна спроможність;
 - час реакції;
 - час затримки;
- характеристики надійності;
- характеристики масштабованості;
- характеристики розширюваності;
- характеристики прозорості;
- повна вартість володіння.

Повна вартість володіння інформаційним ресурсом визначається не тільки (і не стільки) вартістю використаних при його створенні апа-

ратних і програмних засобів, а й вартістю інформації, яка в нього закладена.

Класифікація інформаційних ресурсів дає можливість обґрунтовано визначити також необхідний тип інформаційного ресурсу, вибрати інструменти і технології для його продукування.

Інформаційні ресурси можна класифікувати за такими ознаками [14]:

- приналежність ресурсу до певної організаційно-технологічної системи (наприклад, бібліотечної мережі, ЗМІ, корпоративної системи);
 - спосіб виділення об'єктів обліку (творів, документів, видань, баз даних, інтернет-сторінок, сайтів тощо);
 - призначення ресурсу (масової інформації, освіти, бізнесу, особистої переписки тощо);
 - зміст ресурсу:
 - тематичний;
 - об'єктний;
 - функціональний;
 - видовий склад ресурсу (види документів);
 - джерело інформації:
 - національне або закордонне;
 - офіційне або неофіційне;
 - інші джерела;
 - правовий статус ресурсу (публічні документи, об'єкти інтелектуальної власності, спам, таємні документи тощо);
 - структурний тип ресурсу, що вміщує в собі:
 - можливість відділення даних від програм та представлення;
 - формати;
 - кодування;
 - інше;
 - відкритість ресурсу (відкритий або з обмеженим доступом);
 - рівень структурованості:
 - структуровані;
 - неструктуровані;
 - спосіб поширення і носій;
 - мова ресурсу.
- Комп'ютеризовані інформаційні ресурси за змішаним критерієм щодо надання сервісів і можливостями оперувати даними, інформацією та знаннями, можна розділити на такі основні типи [13]:
- файлові системи;
 - бази даних;
 - інформаційні сховища;
 - інформаційні колектори;
 - веб-ресурси.

Файлові системи (ФС) є найпростішим і найбільш поширеним типом інформаційних ресурсів. Вони зберігають дані, інформацію і знання довільного типу та довільної структури. ФС, з одного боку, є персональним інформаційним ресурсом, а з іншого – базою для інших типів ресурсів.

Розвиток ФС розпочався із створення носіїв даних досить великого розміру та виникнення задач, для яких вже не можна було зберігати на носії дані одного типу у визначеному форматі.

Можна виділити такі типи ФС [15]:

- *дисккові* – зорієнтовані на зберігання розрізаних даних на одному жорсткому диску персонального комп'ютера користувача; здебільшого вони використовуються на ПК для розв'язання персональних задач користувача;

- *кластерні* – зорієнтовані на зберігання даних на масиві дисків, що забезпечує вищу швидкість, надійність і ємність. Вони, як правило, використовуються в серверах, зараз їх все частіше застосовують в ПК (RAID-масиви);

- *мережні* – дозволяють пов'язати в єдину ФС носії на різному апаратному забезпеченні, поєднані в межах мережі. Розвиток таких систем дає можливість створити інформаційний ресурс підприємства із забезпеченням максимальної надійності і швидкості роботи при уникненні дублювання;

- *спеціального призначення* – до цієї групи належать ФС, оптимізовані для роботи на різноманітних носіях (компакт-дисках), системи доступу до ftp, системи файлових пристроїв та ін.

Ми розглядаємо два основні класи задач, які розв'язуються за допомогою ФС: організацію розміщення даних на фізичному носії та організацію файлового простору користувача (ієрархії файлів та каталогів).

Фізична організація зберігання даних на диску передбачає, що для користувача (програми) створюється інтерфейс за відповідними правилами, тобто певний образ організації файлів і каталогів. Реальне місце кожного файла встановлюється ФС за певним алгоритмом, який має забезпечити швидкий доступ до файлів, пошук, запис, операції переміщення/копіювання тощо. Це завдання передусім пов'язане із фізичною організацією пристроїв для збереження даних.

Другим аспектом розробки ФС є організація ієрархії файлів і каталогів. Вона має забезпечити структурованість інформації, швидкість і зручність її обробки та підтримку стан-

дартних рішень. Як правило, ієрархію файлів кожний користувач визначає самостійно, щоправда, інколи існують рішення, зорієнтовані на певну визначену ієрархію. Прикладом цього може бути організація ФС для операційної системи (ОС) Windows. Користувач може створювати ієрархію для своїх даних, проте для ОС використовується ієрархія, створена розробником. Аналогічно, якщо в межах організаційної структури використовуються певні загальні програмні рішення, то може виникнути необхідність у розробці ієрархії ФС. Така розробка має проводитись на етапі проектування, а надалі за допомогою організаційних засобів повинна контролюватись підтримка встановленої ієрархії.

Останнім часом на файлові системи покладаються нові задачі: контроль доступу до даних, підтримка політик безпеки, архівація та ін. Це викликано тим, що ФС у сучасних системах вже не є лише основою операційної системи, а являє собою окремий інформаційний ресурс, доступ до якого може проводитись і "в обхід" ОС. Тому функції, які раніше покладалась на ОС, тепер мають бути перекладені на саму ФС.

База даних (БД) – це інформаційний ресурс, призначений для зберігання структурованих даних. Класифікуються БД за структурою інформації, що зберігається:

- *каталоги* – найпростіший вид БД, в якому використовується підхід, аналогічний до бібліотечних каталогів. При цьому вся інформація зберігається в одній таблиці з визначеним набором полів. Такі БД були історично першими і почали розвиватись у 60-х роках ХХ ст.;

- *ієрархічні*; у таких БД дані організовані в деревоподібну структуру, в якій кожен запис є вузлом. Ця організація БД забезпечує швидкий пошук даних (за одним критерієм);

- *мережні*; такі БД зберігають дані із зв'язками з іншими даними. Зв'язки організовуються як вказівники (pointer) на інші записи. Як правило, для зберігання записів створюється схема, схожа на ієрархічну;

- *реляційні* – найпопулярніші сучасні БД, які базуються на реляційній моделі, запропонованій у 1969 р. Е. Коддом [16]. В них дані подані у вигляді таблиць, кожен рядок яких є одним записом, а кожний стовпчик – визначеним атрибутом. Робота з БД відбувається за допомогою запитів, результатом яких є таблиці;

- *пост-реляційні*; такі бази використовують деякі принципи реляційних БД, але не обмежуються реляційною моделлю. Часто вони використовують також принципи ієрархічних та мережних БД;

• *об'єктні*; при врахуванні розвитку об'єктно-орієнтованого програмування виробляються спроби створити схему БД, яка б дозволила працювати з об'єктами. У такому випадку БД і програма, яка її використовує, мають однакові назви, що дає можливість спростити взаємодію і уникнути проблем із перетвореннями даних.

Слід зазначити, що при розробці сучасних систем інколи доречно використовувати БД із змішаною структурою [17]:

- за характером інформації, яка зберігається:
 - фактографічні (картотеки);
 - документальні (архіви);
- за способом зберігання даних:
 - централізовані (зберігаються на одному комп'ютері);
 - розподілені (використовуються в локальних і глобальних комп'ютерних мережах).

Інформаційні сховища – це ресурси, призначені для аналітичної обробки інформації. За визначенням Білла Інмона, сховище даних є предметно-орієнтованим, хронологічним, стабільним набором даних, призначеним для підтримки прийняття управлінських рішень [18]. З іншого боку, інформаційне сховище являє собою ієрархічно організовану сукупність БД, призначених для збереження і обробки архівних даних.

Бази даних дають можливість ефективно працювати з оперативними даними, але для аналітичних запитів час обробки може бути значним, оскільки доводиться опрацьовувати великі об'єми інформації. Натомість, в інформаційне сховище додаються оброблені певним чином дані, тобто первинна аналітична обробка проводиться постійно і поступово. Таким чином, отримується багатовимірна структура, яка не містить у собі оперативних даних, але містить матеріал для аналітичної роботи. На запит експерта сховище дозволяє швидко побудувати так званий зріз, який має необхідну інформацію.

На сьогодні для більшості Орг.С вже недостатньо обробки лише даних та інформації – необхідною є робота із знаннями. Для зберігання і обробки знань використовуються *інформаційні колектори* [19].

Першими інформаційними колекторами були бібліотечні системи. Вони зберігали тексти документів у сховищах бібліотек [12]. Документи були класифіковані за стандартними бібліотечними класифікаторами. В теперішніх інформаційних колекторах для пошуку документів використовуються метадані [20], що спри-

яє більш ефективно і швидко знаходити документи.

У сучасних умовах дуже важливим стало завдання інтеграції колекторів. Це пов'язано з характером знань, що зберігаються в колекторах [19]. В більшості колекторів знаходиться саме відкрита інформація. Створення єдиної мережі колекторів [21, 22] сприяє забезпеченню можливості пошуку інформації в різних колекторах без необхідності проводити його в кожному окремо.

На сьогодні інформаційні колектори використовуються для збереження знань у різних формах. Сучасні системи підтримують зберігання не лише текстів, а й відео, аудіо та інших мультимедійних документів.

Веб-ресурси являють собою ресурси, які зберігаються на різних компонентах, розподілених у гетерогенній мережі. Прикладом одного з таких ресурсів є мережа Інтернет. Перевагою даного типу ресурсу є надійність та забезпечення зручного доступу, недоліком – складність організації керування і пошуку.

Як видно з аналізу, кожний із розглянутих типів інформаційних ресурсів призначається для вирішення певних завдань. При побудові ІКС Орг.С необхідно вирішувати різні типи завдань, тому в більшості випадків використовується комбінований ресурс, який поєднує в собі систему окремих взаємодіючих ресурсів. Компонентний підхід дозволяє описати такі ресурси і їх взаємодію на рівні інтерфейсів. Типову модель організації ресурсів у складі інформаційного ресурсу ІКС зображено на рис. 1.

На ньому показано інтерфейси взаємодії як із зовнішніми для ресурсу компонентами (порталом, зовнішнім ресурсом), так і між внутрішніми компонентами (ресурсами) в межах комплексного ресурсу.

Корпоративний портал являє собою програмний продукт, який за допомогою браузера забезпечує безпосередній доступ до розподілених інформаційних ресурсів: файлових систем, інтегрованих баз даних, інформаційних сховищ та інформаційних колекторів [1].

Корпоративний портал – це функціонально повна частина ІКС організації, яка надає користувачам єдину точку доступу до внутрішніх та зовнішніх інформаційних ресурсів, необхідних для прийняття обґрунтованих управлінських рішень.

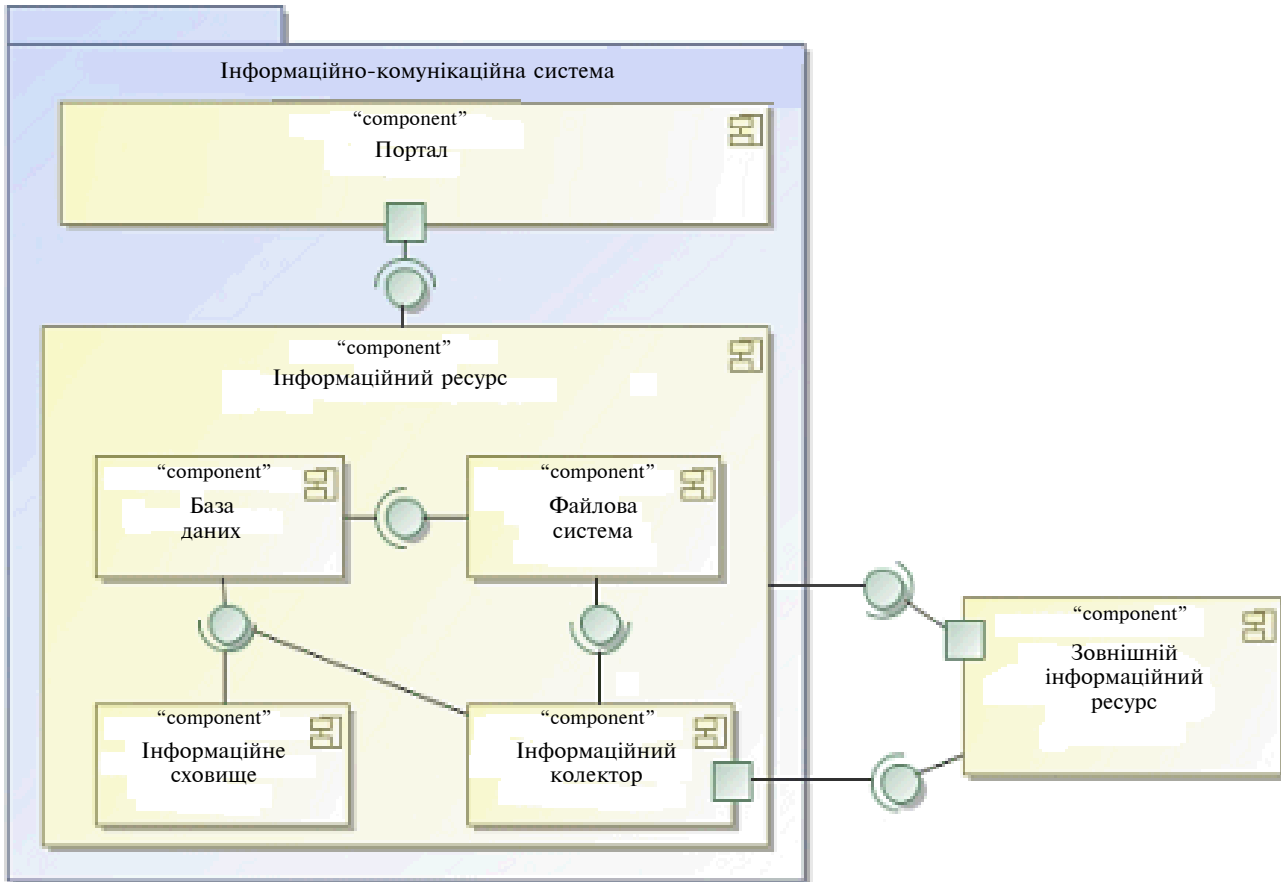


Рис. 1. Модель організації інформаційного ресурсу ІКС. Діаграма компонентів у нотатції UML

Інтеграція і інтероперабельність інформаційних ресурсів

Розробка ізольованих інформаційних ресурсів у сучасних умовах часто не дає позитивного результату [5]. Це пов'язано з тим, що теперішні організаційні системи працюють не ізольовано, а в тісній співпраці з іншими Орг.С. Тому забезпечення взаємодії інформаційних систем організацій забезпечує кращу цілісність даних і швидкість передачі інформації.

На рівні файлових систем інтероперабельність забезпечується засобами операційних систем. При цьому досягається певний рівень розподілу доступу, однак така взаємодія обмежується наперед заданими можливостями ОС.

Взаємодія баз даних і сховищ створюється, як правило, в межах конкретних ІКС. При цьому розробляються спеціальні механізми передачі даних між системами. Це пов'язано з тим, що характер інформації в таких типах ресурсів, як правило, передбачає її закритість. Крім того, самі дані та інформація, зазвичай, не мають великої цінності без наявності відповідних методів і

засобів обробки. Тому створення глобальних методів взаємодії баз даних та інформаційних сховищ у загальному вигляді не є доцільним. Розробляються спеціальні алгоритми взаємодії окремих визначених БД і сховищ із забезпеченням необхідного рівня безпеки та максимальної швидкості взаємодії.

Інформаційні колектори розробляються для збереження знань. Знання дуже часто необхідно робити відкритими і загальнодоступними. Тому актуальною є проблема забезпечення інтероперабельності різних колекторів.

Для забезпечення поширення наукових знань у світі розробляються засоби взаємодії наукових архівів. Ініціатива "відкритих архівів" OAI (Open Archives Initiative) [20], започаткована розробниками системи EPrints, створює і поширює стандарти взаємодії та інтероперабельності бібліотечних архівів із метою більш ефективного використання наукових знань. Ця ініціатива включає в себе протокол збору метаданих, оформлених за визначеними стандартами. Ті системи, які підтримують OAI, можуть бути об'єднані в загальну мережу архівів, що взаємодіють через задані інтерфейси.

Для того щоб користувач міг швидко і з однієї точки доступу знайти потрібну йому інформацію, було розроблено ініціативу OCLC (Online Computer Library Center) [22]. Її ідея полягає в тому, що кожному документу ставиться у відповідність набір метаданих, за якими проводиться класифікація і пошук. Таким чином, користувач за своїм запитом може отримати посилання на документи в різних ресурсах різних організацій у всьому світі.

У 2005 р. ідеї OCLC було реалізовано в системі WorldCat, яка забезпечує автоматичну індексацію понад 10000 бібліотечних архівів і містить у собі посилання на більш ніж 1,2 млрд документів [21]. Документи у всіх розглянутих системах можна індексувати у WorldCat. Система CONTENTdm забезпечує автоматичну індексацію документів у каталозі WorldCat, тобто без необхідності будь-яких дій з боку користувача.

Google, Yahoo) не забезпечують користувачу можливості швидко знайти потрібні документи, особливо в разі, коли він не знає точно, що шукає. Однак такі пошукові системи можуть більш-менш ефективно працювати з ресурсами, не задіяними у глобальних проєктах типу WorldCat. Саме тому необхідним є поєднання можливостей всіх пошукових систем. Модель глобального інформаційного ресурсу зображено на рис. 2.

Отже, метапошукові і публічні пошукові системи індексують і таким чином упорядковують систему інформаційних ресурсів. Самі ресурси можуть взаємодіяти через стандарти типу OAI, але така взаємодія обмежена порівняно із системами класу WorldCat.

З іншого боку, упорядкована взаємодія колекторів дозволяє створювати системи масштабу країни, такі, наприклад, як “Проект цифрових музеїв Китаю” [23].

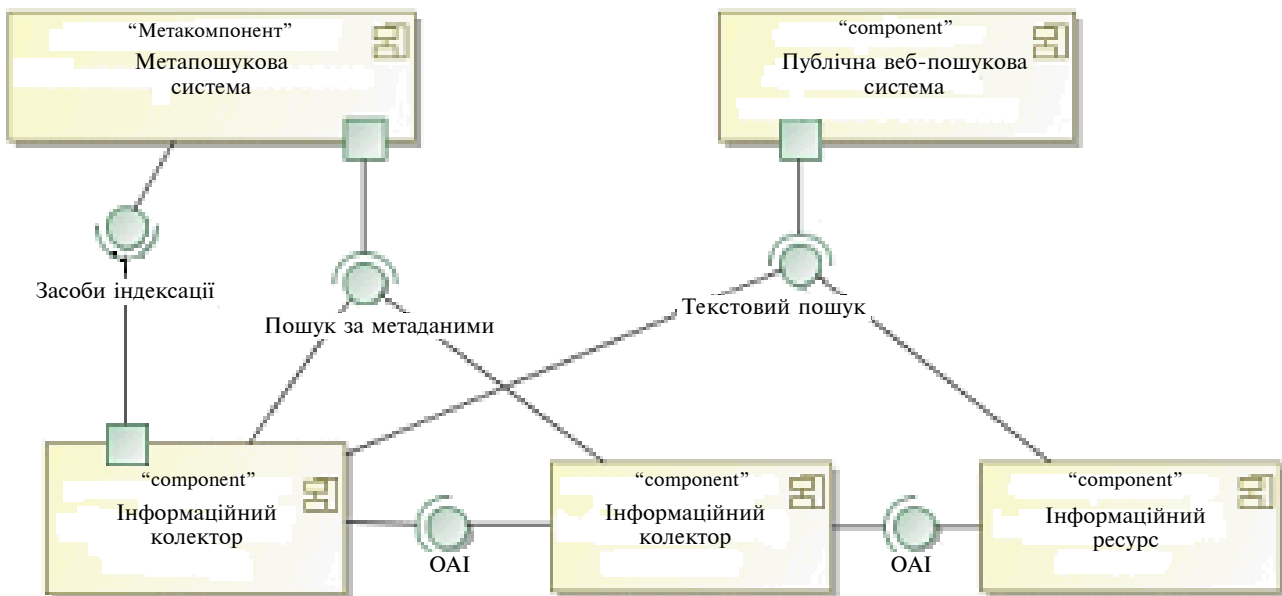


Рис. 2. Модель глобального інформаційного ресурсу

Слід зазначити, що практично всі з наведених функціональних можливостей можуть бути забезпечені і для систем, які не мають базової підтримки таких можливостей. Але ця підтримка за допомогою сторонніх щодо до ресурсу засобів потребує додаткових розробок і витрат.

При врахуванні постійної глобалізації та інтернаціоналізації знань виникає потреба у створенні системи або мережі інформаційних ресурсів. Мережа Інтернет ефективно використовується для поширення наукових знань. При цьому помітно, що сучасні засоби пошуку (Go-

Продуктування інформаційного ресурсу

Процес продуктування інформаційного ресурсу потребує реалізації кількох стадій виконання робіт [24]:

- проведення бізнес-моделювання Орг.С;
- розробки моделі ІКС;
- формалізації вимог до інформаційного ресурсу;
- проектування ресурсу як системи компонентів (менших ресурсів);

- проектування кожного окремого компонента;
- оцінки і оптимізації проекту;
- реалізації компонентів ресурсу;
- інтеграції компонентів;
- впровадження системи.

Перші дві стадії належать до проектування всієї ІКС. Природно, що ресурс має виконувати певні задачі в межах ІКС, і тому створення його без врахування вимог до ІКС недоцільне. Сам по собі ресурс забезпечує лише обмежені засоби обробки інформації, а отже, так чи інакше потребує інтеграції в ІКС. Тому у випадках, коли ресурси розробляються окремо, їх рідко можна буде ефективно використовувати.

Формалізація вимог до інформаційного ресурсу передбачає опис на певній формальній мові вимог до ресурсу. Такі вимоги можна поділити на функціональні, технічні та економічні. Вони включають у себе опис задач, характеристики продуктивності, надійності, масштабованості, розширюваності, вартість реалізації та підтримки [13].

Проектування ресурсу як системи компонентів передбачає визначення набору і типів ресурсів, які будуть виконувати окремі функції в межах ресурсу ІКС. Необхідно описати їх взаємодію як з іншими компонентами ІКС, так і з зовнішніми інформаційними ресурсами. Для такого моделювання доцільно використати графічну мову моделювання UML та відповідні програмні засоби [3].

Побудова моделей як ресурсу в цілому, так і його компонентів дає змогу розрахувати значення показників ресурсу до початку його реалізації. У випадку, коли характеристики спроектованого ресурсу не відповідають вимогам, поставленим на етапі їх формалізації, необхідно провести оптимізацію проекту, яка передбачає певні зміни на різних рівнях – від рівня найменших компонент до рівня моделі ІКС в цілому. Використання графічних мов моделювання дозволяє за допомогою певних надбудов до систем моделювання відразу після внесення змін у моделі оцінювати нові значення характеристик [24].

Інтеграція компонентів у випадку добре проведеного проектування не викликає проблем і зводиться до налаштування, тестування та часткових виправлень у розроблених компонентах. У процесі впровадження можуть бути помічені недоліки і помилки, допущені на попередніх етапах. Тому процес створення ресурсу є ітеративним.

Процес продукування інформаційного ресурсу як компонента потребує реалізації кількох етапів [24]:

- формалізації задачі продукування інформаційного ресурсу.
- визначення параметрів ресурсу;
- інтеграції інформаційного ресурсу;
- захисту інформаційного ресурсу;
- визначення засобів продукування інформаційного ресурсу;
- системної інтеграції технології продукування інформаційного ресурсу.

На першому етапі розв'язується задача формалізації створення того чи іншого ресурсу. Створення ж інформаційного ресурсу заради самого ресурсу не має сенсу. Інформаційний ресурс повинен сприяти розв'язанню певних задач (існуючих або потенційних). Знаючи задачі, що ставляться перед ресурсом, можна визначити ряд вимог до ресурсу. На даному етапі проводиться формальний опис таких вимог. Він є описом на певній мові вимог до даного ресурсу – від мети його створення до засобів реалізації. Для формалізації може бути використана структурована природна мова, умови, характеристики, моделі, правила тощо.

На другому етапі визначаються конкретні параметри необхідного ресурсу. Серед них можуть бути спосіб і порядок доступу, характеристики інформації (даних, знань), що зберігаються, об'єм даних, структура ресурсу тощо.

Дуже важливою на сьогодні є задача забезпечення захисту інформаційного ресурсу, оскільки в інформаційному суспільстві знання, інформація і дані стають найбільшою цінністю. Все це веде до необхідності врахування питань безпеки при розробці ресурсу на абонентському каналному і мережних рівнях. Для цього використовуються організаційні і технічні методи та засоби захисту. На абонентському рівні застосовуються системи розмежування і розподілу прав доступу до засобів доступу інформаційно-комунікаційної мережі. На каналному рівні використовуються методи сегментації і логічної структуризації інформаційних потоків та відповідні технічні засоби: мережні маршрутизатори та мережні екрани для локальних мереж. На мережному рівні застосовуються міжмережні екрани і криптографічні методи та засоби захисту від несанкціонованого доступу. Для забезпечення захисту інформації, адекватного цінності інформаційного ресурсу, пропонується застосовувати системи керування безпекою організаційної структури, яка об'єднує методи і засоби захисту в єдину систему (Security Manager) [25].

За визначеними на попередніх етапах відомостями вибираються засоби створення інформаційного ресурсу. Створення комп'ютеризованої інформаційно-комунікаційної системи не завжди виправдане. Якщо приймається рішення про доцільність створення саме комп'ютеризованого ресурсу, то для його створення (або для створення окремих його частин) можливе використання існуючих технологій автоматизації розробки баз даних, інформаційних сховищ та колекторів.

Продуктування інформаційного ресурсу являє собою циклічний процес. Після реалізації певного етапу розробки ресурсу виникають нові задачі, які зумовлюють новий цикл вдосконалення. Крім зазначеного порядку роботи, можливий (і природний) зворотний шлях – повернення на попередні етапи продуктування інформаційного ресурсу.

Співвідношення стадій проектування ресурсу, етапів проектування окремого ресурсу та стадій розробки [24, 26] наведено в табл. 1.

- Fedora, яка була першим проектом по створенню універсальної технології продукування інформаційного колектора [27];

- DSpace, яка була розроблена Масачусетським технологічним інститутом (MIT) у співробітництві із Hewlett-Packard для забезпечення інформаційних потреб інституту [28];

- CDS Invenio – розроблена Європейською організацією ядерних досліджень для зберігання ресурсів у галузі ядерних досліджень [29];

- Greenstone – проект новозеландського Проекту цифрових бібліотек і університету Вайката, призначений для створення простого і компактного ресурсу [30];

- EPrints – розроблений університетом Саутгемптон на основі дослідження вимог освітніх організацій до інформаційного колектора [31];

- Archimede – розроблений бібліотекою університету Лавалю на базі DSpace [32].

Також були розглянуті дві платні системи:

Таблиця 1. Співвідношення стадій продуктування ресурсу, етапів проектування і стадій розробки

Стадії продуктування ресурсу	Етапи проектування ресурсів як компонентів ІКС	Стадії розробки
Проведення бізнес-моделювання Орг.С	–	Аналіз, проектування
Розробка моделі ІКС	–	Аналіз, проектування
Формалізація вимог до інформаційного ресурсу	–	Аналіз, проектування
Проектування ресурсу як системи компонентів (менших ресурсів)	Формалізація Визначення параметрів Інтеграція	Проектування
Проектування кожного окремого компонента	Захист Визначення засобів продукування	Аналіз, проектування
Оцінка і оптимізація проекту	–	Проектування
Реалізація компонентів ресурсу	Системна інтеграція	Проектування, реалізація
Інтеграція компонентів	Системна інтеграція	Реалізація
Впровадження системи	–	Розгортання

Засоби продуктування інформаційних колекторів

На сьогодні на ринку систем продуктування інформаційних ресурсів є як безкоштовні, так і платні рішення. Для аналізу було вибрано такі популярні безкоштовні системи:

- Verpress – сервер інформаційних ресурсів, розроблений Berkeley Electronic Press для створення і зберігання інформаційних ресурсів користувачів [33];

- CONTENTdm – розроблений DiMeMa Inc. як інструмент для створення та керування інформаційними архівами з широкими функціональними можливостями [34].

Порівняльний аналіз основних показників існуючих рішень наведено в табл. 2 [19].

Із даної таблиці видно, що в платних системах пропонується краща функціональність, ніж у безплатних. Тому такі системи найбільш прийнятні для компаній, які хочуть швидко і без ризику отримати інформаційний колектор. Державні установи, наукові та освітні організації, які є основними виробниками сучасних знань, вибирають безплатні рішення, які теоретично мають аналогічні можливості, але потребують значних зусиль для налаштування і розгортання.

Практично всі системи зараз підтримують

сучасний стандарт метаданих Dublin Core, текстовий пошук у певному вигляді та засоби веб-доступу. Важливою характеристикою для впровадження систем в Україні є їх багатомовність. При цьому лише одна з розглянутих систем (Greenstone) підтримує російську мову в базовій версії.

Сучасні системи зберігають документи довільного формату. Такі системи, як Fedora мають засоби поєднання мультимедійного контенту із засобами веб-доступу, що дає можливість забезпечити реалізацію гнучкого та зручного інтерфейсу користувача.

Таблиця 2. Порівняльний аналіз основних показників систем продукування інформаційних колекторів

№ п/п	Назва системи	Призначення	Характеристики		
			функціональні	технічні	економічні
1	Fedora	Розробка технологій створення, поширення та повторного використання інформаційних ресурсів, які формують інтелектуальну спадщину людства	Збереження інформації різноманітної природи з довільними зв'язками Збереження метаданих Засоби доступу через "веб"	Метадані Dublin Core Імпорт/експорт XML Масштабованість Розширюваність (API для керування і доступу) OAI-підтримка Версійність контенту Утіліта для "міграції"	Безкоштовна Open source Mozilla open source License
2	DSpace	Репозиторій для збереження, накопичення інформації інституту (institutional repository) (розроблявся для MIT)	Збереження інформації в довільному форматі Взаємодія з навчальними системами Персоналізація веб-інтерфейсу Повнотекстовий пошук (lucene, google) Воркфлоу з прийняття документів Децентралізований процес наповнення	Метадані Dublin Core Імпорт/експорт XML OAI-підтримка Розширюваність через Java API БД: PostgreSQL або транзакційна SQL	Безкоштовна Open source
3	CDS Invenio	Створення електронних бібліотечних каталогів, системи документів, серверу препринтів для великих систем, зокрема ядерної енергетики	Повнотекстовий пошук Персоналізація користувача, кошики документів, повідомлення e-mail	OAI-підтримка Стандарт метаданих MARC 21 БД: MySQL Розширюваність через API Пошук (Google-like) Обмежена підтримка e-mail	Безкоштовна Open source Платна підтримка

Кінець табл. 2

№ п/п	Назва системи	Призначення	Характеристики		
			функціональні	технічні	економічні
4	Eprints	Організація репозитарію препринтів результатів наукових досліджень	Збереження інформації в довільному форматі Повнотекстовий пошук Довільна схема метаданих Веб-інтерфейс Воркфлоу з прийняття документів	БД: MySQL Розширюваність через API (Perl) Генерація RSS	Безкоштовна Open source
6	Greenstone	Створення бібліотечних архівів	Багатомовність (з російською)	Демонстрація перед побудовою колекції. Запис на диск	Безкоштовна Open source GNU GPL
7	Achimedede	Створення інститутських репозитаріїв із багатомовною підтримкою	Продовження Dspace Багатомовність (English, French and Spanish)	Пошук (Lucene) OAI-підтримка Метадані Dublin Core	Безкоштовна Open source
8	Verpress	Створення, зберігання, забезпечення доступу до інформації користувачів у сховищі розробника (Berkeley Electronic Press)	Інструментарій користувача Налаштування через API Повнотекстовий пошук	OAI-підтримка Експорт даних у XML	Повна: 8–50 тис. дол./рік за контент; 4–5 тис. дол. за серію
9	CONTENTdm	Засоби для створення і керування інформаційними сховищами із забезпеченням максимально можливої функціональності	Всі типи контенту Пошук за колекціями Автоматична індексація у WorldCat Поставляється як програмний продукт на комп'ютери користувача	OAI-підтримка Метадані Dublin Core Експорт/імпорт XML Сумісність Z39.50	Повна: 7–40 тис. дол./рік Підтримка: 1–6 тис. дол./рік Інсталяція: 2500 дол.

Застосування технології

Застосування описаної технології продемонструємо на прикладі побудови ресурсу для Державної податкової адміністрації України (ДПА) [19]. Інформаційно-комунікаційна система ДПА повинна забезпечити облік платників податків, їх доходів та виплат, забезпечити процеси обробки податкових документів, прийом та облік коштів, інформаційні сервіси, такі, як база документів нормативно-правового характеру, надати інструменти аналітичної обробки інформації. Доступ до системи має здійснюватися із локальної мережі ДПА, а також ззовні (через Інтернет, як для співробітників ДПА, так і для громадян). При цьому необхідно створити відповідний рівень безпеки.

Модель ІКС, отриману на етапі проектування, показано на рис. 3.

Портал забезпечує авторизацію та роботу для користувачів і доступ до ресурсів. Платникам податків доступна неавторизована робота через зовнішній портал, основною задачею якого є інформування громадян, відповідь на їх запитання, надання шаблонів документів тощо.

Інформаційний ресурс має надати доступ до оперативних даних, статистичних звітів та документів. Необхідно забезпечити інтеграцію ресурсу з двома групами інформаційних ресурсів: ресурсами інших органів державної влади та публічних ресурсів.

Для опису вимог до системи використовується метрика, яка є необхідною і достатньою множиною характеристик атрибутів і операцій, призначених для проектування та експлуатації ІКС. Для кожного конкретного класу ІКС та її реалізації метрика набуває конкретних значень характеристик.

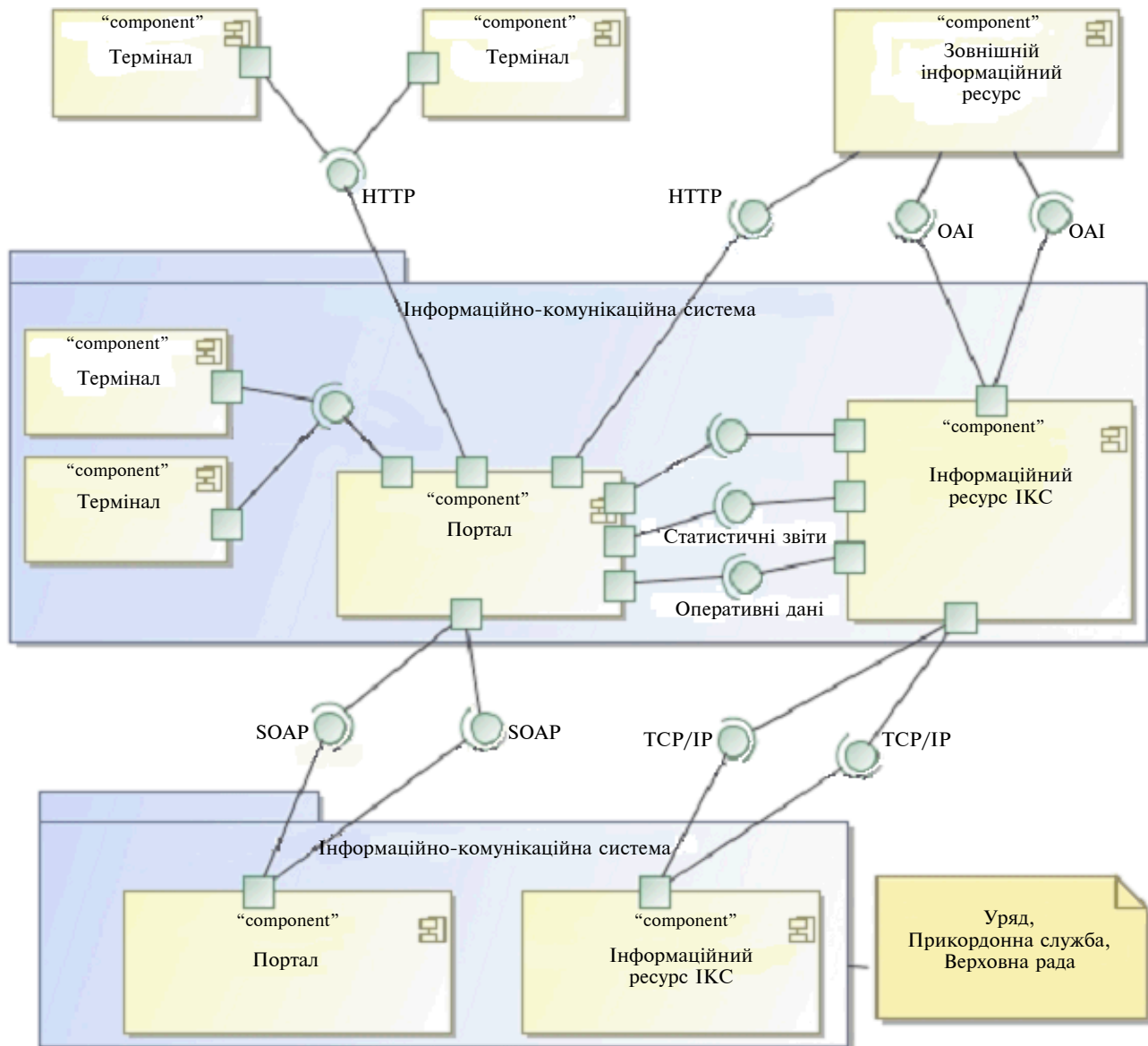


Рис. 3. Модель ІКС Державної податкової адміністрації України. Діаграма компонентів у нотатції UML

Метрика використовується як розробником ресурсу для контролю та покращення якості, так і замовником при оцінці наданого рішення.

Загальноприйнятої метрики для інформаційних ресурсів немає. Це пов'язано з рядом проблем з визначення показників інформаційних ресурсів. Однак розробка такої системи показників є необхідною для створення системи керування та обліку ресурсів [35]. Тому ми пропонуємо включити в метрику найбільш поширені і необхідні для проектування характеристики, які описують атрибути і операції окремих компонентів та/або всього ресурсу. До таких характеристик насамперед слід віднести:

- характеристики продуктивності функціонування (пропускну спроможність, максималь-

но допустимий час відповіді на запит до оперативних даних, аналітичних звітів і документів, час затримки);

- характеристики розширюваності і масштабованості;
- об'єм даних, що зберігаються;
- характеристики безпеки інформаційного ресурсу.

Максимально допустимий час відповіді на запит визначає зручність роботи в системі. Оперативні дані вміщують дані про користувачів системи, реєстр платників податків тощо. Для отримання такої інформації використовуються прості запити до бази даних. Оперативна інформація потрібна практично для кожної дії користувача. Допустимий час її отримання не

має перевищувати одну секунду. Документи і аналітичні звіти необхідні не так часто. Крім того, така інформація має більшу “значимість” для користувача і вимагає певної обробки користувачем, а тому тут допускається більший час відповіді.

Слід зазначити, що час відповіді залежить від кількості одночасно підключених користувачів (терміналів), від чого залежить кількість одночасних запитів. Тому при оцінці часових параметрів треба враховувати навантаження на систему. При цьому варто враховувати також сезонні навантаження на систему, пов’язані з визначеними законодавством періодами подання податкових документів, та загальну кількість платників податків. Так, у Києві кількість платників податків становить 308 тис. фізичних і юридичних осіб. Стійкість і надійність визначається імовірністю відмови, наявністю резервування і часом відновлення системи після збою. Для ДПА допускається тимчасо-

ва недоступність сервісів і не допускається втрата інформації.

Модель інформаційного ресурсу зображено на рис. 4.

Для того щоб забезпечити одночасну обробку запитів від великої кількості операторів, інформаційний ресурс реалізується у вигляді розподіленої системи. Для кожного регіонального відділення податкової адміністрації встановлюється окрема система апаратних і програмних засобів. З погляду на ресурси, до такої регіональної системи належить регіональна база даних, яка зберігає основну інформацію, потрібну для роботи системи в регіонах. Для більшості запитів звернення до центрального серверу не є необхідним.

Центральний сервер зберігає дані та інформацію, потрібні для роботи системи в цілому. До них належать центральна база даних, інформаційний колектор та інформаційне сховище. Інформаційне сховище призначено для збо-

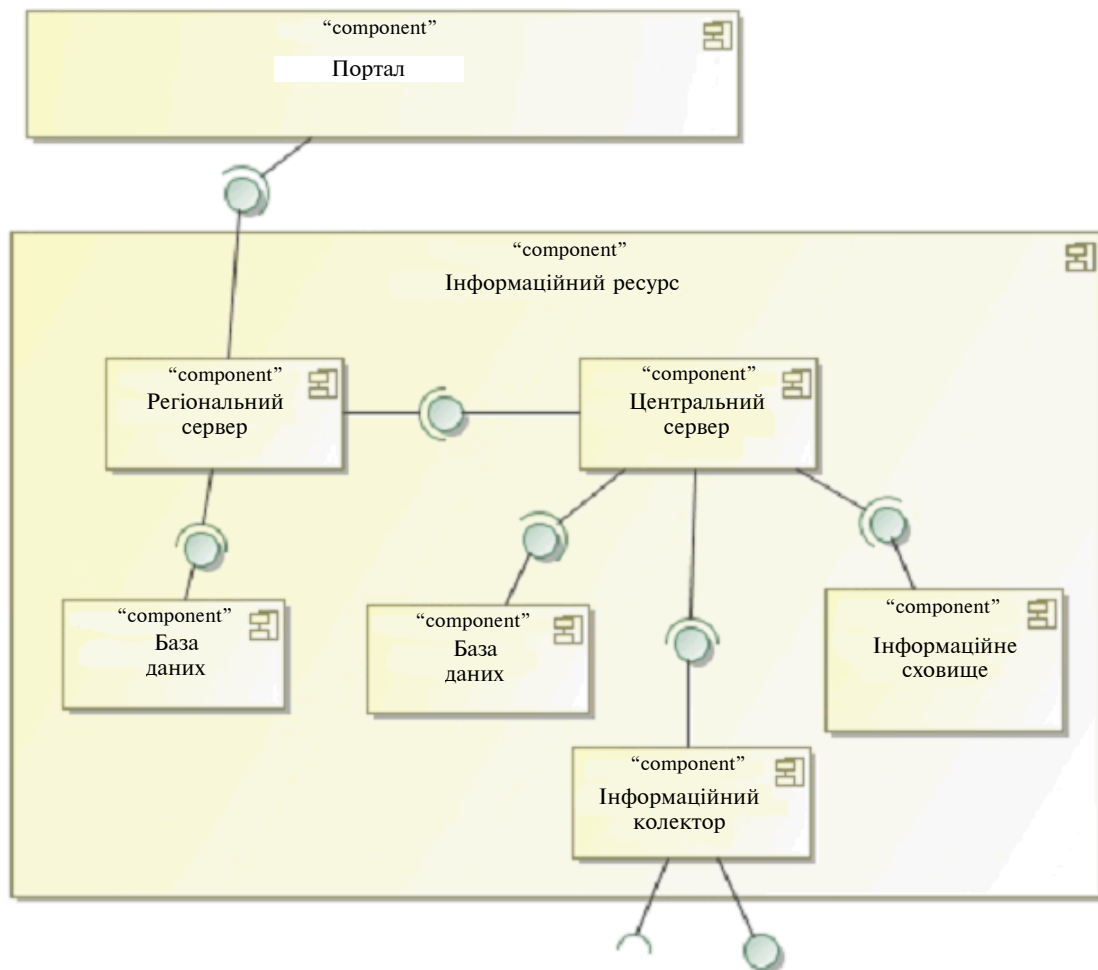


Рис. 4. Модель інформаційного ресурсу ДПА. Діаграма компонентів у нотації UML

ру аналітичної інформації. Наповнення сховища відбувається при заповненні даних у регіональних та центральній БД.

Інформаційний колектор призначено для зберігання нормативних актів, законів, правил, інструкцій та інших документів, на яких базується робота ДПА та які є зручними для користувачів. Колектор забезпечує зберігання інформації ДПА і доступ до інформації в колекторах інших засобів державної влади.

Кожний з компонентів деталізується при подальшому моделюванні. На апаратному рівні як регіональний, так і центральні сервери включають в себе сервер застосувань, сервер баз даних та проксі-сервер. Така система забезпечує необхідний рівень надійності і безпеки.

Висновки

Застосування прикладного системного аналізу і компонентного підходу до проектування інформаційних ресурсів ІКС дозволяє впорядкувати та істотно спростити процес проектування інформаційного ресурсу, врахувати конкретні вимоги, провести оптимізацію структурного і динамічного подання інформаційного ресурсу, закласти необхідні рішення відповідно до

іменованої специфікації на інформаційний ресурс [24].

Використання для проектування ІКС графічної мови моделювання UML і засобів автоматизації процесу проектування дає змогу автоматично генерувати програмне забезпечення інформаційного ресурсу з його тестуванням на кожній ітерації та фазі розробки.

Таким чином, компонентний підхід дає можливість створити автоматизовану систему проектування ІКС. Складовою такої системи є підсистема автоматизації проектування інформаційного ресурсу, яка дозволяє спроектувати і продукувати ресурс як окремий компонент ІКС.

Специфікація вимог до ресурсу за допомогою визначення іменованих інтерфейсів дозволяє розділити процес розробки ресурсу на незалежні компоненти, які можуть бути спроектовані і розроблені окремо. Визначені вимоги сприяють обґрунтованому вибору засобів створення окремих компонентів ресурсу. Використання сучасних стандартів інтероперабельності забезпечує надійне поєднання, розроблених окремо компонентів інформаційного ресурсу Орг.С на стадіях реалізації та розгортання.

П.П. Маслянюк, П.Н. Лиссов

ИССЛЕДОВАНИЕ СРЕДСТВ И РАЗРАБОТКА ТЕХНОЛОГИИ ПРОДУЦИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ РЕСУРСОВ

Рассмотрено применение прикладного системного анализа и компонентного процесса разработки информационных ресурсов информационно-коммуникационных систем, исследованы определения, классификация и характеристики ресурсов, сделан обзор основных типов ресурсов и их интероперабельности. Предложен способ построения информационного ресурса на базе компонентного подхода. Приведены результаты применения технологии при разработке информационного ресурса Государственной налоговой администрации Украины.

P.P. Maslyanko, P.M. Lissov

TOOLS RESEARCH AND DEVELOPMENT OF THE TECHNOLOGY FOR INFORMATIVE RESOURCES PRODUCTION

The article describes the component approach to production of the informative resources for informative-communicative system. Definitions, classification and main characteristics of the informative resources are presented, and their main types are described. Furthermore, the problems of resources interoperability are studied. The approach to informative resources production, based on the component approach, is suggested. The results of technology application for creation of the informative resources for the State tax administration of Ukraine are studied.

1. *Маслянюк П.П.* Технология информатизации корпоративных структур. Ч. 1 // Корпоративные системы. – 2003. – № 1. – С. 17–19.
2. *Маслянюк П.П.* Технология информатизации корпоративных структур. Ч. 2 // Там же. – № 4. – С. 17–19.

3. *Кватрани Т.* Визуальное моделирование с помощью Rational Rose 2002 и UML / Пер. с англ. – М.: Вильямс, 2003.
4. *Маслянюк П.П., Майстренко О.С.* Моделювання бізнес-процесів організаційної структури // Вісник Східно-

- укр. нац. ун-ту ім. В.І. Даля. – 2007. – № 5(111). – С. 136–141.
5. *Маслянюк П.П., Лісов П.М.* Інформаційні ресурси та засоби їх створення // Там же. – С. 141–145.
 6. *Маслянюк П.П.* Концепція інформатизації корпоративних структур // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2003. – № 3. – С. 510–525.
 7. *Ракитина Е.А., Пархоменко В.Л.* Информатика и информационные системы в экономике: Учеб. пособ. Ч. 1. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. – 148 с.
 8. Закон України “Про телекомунікації” (від 18.11.2003 р., № 1280-IV).
 9. www.answers.com
 10. *Черненко М., Слепцов С.* Принципы классификации управленческих информационных систем // Корпоративные системы. – 2004. – № 1. – С. 41–46.
 11. Закон України “Про Національну програму інформатизації” (від 16.10.2001 р., № 2684-14).
 12. *Костенко Л.Й., Сорока М.Б.* Бібліотека інформаційного суспільства // Бібліотечн. вісн. – 2002. – № 3. – С. 33–38.
 13. *Маслянюк П.П., Лісов П.М.* Інформаційно-комунікаційні системи та технології обробки інформаційних ресурсів // Вісн. КУЕІТУ “Нові технології”. – 2007. – № 1-2(15-16). – С. 20.
 14. *Маслянюк П.П., Лісов П.М.* Проблеми і технології продукування інформаційних ресурсів // Матер. Всеукр. наук.-практ. конф. “Сучасні тенденції розвитку інформаційних технологій”, 11–13 грудня 2006 р., м. Луганськ. – Луганськ, 2007. – С. 184–189.
 15. http://ru.wikipedia.org/wiki/Список_файловых_систем
 16. *Codd E.* Derivability, Redundancy and Consistency of Relations Stored in Large Data Banks // Com. of the ACM. – 1970.
 17. *Сиротюк О.* Особенности проектирования современных баз данных, available at www.computerworld.com.ua
 18. *Inmon W.H.* Tech Topic: What is a Data Warehouse? // Prism Solutions. – 1995. – 1. – Р. 9–21.
 19. *Маслянюк П.П., Лісов П.М.* Системне проектування інформаційних ресурсів // Матер. X Міжнар. наук.-техн. конф. “Системний аналіз та інформаційні технології”, 20–24 травня 2008 р., м. Київ. – К., 2008. – С. 105.
 20. *Lagoze C., Sompel H.* The Open Archives Initiative: Building a low-barrier interoperability framework // JCDL '01 June 17–23, 2001. – Roanoke, VA, 2001.
 21. <http://www.worldcat.org>
 22. *Online Computer Library Center*, available at <http://www.oclc.org>
 23. *Tansley R.* Building a Distributed, Standards-based Repository Federation, The China Digital Museum Project // D-Lib Magazine. – 2006. – 12, N 7/8.
 24. *Маслянюк П.П., Лісов П.М.* Дослідження та розробка підсистеми автоматизації проектування інформаційних ресурсів організаційних систем // Матер. II Всеукр. наук.-практ. конф. “Сучасні тенденції розвитку інформаційних технологій”, 8–10 квітня 2008 р., м. Луганськ. – Луганськ, 2008. – С. 57–59.
 25. *Маслянюк П.П.* Концепція управління безпекою інформації в корпоративних структурах // Ювілейна наук.-техн. конф. “Правове, нормативне та метрологічне забезпечення системи захисту інформації в Україні”, Київ, 9–11 червня 1998. – К., 1998.
 26. *Маслянюк П.П.* Системне проектування процесів інформатизації // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 1. – С. 201–208.
 27. <http://www.fedora-commons.org>
 28. <http://www.dspace.org>
 29. <http://cdsware.cern.ch>
 30. <http://www.greenstone.org/cgi-bin/library>
 31. <http://software.eprints.org>
 32. <http://www1.bibl.ulaval.ca/archimede/index.en.html>
 33. <http://www.bepress.com/repositories.html>
 34. <http://contentdm.com>
 35. *Антопольский А.Б.* Проблемы управления публичными информационными ресурсами России // Матер. Междунар. конф. “Программа ЮНЕСКО «Информация для всех; всеобщий доступ к информации»”. Санкт-Петербург, 23–25 июня 2004 г., available at http://confifap.cpic.ru/upload/spb2004/reports/doklad_119.doc

Рекомендована Радою навчально-наукового комплексу “Інститут прикладного системного аналізу” НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
20 червня 2008 року

УДК 519.095

О.А. Сапоженко, Г.А. Махіна

ДОСЛІДЖЕННЯ СКЛАДНОСТІ ЗАДАЧІ ДОВИЗНАЧЕННЯ ЧАСТКОВИХ МОНОТОННИХ БУЛЕВИХ ФУНКЦІЙ

Вступ

Поняття часткової булевої функції знаходить широке застосування в задачах розпізнавання образів і машинного навчання. У разі, коли за початковою інформацією можлива монотонна залежність між вхідними і вихідними даними, ми маємо справу з частковими монотонними булевими функціями (ЧМБФ). Часто властивість монотонності продиктована самою природою задач. Вона виявляється, наприклад, в таких проблемах, як визначення хімічної канцерогенності, визначення цінності нерухомого майна, виявлення ракових захворювань [1], оцінка технічної надійності [2], побудова монотонної коректуючої операції для випадку булевозначних базових класифікаторів [3].

Задача довизначення ЧМБФ застосовується для побудови оптимальних логічних роздільників класів ситуацій. При цьому серед множини наявних рішень треба шукати оптимальні за принципом "брита Оккама", з якого випливає, що з множини допустимих рішень завжди слід вибирати найпростіші [4].

Важливим напрямком, пов'язаним з проблемою довизначення ЧМБФ, є дослідження складності пошуку оптимального довизначення. Довизначення ЧМБФ є оптимальним, якщо воно має мінімальну суму нижніх одиниць і верхніх нулів. У статті показується, що задача пошуку оптимального тупикового довизначення є *NP*-повною. Доведення *NP*-повноти ґрунтується на зведенні задачі покриття множин, що є класичною *NP*-повною задачею в теорії складності, до задачі оптимального довизначення ЧМБФ.

Постановка задачі

Задача пошуку оптимального довизначення ЧМБФ важлива як у теоретичному, так і в прикладному плані, її складність не досліджена в літературі. Метою даної статті є доведення алгоритмічної складності задачі оптимального довизначення ЧМБФ.

Визначення і позначення

Для розв'язання вказаної задачі введемо деякі визначення і позначення.

Через B^n позначимо *булевий куб*, що є множиною всіх двійкових векторів довжини n . Будемо вважати, що вектор $\tilde{\alpha} = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$ *передую* вектору $\tilde{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_n)$ або $\tilde{\alpha} < \tilde{\beta}$, якщо $\alpha_i \leq \beta_i$ для всіх $i: 1 \leq i \leq n$. Булева функція $f: B^n \rightarrow B$ називається *монотонною*, якщо для будь-яких двох векторів $\tilde{\alpha}$ і $\tilde{\beta}$, таких, що $\tilde{\alpha} < \tilde{\beta}$, виконується нерівність $f(\tilde{\alpha}) \leq f(\tilde{\beta})$.

Вектор $\tilde{\alpha} \in B^n$, що задовольняє умову $f(\tilde{\alpha}) = 1$ ($f(\tilde{\alpha}) = 0$), називається *одиницею* (*нулем*) *функції* f . Множини $N_f = \{\tilde{\alpha} \in B^n: f(\tilde{\alpha}) = 1\}$ і $N_{\bar{f}} = \{\tilde{\alpha} \in B^n: f(\tilde{\alpha}) = 0\}$ є відповідно *множиною одиниць* і *множиною нулів* функції f . Функція f називається *частковою булевою функцією*, якщо вона визначена не на всіх векторах множини B^n . Область невизначеності функції f задається множиною $N_{\bar{f}} = B^n \setminus (N_f \cup N_{\bar{f}})$. Множину всіх часткових монотонних булевих функцій $f: B^n \rightarrow B$, таких, що $|N_f| = m$ і $|N_{\bar{f}}| = k$, позначатимемо $C(n, m, k)$.

Визначимо *верхню* і *нижню тіню* множини A таким чином: $\text{Sh}^+(A) = \{\tilde{\beta} \in B^n: \exists \tilde{\alpha} \in A = 1 \ \& \ \tilde{\alpha} < \tilde{\beta}\}$ – для верхньої тіню і $\text{Sh}^-(A) = \{\tilde{\beta} \in B^n: \exists \tilde{\alpha} \in A = 1 \ \& \ \tilde{\beta} < \tilde{\alpha}\}$ – для нижньої тіню.

Операція підняття нуля полягає в перетворенні набору $\tilde{\alpha} \in N_{\bar{f}}$ в набір $\tilde{\alpha}'$, так, що $\tilde{\alpha}' \in N_f$, $\rho(\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}') = 1$, $\tilde{\alpha} < \tilde{\alpha}'$ і $\tilde{\alpha}' \notin \text{Sh}^+(N_f)$. Тут $\rho(\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}')$ є відстанню Хеммінга між векторами $\tilde{\alpha}$ і $\tilde{\alpha}'$. Аналогічно вводиться *операція опускання одиниці*, що полягає в заміні набору $\tilde{\alpha} \in N_f$ на набір $\tilde{\alpha}'$, так, що $\tilde{\alpha}' \in N_{\bar{f}}$, $\tilde{\alpha}' < \tilde{\alpha}$, $\rho(\tilde{\alpha}, \tilde{\alpha}') = 1$ і $\tilde{\alpha}' \notin \text{Sh}^-(N_{\bar{f}})$. Операції підняття нуля і опускання одиниці називаються *операціями руху*.

Будемо називати булеву функцію f *тупиковою*, якщо вона не допускає операцій руху. Довизначення за монотонністю ЧМБФ f – це булева функція g , яка задається множинами $N_g = \text{Sh}^+(N_f)$ і $N_{\bar{g}} = \text{Sh}^-(N_{\bar{f}})$.

Довизначенням ЧМБФ f називається довільна ЧМБФ g , одержана з f за допомогою операцій руху і подальшого довизначення за монотонністю. При цьому функція g однозначно ви-

значається парою множин $O(g)$, $Z(g)$, які називаються відповідно *множиною нижніх одиниць* і *верхніх нулів* функції, такими, що для кожного $\tilde{\alpha} \in N_{\bar{f}}$ (а також для будь-якого $\tilde{\alpha} \in N_{\bar{g}}$) існує $\tilde{\beta} \in Z(g)$, такий, що $\tilde{\beta} \geq \tilde{\alpha}$, і для будь-якого $\tilde{\alpha} \in N_f$ (а також для будь-якого $\tilde{\alpha} \in N_g$) існує $\tilde{\beta} \in O(g)$, такий, що $\tilde{\beta} \leq \tilde{\alpha}$.

Інші поняття, що не визначені, можна знайти, наприклад, в [6].

NP-повнота задачі “мінімальне довизначення”

Будемо називати задачею **ДОВИЗНАЧЕННЯ** задачу побудови для довільної функції $f \in C(n, m, k)$ і числа l довизначення g , такого, що $|O(g)| + |Z(g)| \leq l$. Метою статті є доведення такої теореми.

Теорема. Задача **ДОВИЗНАЧЕННЯ** для функцій з класу $C(n, m, k) \in NP$ -повною.

Доведення. Нехай $L \prec K$ означає: “задача (мова) L поліноміально зводиться до задачі (мови) K ”. Тут використовується термінологія з [7]. Задача описується через *вхід* та *властивість*. Доведення **NP**-повноти задачі **ДОВИЗНАЧЕННЯ** проведемо за такою схемою:

ПОКРИТТЯ \prec **1-ДОВИЗНАЧЕННЯ** \prec **ДОВИЗНАЧЕННЯ** $\in NP$.

Задачі **ПОКРИТТЯ** і **1-ДОВИЗНАЧЕННЯ** визначаються таким чином.

ПОКРИТТЯ:

вхід: сімейство множин $F = \{A_1, \dots, A_s\}$, число h ;

властивість: існує $P \subseteq F$, таке, що

$$|P| \leq h \text{ і } \bigcup_{A \in P} A = \bigcup_{A \in F} A.$$

1-ДОВИЗНАЧЕННЯ:

вхід: ЧМБФ f із класу $C(n, 1, k)$ (тобто пара множин $(N_{\bar{f}}, N_f)$, де $|N_{\bar{f}}| = 1$) і число l ;

властивість: існує довизначення g функції f , таке, що

$$|O(g)| + |Z(g)| \leq |O(g)| + 1 \leq l, \quad (1)$$

де $O(g)$, $Z(g)$ – відповідно множина нижніх одиниць і множина верхніх нулів функції g .

Доведемо зведення **ПОКРИТТЯ** \prec **1-ДОВИЗНАЧЕННЯ**.

Перетворення входів. Нехай (F, h) – вхід задання **1-ДОВИЗНАЧЕННЯ**, де $F = \{A_1, \dots, A_s\}$.

Покладемо $U = \bigcup_{i=1}^s A_i$ і $U = \{u_1, \dots, u_t\}$. Вважаємо далі $n = s + 1$. Позначимо B^n і B_i^n відповідно n -вимірний куб і його i -й шар.

Визначимо відображення $\psi: U \rightarrow B^n$, поклавши $\psi(u) = (a_1, \dots, a_{n-1}, 0)$, де $a_i = 1$; коли $u \in A_i$ і $a_i = 0$ – інакше, для будь-якого $u \in U$ і $i = 1, \dots, n-1$. Визначимо ЧМБФ f рівняннями $N_f = \{\psi(u_1), \dots, \psi(u_t)\}$, $N_{\bar{f}} = \{\tilde{\beta}\}$, де $\tilde{\beta} = (0, \dots, 0, 1)$. Крім того, покладемо $l = h + 1$. Тим самим задамо вхід (f, l) задачі **1-ДОВИЗНАЧЕННЯ**, що відповідає входу (F, h) задачі **ПОКРИТТЯ**.

Доведемо, що властивості задач виконуються або не виконуються одночасно. Нехай $P \subseteq F$, $P = \{A_{i_1}, \dots, A_{i_p}\}$, $\bigcup_{A \in P} A = U$ – деяке покриття сімейства F , таке, що $|P| \leq h$. Вкажемо довизначення g функції f , яке відповідає покриттю P , що задовольняє нерівність (1) з $l = h + 1$. Покладемо $O(g) = \{\tilde{e}_{i_1}, \dots, \tilde{e}_{i_p}\}$, де $\tilde{e}_i \in B_1^n$ – набір з одиницею в i -й координаті; $V = B_1^n \setminus \{\tilde{e}_{i_1}, \dots, \tilde{e}_{i_p}\}$ і $Z(g) = \{\tilde{\gamma}\}$, де $\tilde{\gamma} = \bigvee_{\tilde{e}_p \in V} \tilde{e}_p$.

Довизначення g функції f називається *тупиковим*, якщо для будь-яких $\tilde{\beta} \in Z(g)$ і $\tilde{\alpha} < \tilde{\beta}$ (для будь-яких $\tilde{\beta} \in O(g)$ і $\tilde{\alpha} \succ \tilde{\beta}$) існує $\tilde{\gamma} \in N_f$, $\tilde{\alpha} \prec \tilde{\gamma}$ (відповідно, $\tilde{\gamma} \in N_f$, $\tilde{\alpha} \succ \tilde{\gamma}$).

Припустимо, що існує довизначення g функції f , що задовольняє (1). Тоді існує її тупикове довизначення, що також задовольняє (1). У [8] доведено, що для будь-якого тупикового довизначення g функції $f \in C(n, 1, k)$ виконуються такі умови: $O(g) \subseteq B_1^n$ і $|Z(g)| = 1$. Виберемо $O(g) = \{\tilde{e}_{i_1}, \dots, \tilde{e}_{i_p}\}$. Очевидно, що тоді множина $P = \{A_{i_1}, \dots, A_{i_p}\}$ є покриттям F і при цьому $p \leq h = l - 1$, оскільки g задовольняє (1).

Тепер можна довести, що задача **1-ДОВИЗНАЧЕННЯ** зводиться до задачі **ДОВИЗНАЧЕННЯ**.

Задача **ДОВИЗНАЧЕННЯ** має вигляд:

вхід: множини $N_{\bar{f}} = \{\tilde{\alpha}_1, \dots, \tilde{\alpha}_m\}$, $N_f = \{\tilde{\beta}_1, \dots, \tilde{\beta}_k\}$, число l' ;

властивість: існує довизначення g' функції f , що задовольняє нерівність

$$|O(g')| + |Z(g')| \leq l'. \quad (2)$$

Зведення. Визначимо $f = f(x_1, \dots, x_{n+1})$ за допомогою задання множин $N_{\bar{f}}$ і N_f . Покладемо $N_f = \{\tilde{\beta}'_1, \dots, \tilde{\beta}'_k\}$, де $\tilde{\beta}'_i$ отримано з $\tilde{\beta}_i \in N_f$ приписуванням 1 як $(n+1)$ -ї координати. Як $N_{\bar{f}}$ візьмемо довільну множину з $m-1$ наборів вигляду $(a_1, \dots, a_n, 0)$, в який входить набір $(1, \dots, 1, 0)$ і, крім того, набір, одержаний додаванням одиничної $(n+1)$ -ї координати до єдиного набору з $N_{\bar{f}}$. Покладемо $l' = l + 1$. Очевидно, що перетворення входів поліноміальне, а нерівності (1) і (2) виконуються або не виконуються одночасно.

Доведемо тепер приналежність задачі ДОВИЗНАЧЕННЯ до класу NP . Для цього досить переконатися в існуванні детермінованої машини Тюрінга, яка перевіряє за поліноміальний час за четвіркою множин $(Z(g), O(g), N_{\bar{f}}, N_f)$ і числом l такий факт: пара множин $(Z(g), O(g))$ є парою множин верхніх нулів і нижніх одиниць функції g , що є до визначенням ЧМБФ f з множиною нулів $N_{\bar{f}}$ і множиною одиниць N_f , і при цьому задовольняється умова (2). Побудова

машини Тюрінга, яка реалізує вказану схему, є тривіальною.

Висновки

Отримані результати показують, що задача пошуку оптимального до визначення часткової монотонної булевої функції є NP -повною навіть у разі, коли прості імпліканти мають ранг, що дорівнює одиниці. У зв'язку з цим подальші дослідження можуть розвиватися в двох основних напрямках.

По-перше, це може бути пошук наближених рішень, що допускають ефективні алгоритми, тобто алгоритми поліноміальної складності.

Другий напрям може бути пов'язаний із виділенням підкласів ЧМБФ, для яких задача мінімізації розв'язується за прийнятний час.

Отримані результати можуть використовуватися при проектуванні логічних схем, в задачах логічного виводу, задачах розпізнавання образів.

А.А. Сапоженко, Г.А. Махина

ИССЛЕДОВАНИЕ СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧИ ДООПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТИЧНЫХ МОНОТОННЫХ БУЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

Рассмотрена задача построения тупиковых доопределений частичных монотонных булевых функций и показано, что она является NP -полной. Доказательство NP -полноты проводится сведением задачи покрытия множеств к задаче поиска оптимального доопределения.

O.A. Sapozhenko, G.A. Makhina

COMPLEXITY INVESTIGATION OF THE PROBLEM OF PARTIAL MONOTONE BOOLEAN FUNCTION OPTIMAL EXTENSION

This study considers the problem of the terminal extensions construction for partial monotone Boolean functions, which is proven to be NP -complete. Specifically, in order to prove NP -completeness, the problem of set covering is reduced to the problem of the optimal extension search.

1. Boros E., Hammer P.L., Hooker J.N. Predicting cause-effect relationships from incomplete discrete observations // SIAM Journal on Discrete Mathematics. – 1994. – N 7. – P. 44–153.
2. Shmulevich I., Sellke T.M., Coyle E.J. Stack Filters and Free Distributive Lattices // Proc. of the 1995 IEEE Workshop on

Nonlinear Signal Processing. – Halkidiki, Greece, 1995. – P. 927–930.

3. Воронцов К.В. Оптимизационные методы линейной и монотонной коррекции в алгебраическом подходе к проблеме распознавания // ЖВМ и МФ. – 2000. – 40, № 1. – С. 166–176.

4. *Воронцов К.В.* Вычислительные методы обучения по прецедентам. Введение // Лекции по распознаванию образов. – 2008, available at <http://www.ccas.ru/voron/teaching.html>
5. *Сапоженко А.А., Сумкина Н.В.* О тупиковых доопределениях частичных монотонных булевых функций // Мат. вопр. кибернетики. – 2004. – Вып. 13. – С. 289–294.
6. *Гаврилов Г.П., Сапоженко А.А.* Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: Физматлит, 2004. – 416 с.
7. *Karp R.M.* Reducibility among Combinatorial Problems, Complexity of Computer Computations // Proc. Symp. March 20–22. – 1972. – P. 85–103; Русский перевод: *Карп Р.М.* Сводимость комбинаторных проблем // Кибернет. сб. – М.: Мир, 1975. – Вып. 12. – С. 16–38.
8. *Махина Г.А.* Тупиковые доопределения частичных монотонных булевых функций из класса $(n, 1, k)$ // Таврический вестник информатики и математики. – 2006. – № 2. – С. 69–74.

Рекомендована Радою факультету прикладної математики НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
19 червня 2008 року

УДК 655.3.022.11

П.О. Киричок, Т.А. Роїк, А.С. Морозов,
К.І. Савченко**ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТАЛІЗОВАНИХ ФАРБОВИХ ПЛІВОК ПОЛІГРАФІЧНОГО ПРИЗНАЧЕННЯ****Вступ**

Існує практична необхідність дослідження процесів, які пояснюють закономірності структуроутворення металізованих поліграфічних фарб на водній основі від колоїдної системи до псевдодисперсійно-зміцненого композиційного матеріалу малої товщини.

У межах поліграфічного матеріалознавства мало освітлені питання про фізико-хімічне і структурне перетворення системи металізований золь—тиксотропний гель—полімерна плівка з металевими частинками. Даних [1–3] про властивості металонаповнених полімерних композицій, які використовуються в різних галузях хімічної промисловості, теж недостатньо. Відсутнє цілісне уявлення про кінетику формування міжчастинкових контактів у зоні зіткнення металізованої фарби і поверхні матеріалу з уже нанесеною друкарською фарбою, тому питання, що розглядаються в даній статті і спрямовані на деякі теоретичні узагальнення, є вельми актуальними.

Постановка задачі

Метою даної статті є більш глибокий аналітичний аналіз теоретичних аспектів формування структури металізованих полімерних плівок для подальшого прогнозування їх якості та експлуатаційних властивостей.

Результати проведених досліджень

Металеві пігменти на алюмінієвій і мідній основах, розмір яких не перевищує 20 мкм, не набули особливого поширення в традиційній порошкостій металургії. Можливо, їх використання буде доцільне у сфері високих технологій у найближчому майбутньому. Більше застосування такий клас порошків одержав у лакофарбовій і поліграфічній промисловості. Для захисту будівельних конструкцій, декоративних робіт найчастіше використовують металізовані пасти як на-

півфабрикат. Розмір металевих частинок для поліграфічних фарб варіюється в діапазоні 0,1–15 мкм. У даному випадку знайшли застосування спливаючі і неспливаючі металеві пігменти, що характеризує ступінь їх змочуваності у фарбі. Спливаючі металеві пігменти внаслідок високого поверхневого натягу не змочуються і спливають на поверхню паралельно підкладці, а неспливаючі, навпаки, повністю змочуються в'язучою речовиною і рівномірно розподіляються по всій товщині поліграфічного покриття.

Полімерна композиція, що містить металеві пігменти, належить до класу псевдодисперсно-зміцнених матеріалів і має обмежену товщину порядку 1,5–2 мкм. При цьому підкладкою для таких композицій може бути папір підвищеної щільності, картон, а також невсмоктувальні поверхні: метал, пластик і т. д. У друкарському процесі фарба проходить кілька різних стадій, які відрізняються одна від одної характером і величиною напружень і швидкостей деформації:

- подача з фарбового ящика фарби в розкату систему;
- розкат і накат фарби;
- власне друкарський процес, що полягає в перенесенні частини фарбового шару з форми на папір;
- закріплення фарби на відбитку.

Залежно від приналежності друкарської фарби до того або іншого типу структурованих рідин – твердоподібних або рідиноподібних при механізмі закріплення фарбового шару на матеріалі з нанесеною фарбою відбуватиметься формування майбутньої структури полімерної композиції.

Металеві пігменти в полімерній плівці відіграють роль зміцнювачів. Вони мають високу міцність, твердість і модуль пружності. Ансамбль дисперсних частинок наповнювача зміцнює полімерний матеріал за рахунок опору руху дислокацій при навантаженні, що утруднює пластичну деформацію.

Спливаючі пігменти, площа яких розміщується паралельно підкладці, визначають явну ізотропію фізико-механічних властивостей, а неспливаючі, маючи різну орієнтацію в полімерній матриці, дають певний розкид міцнісних характеристик. Звичайно, в класичних псевдодисперсно-зміцнених композиційних матеріалах використовуються частинки розміром 10–500 нм при середній відстані між ними 100–500 нм і рівномірному розподілі їх у матриці. Оптимальний відсотковий вміст наповнювача звичайно не перевищує

5–10%. У поліграфічних фарбах об'ємна концентрація металевих пігментів може варіюватися від 10 до 70%.

Такий клас матеріалів з малою товщиною плівки, структура якого визначається конкретною технологією використання поліграфічної фарби з металевими частинками, у виробництві можна назвати псевдодисперсійно-зміцненим мікронанокомпозитом.

Перед використанням фарбові системи перебувають у пограничному стані золь–гель. Особливо цей фактор є важливим для фарб на водній основі. Непрямою характеристикою кінетичної стійкості металізованої фарби як колоїдної системи є її схильність до седиментації. Чим більше в'язкість дисперсійного середовища, тим менше швидкість осідання чи спливання дисперсійної фази, яка визначається законом Стокса [1]:

$$U = \frac{2r^2(d_1 - d_2)g}{9\eta},$$

де U – швидкість осідання чи спливання частинок, м/с; r – радіус частинок, м; d_1 – густина дисперсійної фази, г/м³; d_2 – густина середовища, г/м³; η – в'язкість середовища, с; g – прискорення вільного падіння, м/с². У випадках зростання в'язкості середовища її густина d_2 буде також збільшуватися, а швидкість пересування частинок зменшуватися. При виникненні умов для полімеризації (переміщення фарбового шару з форми на матеріал з нанесеною друкарською фарбою) починається стадія переходу колоїдної системи від в'язкотекучого до високоеластичного, де U буде характеризувати не швидкість пересування частинок, а в'язкопластичну течію структурованої системи. Густина дисперсійної фази d_1 буде реологічною константою фазового стану. Перед початковою фазою твердіння для системи характерна стадія тиксотропного геля (структуроподібний стан). Для утворення фарбової плівки необхідно, щоб розчин поступово, без фазових переходів, перетворювався в гель з неперервно наростаючим ступенем десольватації, обходячи стадію виділення з розчину кристалевої фази у випадку закріплення фарби. При структуроутворенні не встановлюється хімічний зв'язок метал–макромолекула за рахунок наявності на поверхні частинок оксидних плівок. У процесі седиментації і заповнення (у випадку неспливаючих пігментів) впадин мікронерівностей матеріалу з нанесеною друкарською фарбою дрібні частинки, у тому числі й металеві, утворюють коагулянти, пло-

ща контакту яких із поверхнею перехідного шару підкладки перевищує площу контакту початкових частинок. Коагулянти формуються з дрібних фракцій порошку на мікронерівностях поверхні достатньо щільної підкладки, які забезпечують адгезійну стійкість покриття за рахунок ван-дер-ваальсівської взаємодії. Згідно з [2] ймовірність заповнення мікровпадин перехідного шару розміром менше 10 мкм частинками діапазону від 0 до 8 мкм при розкиді 0–40 мкм досить велика. Наявність у дисперсійному середовищі пластифікувальних домішок буде сприяти прискоренню механізму коагуляції частинок.

Передумовою для початку процесу твердіння є полімерофільність поверхні металевих частинок. Вона може бути досягнута попередньою поверхневою хімічною обробкою металевих порошків, яка збільшує спорідненість наповнювача з полімерною матрицею, а також за рахунок можливого часткового насичення поверхні частинок твердої фази хемосорбуючим модифікатором. На цій стадії відбувається поява ланцюгових коагуляційних структур, на яких як на матриці розвивається структура полімеру.

Для формування міжфазного шару велику роль відіграє морфологія поверхні металевих частинок, їх форма – це далеко не ідеальна сфера, що має певну шорсткість: чим більше вона, тим більше ступінь адгезії в зоні контакту.

Досягнення рівноважної структури міжфазної зони відбувається повільно, в адсорбційному шарі знаходиться переважно високомолекулярна фракція полімеру, макромолекули якої випрямляються перпендикулярно поверхні і утворюють шар з більшою густиною і жорсткістю. Якщо полімер кристалізується, то в адсорбційному шарі підвищується частка витягнутих кристалів і об'єму кристалевої фази, а також покращується з'єднання полімеру з наповнювачем (металевими пігментами).

Характер взаємодії полімерної матриці з металевими наповнювачами [3] може бути оцінений реологічними властивостями за допомогою відомого рівняння [3]

$$\eta_\phi = \eta_0(1 + k\phi), \quad (1)$$

де η_ϕ , η_0 – відповідно в'язкість наповненого полімеру і полімерної матриці; k – коефіцієнт форми частинок наповнювача; ϕ – об'ємна частка наповнювача.

Передбачається, що частинки наповнювача гранично жорсткі, їх об'єм малий по відношенню до об'єму дисперсійного середовища, во-

ни значно віддалені одна від одної і не відчують взаємного впливу. Для частинок кулеподібної форми маємо $k = 2,5$. Відхилення форми частинок від кулеподібної призводить до збільшення k . Для області концентрацій металевих частинок більше 50% ця формула не коректна.

Аналіз рівнянь [4], які описують зміну в'язкісних властивостей від об'ємного складу наповнювача, показує, що найбільш поширеними рівняннями є:

рівняння Ейлера

$$\eta = \eta_0 \left(1 + \frac{1,25\phi}{1 - \frac{\phi}{\phi^*}} \right)^2, \quad (2)$$

де ϕ^* – об'ємна частка наповнювача з гранично можливою концентрацією;

рівняння Кандела–Мозера–Баумана

$$\eta = \eta_0 \frac{1}{\left(1 - \frac{\phi}{\phi^*} \right)^{2,5}}; \quad (3)$$

експоненційне рівняння Муні

$$\ln \frac{\eta_0}{\eta} = \frac{k}{1 - \frac{\phi}{\phi^*}}, \quad k = 2,5. \quad (4)$$

У даних рівняннях величина ϕ може змінюватися для частинок сферичної форми від 0,52 до 0,74. Для нашого випадку перехід від монодисперсного до полідисперсного наповнювача призводить до підвищення ϕ^* .

Для зниження критичного ступеня наповнення використовують наповнювачі з частинками поздовжньої чи плоскої форми. Відомо застосування як електропровідного наповнювача алюмінієвих і нікелевих пластинок, срібла з формою частинок у вигляді луски. В'язкість полімерного в'язучого дуже залежить від питомої поверхні наповнювача і може бути описана рівнянням [5]

$$\eta = \eta_0 \rho^{k\phi}, \quad (5)$$

де ϕ – об'ємний вміст; η – в'язкість полімерного в'язучого з наповнювачем; η_0 – в'язкість окремо в'язучого; ρ – питома поверхня наповнювача; k – кількість полімеру, адсорбованого 1 м² наповнювача з питомою поверхнею ρ .

Металевий наповнювач впливає на властивості, характерні для полімерної матриці (міц-

нісні показники, густина), розширює інтервал температур і знижує рівень механічних втрат, покращує електроізоляційні властивості, а також забезпечує діапазон оптичних ефектів, починаючи від блиску та іскріння (brilliance and sparkie-effect) до зміни кольору залежно від точки зору (frost-effect). Оптичні характеристики, безумовно, є головною характеристикою металізованих поліграфічних покриттів, що поліпшують споживацькі властивості етикеточних і пакувальних виробів. Дуже часто для таких виробів можливий варіант тривалого використання "металевого блиску" споживачем, зумовлений антифрикційними, міцнісними, абразивними, електро- і теплопровідними властивостями поліграфічних покриттів. Останнім часом одержала розвиток технологія виготовлення транспондерів RFID-етикеток, які є основою новітніх систем логістики товарів і обліку в складських господарствах. Транспондери друкують електропровідними фарбами на основі металевих пігментів трафаретним, глибоким або флексографічним способами.

Зазвичай, полімерні композиційні матеріали характеризуються низькою електропровідністю. Проте на практиці часто потрібно зменшити на кілька порядків питомий електричний опір полімерного матеріалу, зберігши при цьому загальні властивості полімерної матриці. Цього можна досягти введенням у матрицю наповнювача з низьким питомим об'ємним електричним опором. Тому металеві порошки найбільш придатні для надання полімерним матеріалам електропровідності.

Важливо відзначити, що зміна електропровідності зі збільшенням ступеня наповнення носить нелінійний характер. Кожна система характеризується деякою критичною мірою наповнення, при якій електропровідність змінюється стрибкоподібно на кілька порядків [6]. Це зумовлено утворенням провідних структур, ланцюжків або провідних кластерів, що виконують роль каналів провідності в зразку. Як правило, для порошкоподібних металевих наповнювачів із псевдосферичною формою частинок критичний ступінь наповнення досить високий. Так, для отримання матеріалу з питомим об'ємним електричним опором 10⁻¹ Ом·см в поліметилметалкрилат необхідно ввести 60–90% порошку нікелю з середнім розміром частинок 10 мкм [7], а з питомим об'ємним електричним опором 10⁻⁶ Ом·см слід ввести 75% порошку срібла [8]. Очевидно, при високих ступенях наповнення значно змінюються фізико-механічні властивос-

ті матеріалів. Поверхнева хімічна обробка металевих порошоків, що збільшує спорідненість наповнювача з полімерною матрицею, дає можливість зменшити критичний ступінь наповнення. При цьому відбувається більш рівномірний розподіл наповнювача в об'ємі зразка, і нескінченний електропровідний кластер утворюється при нижчих ступенях наповнення.

Значна протяжність електропровідних ділянок, що обумовлена геометрією частинок, підвищує вірогідність створення надійного контакту і сприяє утворенню електропровідного кластера при порівняно невеликих ступенях наповнення. При цьому спостерігається також збільшення коефіцієнта теплопровідності λ композита.

Величина теплопровідності для полімерів становить 0,1–0,5 Вт/м·К, а передача тепла відбувається за фононним механізмом [8]. Фонони в зразках виникають при теплових коливаннях частинок і розсіюються при взаємодії один з одним або з дефектами структури. Низька теплопровідність може призвести до сильних локальних перегрівів у матеріалі при екстремальних умовах аж до руйнування зразків.

При введенні електропровідних наповнювачів зростає λ полімерного матеріалу. На відміну від чистих полімерів у таких композиціях разом із фононним спостерігається і електронний механізм теплопровідності, характерний для провідників.

Для забезпечення щільнішого контакту дрібнодисперсного електропровідного наповнювача вводять частинки графіту, які, маючи більшу пористість порівняно з металами, здатні адсорбувати в'язучу речовину і розчинник. За рахунок цього забезпечується щільніший контакт [9].

Структура металізованих полімерних покриттів перебуває в напруженому стані, особливо в зоні контакту частинки наповнювача і матриці, і є гетерогенною з чіткою межею розділу фаз.

Такі матеріали дослідники зазвичай розглядають як трьохелементну структуру: наповнювач–міжфазний шар–матриця.

Треба відзначити, що із зменшенням розміру частинок зростає питома поверхня наповнювача і протяжність межі розділу, а частка граничного шару при його товщині 0,02–0,5 мкм за

деякими даними становить 1–5 мкм. Частка граничного шару при розмірі частинок 0,5–5 мкм збільшується до 50% і зростає його вплив на властивості композиційного матеріалу. Для направленої регулювання властивостей зони контакту поверхню наповнювача обробляють низькомолекулярними речовинами (атрітами) з метою витіснення вологи з поверхні, її гідрофобізації і поліпшення змочуваності матриці.

Повертаючись до експлуатаційних характеристик полімерних металізованих плівок, які покращують зовнішній вигляд і споживацькі властивості пакувальних і етикеточних виробів, можна відзначити такі:

- міцнісні властивості, які визначаються при склерометричних випробовуваннях нанесенням подряпин на металізовану поверхню; при нормальній адгезії частинки деформуються разом з об'єктом, не відриваючись від нього;
- екстрагованість речовин, які входять до складу покриття в контактне агресивне середовище, втрата яких значно погіршує захисні властивості покриття.

Висновки

Узагальнюючи викладене, слід відзначити, що парадоксальність ситуації полягає в тому, що в класичних псевдодисперсно-зміцнених матеріалах наперед можна прогнозувати їх експлуатаційні властивості на стадії виготовлення і керувати ними, а структуроутворення металізованих поліграфічних покриттів зумовлено цілою гамою механізмів полімеризації і складним комплексом фізико-механічних процесів формування її властивостей. Тому регулювати процес формування структури лакофарбових покриттів із металевим наповнювачем можна лише на стадії виготовлення фарби як колоїдної системи з наперед вибраним набором структуроутворювачів, а також вибору технології.

Формування коагулятивів з дрібних фракцій порошку з полімерофільною поверхнею на мікронерівностях матеріалу з нанесеною друкарською фарбою сприяє виникненню матрично-наповненого полімеру.

П.А. Киричок, Т.А. Роик, А.С. Морозов,
Е.И. Савченко

ОСОБЕННОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТАЛЛИЗИРОВАННЫХ КРАСОЧНЫХ ПЛЕНОК ПОЛИГРАФИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ

Обобщены наиболее достоверные теоретические данные кинетики формирования структуры металлизированных пленок. Показана целесообразность использования металлических частиц при производстве металлизированных красок, их влияние на формирование межфазного слоя и конечные характеристики покрытия.

P.O. Kirichok, T.A. Roik, A.S. Morozov,
K.I. Savchenko

FEATURES OF METALLIC FILMS USAGE FOR THE POLYGRAPHIC SETTING

The paper under consideration generalizes the most probable theoretical data of kinetics of metallic films structure formation. Emphasized here are the expedience of the metallic particles usage at production of metal-backer paints, their influence on the interphase layer formation and eventual coverage features.

1. *Цыренова С.Б., Балдынова Ф.П.* Коллоидная химия (поверхностные явления и дисперсные системы). – Улан-Удэ: ВСГТУ, 2004. – 47 с.
2. *Антонова Н.М.* Формирование структуры и свойств защитных покрытий с металлическими порошками Al, Fe, Zn и связующим натрий–карбоксилметилцеллюлозой: Автореф. дис. ... канд. хим. наук. – Новочеркасск, 2006. – 25 с.
3. *Пахаренко В.А., Кириченко Е.М., Малиновский В.В.* Текучесть стеклонаполненных термопластов в зависимости от степени наполнения // Хим. технология. – 1981. – № 5. – С. 11–13.
4. *Теплофизические и реологические характеристики полимеров: Справ. / А.И. Иванченко, В.А. Пахаренко, В.П. Привалко и др.* – К.: Наук. думка, 1977. – 246 с.
5. *Хархадин А.И.* Предельное измельчение наполнителей, пигментов // Пластмассы. – 1980. – № 2. – С. 45–47.
6. *Крикоров В.С., Колмакова Л.А.* Электропроводящие полимерные материалы. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 258 с.
7. *Наполнители для полимерных композиционных материалов: Справ. пос. / Под ред. Г.С. Каца; Пер. с англ. под ред. П.Г. Бабчевского.* – М.: Химия, 1981. – 308 с.
8. *Годовский Ю.К.* Энциклопедия полимеров. Т. 3. – М.: Сов. энциклопедия, 1977. – 254 с.
9. *Пат. РФ RU 2042694.* Кондуктивность красок / А.К. Титомир, Ю.М. Платонов, 11.01.1994.

Рекомендована Радою Видавничо-поліграфічного інституту НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
14 березня 2008 року

УДК 661.74:669.14.046.554

А.А. Кулініч, О.О. Рябініна, О.М. Доній,
С.М. Котляр

ФАЗОВО-СТРУКТУРНИЙ СКЛАД І МЕХАНІЧНІ ВЛАСТИВОСТІ СПЛАВУ АЦ4Мг З ДОМІШКАМИ ЗАЛІЗА ТА БЕРИЛІЮ

Вступ

Домішки заліза в ливарних сплавах системи Al–Mg–Zn утворюють голчасту фазу FeAl₃, яка негативно впливає на рівень механічних властивостей сплавів, особливо на їх пластичність. Одним із засобів нейтралізації шкідливого впливу домішок заліза є мікрولةгування сплавів. Так, у ливарних алюмінієвих сплавах при мікрولةгуванні їх берилієм замість фази FeAl₃ може утворюватись більш компактна, глобулярна фаза Al₄Fe₂Be₅, яка менш інтенсивно знижує рівень механічних властивостей сплавів [1].

На сьогодні в ливарні сплави системи Al–Mg–Zn берилій вводять у незначних кількостях (до 0,15%) з метою протидії окисненню сплавів. При такому вмісті берилію не відбувається заміни фази FeAl₃ на фазу Al₄Fe₂Be₅.

Авторами публікації [2] на прикладі сплаву Al–7%Mg–3%Zn показано можливість утворення замість голчастої фази FeAl₃ глобулярної фази Al₄Fe₂Be₅ в ливарних сплавах системи Al–Mg–Zn мікрولةгуванням берилієм.

Встановлено позитивний вплив мікрولةгування берилієм і для сплаву Al–6%Mg–2%Zn, що за вмістом магнію і цинку є основою сплаву ВАЛ11 [3, 4].

Постановка задачі

У даній статті досліджується вплив берилію на фазово-структурний склад і механічні властивості ливарного сплаву АЦ4Мг з підвищеним вмістом заліза. Відповідно, досліджується вплив домішок берилію вмістом до 0,5% на фазовий склад, структуру і рівень механічних властивостей ливарного сплаву АЦ4Мг системи Al–Mg–Zn з вмістом заліза до 0,5%.

Методика досліджень

Об'єктом дослідження був ливарний сплав АЦ4Мг із таким хімічним складом: 1,5–2%Mg, 3,5–4,5%Zn, 0,2–0,5%Mn, 0,1–0,2%Ti. Можливий вміст домішок у сплаві: Fe ≤ 0,5, Si ≤ 0,3,

Cu ≤ 0,2, Be ≤ 0,1, Zr ≤ 0,1. Цей сплав характеризується добрим поєднанням характеристик як міцності, так і пластичності [5].

Сплави для досліджень виготовлялись сплавленням таких шихтових матеріалів, як алюміній марки А99, магній марки Mg90, цинк марки ЦО, лігатури Al–Fe, Al–Be, Al–Ti і Al–Mn. Плавки проводились у лабораторній печі опору в графітошамотному тиглі, де розплавлявся алюміній і при температурі 710±10°C вводився магній і цинк. Дана температура є оптимальною з точки зору технологічної обробки розплаву досліджуваного сплаву [4]. Після їх розчинення вводились лігатури Al–Fe, Al–Ti, Al–Mn, Al–Be і розплав витримувався при цій температурі протягом 0,3–0,4 год. Вміст Ti в усіх сплавах дорівнював 0,15%, вміст Mn – 0,2%. Після цього з поверхні розплаву видалялись шлаки, а сам розплав виливався в металеву виливницю.

Отримані стандартні зразки діаметром 10 мм піддавались природному старінню протягом одного місяця, після чого визначались їх механічні властивості (міцність на розрив, межа текучості, відносне подовження). Випробування механічних властивостей проводились на розривній машині TIRA-TEST за стандартними методиками. Середні квадратичні відхилення значень механічних властивостей знаходились у таких межах: σ_b – ±20 МПа, $\sigma_{0,2}$ – ±10 МПа, δ – ±15%.

Мікрорентгеноспектральний аналіз виконувався растровим електронним мікроскопом РЕММА-101А.

Хімічний аналіз зразків досліджуваних сплавів проводився при використанні методу оптичної спектроскопії випарним розрядом. Якісний та кількісний металографічний аналіз виконувався на мікроскопі NEOFOT-31. Рентгенографічне дослідження проводилось в Si-характеристичному випромінюванні із застосуванням дифрактометра ДРОН - 413.

Експериментальна частина

На першому етапі досліджень встановлювався вплив домішок заліза і берилію на фазово-структурний склад і механічні властивості сплавів із вмістом магнію і цинку, що відповідає хімічному складові сплаву АЦ4Мг, але без додаткового мікрولةгування марганцем і титаном. Це дало змогу спростити дослідження впливу домішок заліза і берилію на структуру і властивості сплавів. На другому етапі перевірялись встановлені закономірності на сплавах, що за своїм хімічним складом повністю відповідають складу промислового сплаву АЦ4Мг.

Вплив домішок заліза і берилію на фазовий склад і рівень механічних властивостей ливарних сплавів із вмістом магнію і цинку, що відповідає складу АЦ4Мг, наведено в табл. 1.

Встановлено, що при вмісті берилію від 0,1 до 0,2% в досліджуваних сплавах утворюються дві залізовмісні фази: FeAl_3 і $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$.

Якщо у сплавах вміст берилію становить 0,25% від маси сплаву, то утворюється лише одна залізовмісна фаза – $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$.

Досліджено, що утворення фази $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$ замість фази FeAl_3 є головною причиною підвищення рівня механічних властивостей досліджуваних сплавів, особливо відносного подовження (див. табл. 1).

При вмісті берилію від 0,25 до 0,5% від маси сплаву, крім фази $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$, утворюється також фаза AlFeBe_4 , що знижує рівень механічних властивостей (див. табл. 1).

При оптимальному вмісті берилію 0,25% рівень значень характеристик міцності досліджуваних сплавів після литва і природного старіння

протягом одного місяця вищий, ніж у сплавів, що містять залізо без домішок берилію, а рівень пластичності підвищується до рівня сплавів без домішок заліза.

Встановлені закономірності на модельних сплавах перевірено на сплаві АЦ4Мг (табл. 2). При вмісті домішок заліза і берилію до 0,5% кожного в досліджуваному сплаві можливе утворення трьох залізовмісних фаз: $(\text{Fe}, \text{Mn})\text{Al}_3$, $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$, AlFeBe_4 . Заміщення голчастої фази $(\text{Fe}, \text{Mn})\text{Al}_3$ на компактну фазу $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$ починається при вмісті берилію у сплаві АЦ4Мг більш ніж 0,2% і закінчується при 0,25% (рисунок).

Як і в модельних сплавах, максимального рівня механічних властивостей досліджуваній сплав набуває при мікролегуванні його берилієм вмістом 0,25%. Подальше збільшення вмісту берилію у сплаві АЦ4Мг знижує рівень його механічних властивостей, що пояснюється заміною компактної фази $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$ на більш розгалужену фазу AlFeBe_4 (див. табл. 2).

Таблиця 1. Вплив заліза і берилію на механічні властивості ливарних сплавів системи Al–Mg–Zn

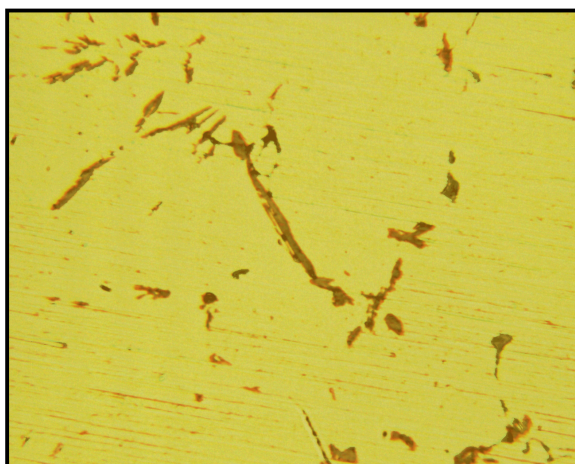
Масовий хімічний склад досліджуваних сплавів, %				Механічні властивості			Формула залізовмісної фази
Mg	Zn	Fe	Be	σ_b , МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ , %	
1,5	4	–	–				–
1,5	4	0,5	–	276	167	6,5	FeAl_3
1,5	4	0,5	0,1	276	168	6,5	FeAl_3
1,5	4	0,5	0,2	278	168	6,9	FeAl_3 , $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$
1,5	4	0,5	0,25	280	169	7	$\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$
1,5	4	0,5	0,3	277	167	6,7	$\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$, AlFeBe_4
1,5	4	0,5	0,5	275	165	6	AlFeBe_4
2	4	–	–	283	174	5,8	–
2	4	0,5	–	292	180	5	FeAl_3
2	4	0,5	0,1	293	182	5	FeAl_3
2	4	0,5	0,2	294	183	5,4	FeAl_3 , $\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$
2	4	0,5	0,25	295	184	5,6	$\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$
2	4	0,5	0,3	292	181	5,3	$\text{Al}_4\text{Fe}_2\text{Be}_5$, AlFeBe_4
2	4	0,5	0,5	287	178	5,2	AlFeBe_4

Примітка. Механічні властивості сплаву АЦ4Мг дано після литва і природного старіння протягом одного місяця.

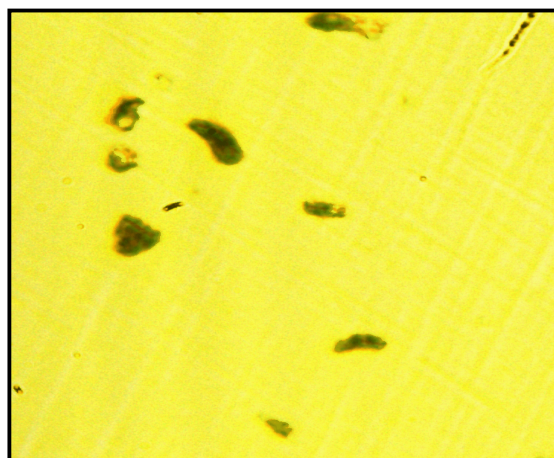
Таблиця 2. Вплив заліза і берилію на механічні властивості сплаву АЦ4Мг

Масовий вміст домішок у сплаві, %		Механічні властивості			Формула залізовмісної фази
Fe	Be	σ_B , МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ , %	
0	0	289	176	7	—
0,5	—	304	181	5,7	(Fe,Mn)Al ₃
0,5	0,1	305	182	6,0	(Fe,Mn)Al ₃
0,5	0,2	307	185	6,4	(Fe,Mn)Al ₃ , Al ₄ Fe ₂ Be ₅
0,5	0,25	308	187	6,8	Al ₄ Fe ₂ Be ₅
0,5	0,3	306	186	6,6	Al ₄ Fe ₂ Be ₅ , AlFeBe ₄
0,5	0,5	300	180	6,3	AlFeBe ₄

Примітка. Вміст інших компонентів у сплаві постійний: Mg = 2%; Zn = 4%; Mn = 0,2%; Ti = 0,15%. Механічні властивості сплаву АЦ4Мг дано після литва в кокіль та природного старіння протягом одного місяця.



а



б

Мікроструктура сплаву АЦ4Мг з домішками заліза і берилію після литва в кокіль: а – 0,5%Fe; б – 0,5%Fe; 0,25%Be; а, б – $\times 400$

Висновки

1. В результаті проведених досліджень на прикладі сплаву АЦ4Мг показано можливість підвищити вміст заліза в ливарних сплавах системи Al–Mg–Zn до 0,5% без зниження рівня механічних властивостей за рахунок мікролегуння берилієм.

2. При введених в досліджуваний сплав берилію вмістом до 0,5% можливе утворення трьох залізовмісних фаз: FeAl₃, Al₄Fe₂Be₅, AlFeBe₄.

3. З точки зору збереження високого рівня механічних властивостей досліджуваного спла-

ву, оптимальним є наявність у сплаві однієї залізовмісної фази – Al₄Fe₂Be, яка має входити до складу евтектики, що складається з алюмінієвого твердого розчину і фази Al₄Fe₂Be. Це досягається при умові, що вміст берилію у сплаві дорівнює половині вмісту заліза.

4. Перспективність подальших досліджень у даному напрямку полягає в можливості розробки новітніх технологій виробництва і обробки алюмінієвих ливарних сплавів системи Al–Mg–Zn з технічного алюмінію, лому і відходів алюмінієвих сплавів з метою їх здешевлення при зберіганні високого рівня механічних властивостей.

А.А. Кулинич, Е.А. Рябинина, А.Н. Доний,
С.Н. Котляр

ФАЗОВО-СТРУКТУРНЫЙ СОСТАВ И МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СПЛАВА АЦ4Мг С ПРИМЕСЯМИ ЖЕЛЕЗА И БЕРИЛЛИЯ

Исследовано влияние бериллия на фазово-структурный состав и механические свойства сплава АЦ4Мг с содержанием железа 0,5%. В этом сплаве установлено оптимальное содержание бериллия, обеспечивающее образование более компактной железосодержащей фазы и повышение уровня механических свойств.

A.A. Kulinich, O.O. Ryabinina, O.M. Donyi,
S.M. Kotlyar

PHASE-STRUCTURAL COMPOSITION AND MECHANICAL PROPERTIES OF ALLOY OF CA4Mg WITH ADMIXTURES OF IRON AND BERYLLIUM

The paper under consideration investigates the influence of beryllium on the phase-structural composition and the mechanical properties of CA4Mg alloy containing 0,5 percent of iron. The set optimum beryllium alloy content provides the formation of a more compact iron-bearing phase and the increase in the mechanical properties level.

1. *Мондольфо Л.Ф.* Структура и свойства алюминиевых сплавов. – М.: Металлургия, 1979. – 640 с.
2. *Белов Н.А., Евсеев Ю.В., Золотаревский В.С.* Структура, фазовый состав и механические свойства литейного сплава Al + 7%Mg + 3%Zn с добавками Fe и Be // Изв. вузов. Цв. металлургия. – 1985. – № 5. – С. 71–77.
3. *Гаврилюк В.П., Рябинина О.О., Кулинич А.А., Доний О.М.* Вплив берилію на фазово-структурний склад і механічні властивості сплаву Al–6%Mg–2%Zn з підвищенням вмістом заліза // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2006. – № 3. – С. 45–48.
4. *Кулінич А.А., Гаврилюк В.П., Рябініна О.О., Доній О.М.* Фазово-структурний склад і механічні властивості сплаву Al–6%Mg–2%Zn–0,5%Fe–0,5%Si з добавками берилію після різних режимів відпалу // Там же. – 2007. – № 3. – С. 101–104.
5. *Альтман М.Б., Амбарцумян С.М.* Промышленные деформируемые, спеченные и литейные алюминиевые сплавы. – М.: Металлургия, 1972. – 552 с.

Рекомендована Радою інженерно-фізичного факультету НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
17 березня 2008 року

УДК 539.216.2:661.685

Ю.М. Макогон, С.І. Сидоренко,
О.П. Павлова, Т.І. Вербицька

ФАЗОУТВОРЕННЯ У ПЛІВКОВІЙ КОМПОЗИЦІЇ Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм) НА МОНОКРИСТАЛІЧНОМУ КРЕМНІЙ ОРІЄНТАЦІЇ (001)

Вступ

В умовах розвитку нанотехнологій і мініатюризації напівпровідникових приладів застосування алюмінію, що широко використовується як матеріал металізації, створює цілий ряд проблем, до яких належить і електроміграція. Матеріалом, що може замінити алюміній у виробництві надвеликих інтегральних схем, є мідь, для якої характерна висока стійкість до електроміграції. Крім того, електроопір міді (1,63 мкОм·см) майже в два рази менший, ніж алюмінію (2,66 мкОм·см), а температура її плавлення (1360 К) майже в два рази вища, ніж в алюмінію (820 К) [1–3]. Проблемою, що ускладнює використання міді, є її схильність до дифузії в кремнії за підвищених температур. У зв'язку з цим потрібен пошук матеріалів, здатних бути дифузійними бар'єрами для небажаної дифузії атомів міді в кремнії.

У плівковій композиції Cu/Si взаємодія між міддю і кремнієм підкладки починається при температурі 420 К з формування першого, збагаченого на мідь, проміжного силіциду Cu₃Si [1]. У праці [2] показано, що введення між плівкою міді і підкладкою кремнію шару оксиду SiO₂ завтовшки 1,5 нм зміщує температуру формування першої силіцидної фази Cu₃Si в плівковій композиції Cu(100 нм)/SiO₂/Si(100) в бік вищих температур (до 870 К). Після відпалу при 1020 К спостерігався епітаксійний ріст силіциду Cu₃Si у вигляді кристалітів прямокутної форми. У [3] створення аморфного прошарку Ta–Si завтовшки 30 нм як бар'єру між плівкою міді завтовшки 100 нм і кремнієм підкладки підвищило температуру утворення першого силіциду міді до 845 К, що ефективніше, ніж використання в [4] комбінації проміжних тонких шарів Ti/TiN, введення яких змістило температуру початку процесу силіцидоутворення до 820 К. Істотніше підвищення температури початку утворення силіцидів міді (до 955 К) досягнуто у праці [5] завдяки введенню проміжного шару Ta завтовшки 100 нм як бар'єру в плівковій композиції Cu(400 нм)/Ta/Si.

Постановка задачі

Мета даної статті полягає у визначенні ролі титану як дифузійно-контролюючого проміжного шару для дифузії атомів міді і кремнію в плівковій композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм) на монокристалічному кремнії орієнтації (001). Для досягнення поставленої мети було досліджено твердофазні реакції, що відбуваються у відповідній плівковій композиції, в процесі термічних відпалів.

Методика експерименту

Досліджувану плівкову композицію Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм)/Si(001) було отримано послідовним електронно-променевим осадженням шарів відповідних металів у вакуумі не нижче 10⁻⁴ Па без розвакуування на підкладку кремнію, покриту шаром оксиду завтовшки 370 нм. Як підкладка використовувалась пластина нелегованого монокристалічного кремнію орієнтації (001), на якій вологим окисненням був одержаний оксид кремнію. Проміжний (100 нм) і поверхневий (200 нм) шари титану осаджувались із швидкістю 0,1 і 0,3 нм/с, відповідно, а шар міді (200 нм) – із швидкістю 0,8 нм/с.

Зразки було термічно оброблено у вакуумі не нижче 10⁻³ Па в інтервалі температур 770–1170 К. Тривалість відпалу при кожній температурі становила одну годину. Для ідентифікації фаз використовувався метод рентгенівської дифракції, який дозволяє отримати інтегральну інформацію за товщиною плівки. Дослідження морфології утворюваних фаз проводилось за допомогою растрової електронної мікроскопії; резистометричні дослідження виконувались вимірюванням електроопору з використанням чотиризондового методу.

Результати і їх обговорення

Дані рентгенофазового аналізу плівкової композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм)/Si(001) після осадження показують наявність на дифрактограмі піків чистих металів Cu і Ti, а також фази Ti₂O₃ (рис. 1, а). Поява піків оксиду титану відповідає літературним даним, згідно з якими титан може вступати в реакцію з оксидом кремнію навіть при кімнатній температурі, оскільки оксиди титану TiO₂ і Ti₂O₃ мають більш від'ємну теплоту утворення (–218 ккал/моль і –388 ккал/моль, відповідно), ніж SiO₂ (–208 ккал/моль) [6].

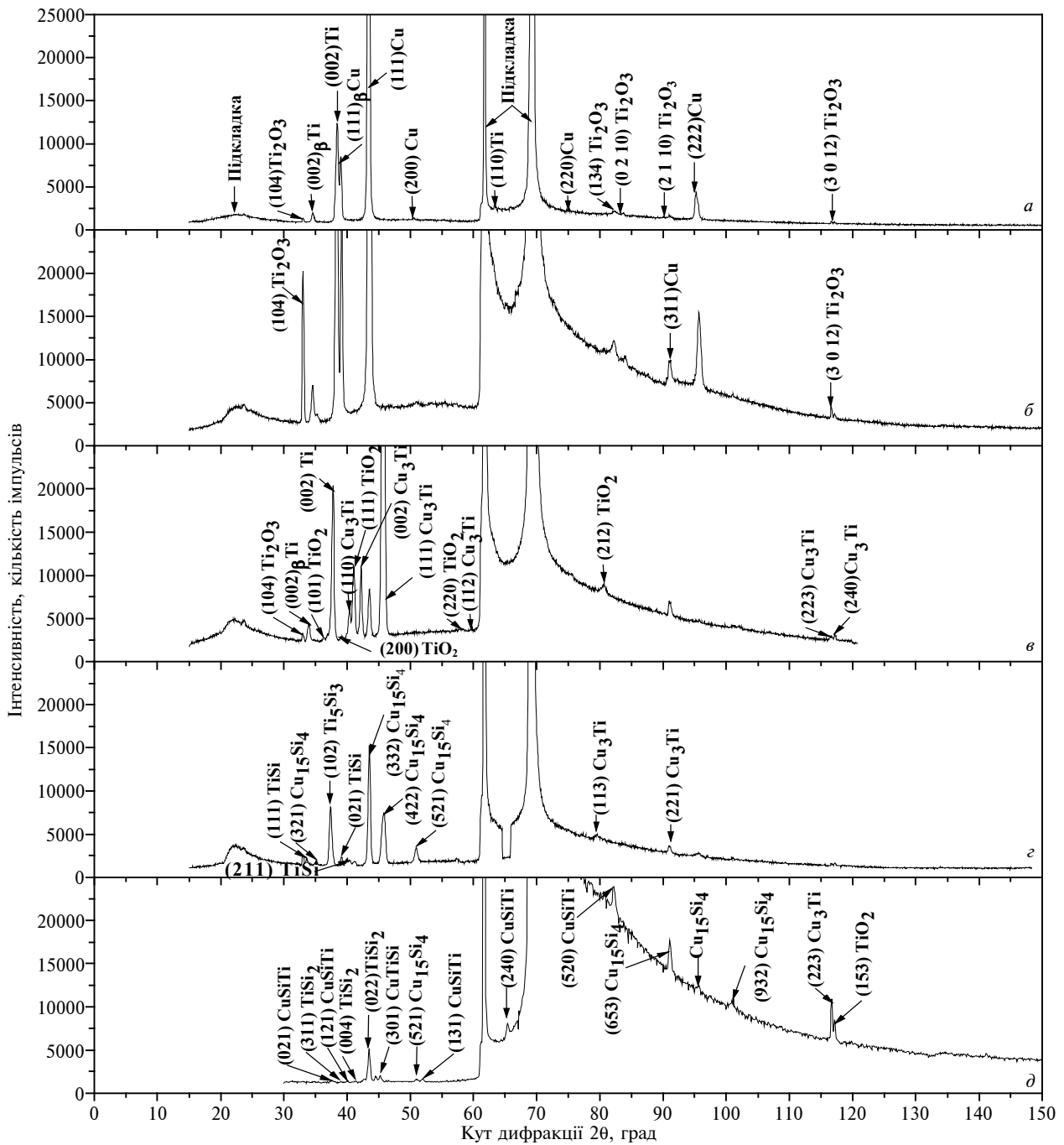


Рис. 1. Зміна спектрів рентгенівської дифракції від зразків плівкової композиції $\text{Ti}(200 \text{ nm})/\text{Cu}(200 \text{ nm})/\text{Ti}(100 \text{ nm})/\text{SiO}_2(370 \text{ nm})/\text{Si}(001)$, одержаних у випромінненні міді: *a* – після осадження; *б, в, г, д* – після відпалів у вакуумі не нижче 10^{-3} Па протягом однієї години при температурі 770, 870, 970, 1070 К, відповідно

Інтенсивне руйнування проміжного шару титану починається після відпалу при температурі 770 К, про що свідчить різке збільшення інтенсивності піків оксиду титану на дифрактограмі в результаті реакції Ti з SiO_2 (рис. 1, *б*). Резистометричний аналіз зразків після відпалу при 770 К показав, що електроопір плівкової компо-

зиції не змінюється порівняно із значенням після осадження (рис. 2).

Підвищення температури відпалу до 870 К супроводжується утворенням інтерметалідів Cu_3Ti і Cu_4Ti і не приводить до появи силіцидних фаз (рис. 1, *в*). На дифрактограмі, як і раніше, реєструються рефлекси оксиду титану і чистих ме-

талів Cu і Ti. Наявність ліній чистих металів свідчить про те, що твердофазні реакції не відбулись по всьому об'ємі плівкового зразка у зв'язку з великими товщинами осаджених шарів Ti (200 нм) і Cu (200 нм) (див. рис. 1, *б*). Відпал при 870 К веде до значного підвищення електроопору зразка, що пов'язано з утворенням інтерметалідів Cu_3Ti і Cu_4Ti (див. рис. 2).

Можна припустити, що проміжний шар титану завтовшки 100 нм, що міститься між шаром міді і шаром оксиду кремнію, вступаючи у взаємодію з шаром оксиду кремнію, утворює окисний шар, який служить ефективним дифузійним бар'єром для дифузії атомів міді в кремній підкладки і утворення силіцидів.

Підвищення температури відпалу до 970 К супроводжується подальшою зміною фазового складу досліджуваної плівкової композиції, початком твердотільних реакцій силіцидоутворення. На дифрактограмі зразка нема рефлексів чистих металів титану і міді (рис. 1, *з*). Це означає, що на даному етапі відпалу відбулась повна взаємна дифузія металів осаджених шарів. Згідно з [4], при даній температурі відпалу починається руйнування оксиду кремнію. З іншого боку, як впливає з [5], шари силіцидів можуть утворюватися на товстих шарах SiO_2 , але при температурах, що на 200–570 К перевищують температури, при яких метал реагує з чистим кремнієм, тобто при 970–1170 К замість 770 К. Зокрема, силіцид Ti_5Si_3 за наявності проміжного товстого шару SiO_2 в системі Ti/Si утворюється при температурі 970 К. В досліджуваній плівковій композиції після відпалу при 970 К з'являються рефлекси силіцидних фаз Ti_5Si_3 і TiSi , які існують

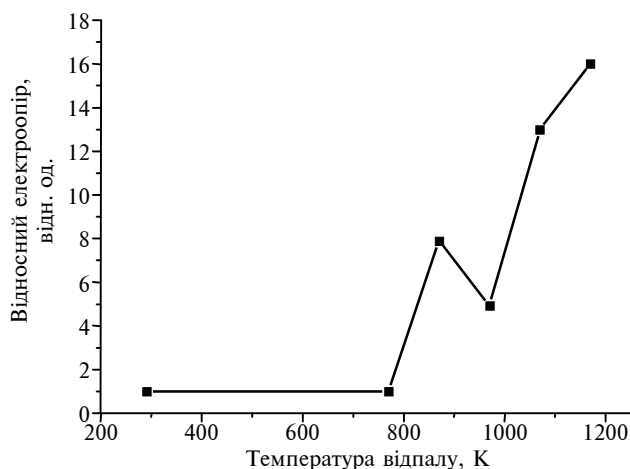


Рис. 2. Залежність електроопору зразків плівкової композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/ SiO_2 (370 нм)/Si(001) від температури відпалу

одночасно з інтерметалідними фазами Cu_3Ti і Cu_4Ti (див. рис. 1, *з*). Це відбувається після руйнування шару SiO_2 . При даній температурі відпалу також відбуваються твердофазні реакції взаємодії міді з кремнієм з утворенням силіциду $\text{Cu}_{15}\text{Si}_4$. За даними резистометричного аналізу, відпал при 970 К супроводжується деяким зниженням електроопору зразка плівкової композиції, що пояснюється утворенням силіциду міді (див. рис. 2).

У процесі подальших відпалів внаслідок інтенсивної взаємної дифузії кремнію і шарів металів (Cu, Ti) подальший розвиток отримують реакції силіцидоутворення: збільшується кількість силіциду $\text{Cu}_{15}\text{Si}_4$, а також з'являється силіцид TiSi_2 . Після відпалу при 1070 К встановлено утворення потрійної сполуки CuTiSi (рис. 1, *д*).

Процеси фазоутворення під час високо-температурних відпалів супроводжуються різким підвищенням електроопору зразка (див. рис. 2).

Дослідження морфології поверхні плівки після відпалу у вакуумі протягом однієї години при температурі 1170 К методом растрової електронної мікроскопії виявило наявність структури, показаної на рис. 3.

На спільному фоні чітко спостерігаються випуклі утворення прямокутної і круглої форми розміром 13 і 7 мкм, відповідно. Мікрорентгеноспектральним аналізом встановлено, що хімічний склад даного утворення відповідає фазам $\text{Cu}_{15}\text{Si}_4$ і CuTiSi , а за межами кільця дозволяє припустити наявність силіциду титану – TiSi_2 , що підтверджується і рентгенофазовим аналізом.

Співставляючи результати рентгенофазового аналізу, растрової електронної мікроскопії і резистометрії, можна зробити висновок, що підвищення електроопору зразка після відпалу при 1170 К, яке спостерігається, пояснюється переривчастим, стовпчастим зростанням силіцидних фаз. Про подібний ефект сказано і в праці [1]. Утворення силіциду міді (Cu_3Si) автори пояснюють таким чином. Атоми міді контактують з кремнієм тільки в специфічних місцях на поверхні розподілу Ta/Si завдяки природі дифузії короткого замикання (short-circuit), яка, за припущенням, є механізмом проникнення міді крізь шар танталу. В цих місцях відбувається зародження силіциду Cu_3Si . Утворення Cu_3Si пов'язано з великим об'ємним розширенням (~150%), що веде до релаксації і утворення внутрішніх точкових дефектів. Після початкової стадії утворення подальше зростання Cu_3Si супроводжується утворенням стовпчиків.

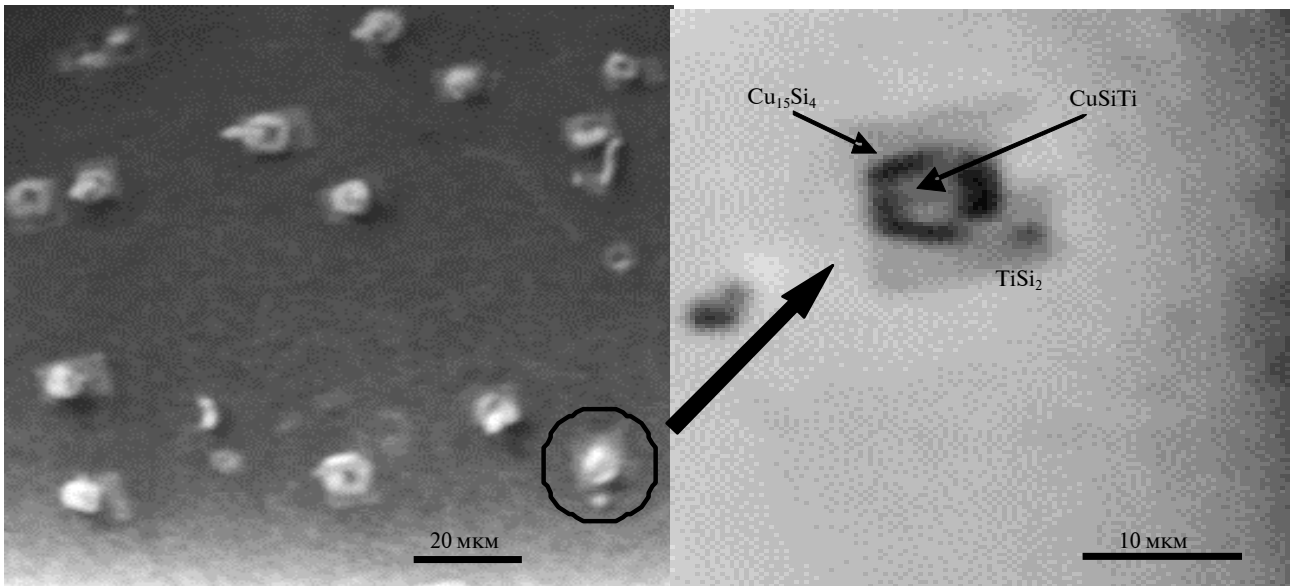
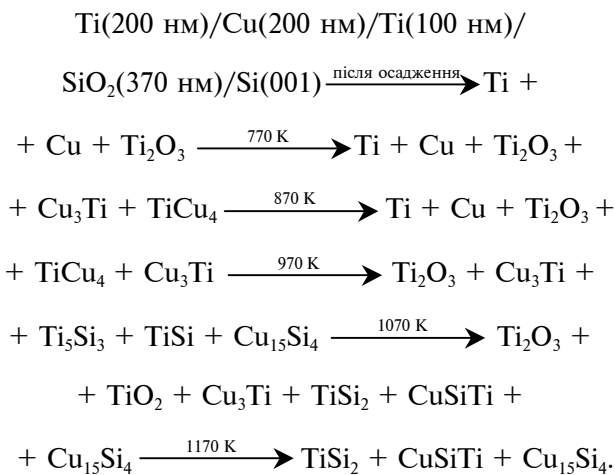


Рис. 3. Морфологія поверхні зразка плівкової композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм)/Si(001) після відпалу у вакуумі не нижче 10⁻³ Па протягом одної години при температурі 1170 К

Процеси фазоутворення в досліджуваній плівковій композиції під час термічних відпалів у вакуумі не нижче 10⁻³ Па в інтервалі температур 770–1070 К можна зобразити такою схемою:



Таким чином, з отриманих результатів випливає, що для розриву зв'язків Si–O в плівці оксиду SiO₂ достатньо теплової енергії відпалу лише при 970 К. Це веде до участі в твердотільних реакціях як кремнію оксиду, так і кремнію підкладки з утворенням силіцидів Cu₁₅Si₄, CuTiSi і TiSi₂. В досліджуваній плівковій композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм)/Si(001) формування силіциду міді змістилося в бік вищих

температур (до 970 К). Це пов'язано із застосуванням дифузійно-контролюючого проміжного шару титану завтовшки 100 нм в комбінації з шаром оксиду SiO₂ завтовшки 370 нм. В результаті реакції Ti + SiO₂ = 2TiO + Si утворюється окисний шар титану як в процесі осадження, так і в процесі термообробки, який є додатковим ефективним дифузійним бар'єром для дифузії атомів міді і підвищує температуру утворення силіциду міді до 970 К [7, 8]. На істотну бар'єрність вплинула також велика товщина оксиду.

Висновки

Введення проміжного шару титану завтовшки 100 нм в комбінації з шаром оксиду завтовшки 370 нм дало можливість підвищити в плівковій композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм)/Si(001) температуру появи першої силіцидної фази міді (Cu₁₅Si₄) до 970 К. Відпал при 1070 К супроводжується утворенням потрібної сполуки CuTiSi і силіциду TiSi₂.

Дослідження властивостей додаткових шарів, що вводяться в плівкові композиції як дифузійно-контролюючі проміжні шари, дасть змогу сформувати стабільні нанорозмірні плівкові композиції, збільшити їх температурно-часову стійкість та стійкість до електроміграції, що буде сприяти подальшому розвитку нанотехнологій.

Ю.Н. Макогон, С.И. Сидоренко,
Е.П. Павлова, Т.И. Вербицкая

ФАЗООБРАЗОВАНИЕ В ПЛЕНОЧНОЙ КОМПОЗИЦИИ Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм) НА МОНОКРИСТАЛЛИЧЕСКОМ КРЕМНИИ ОРИЕНТАЦИИ (001)

Методами рентгеновской дифракции, растровой электронной микроскопии и резистометрии исследованы твердотельные реакции в пленочной композиции Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм) на монокристаллическом кремнии ориентации (001). Исследуемая пленочная композиция была получена последовательным электронно-лучевым осаждением слоев элементов в вакууме не ниже 10⁻⁴ Па без развакуумирования на подложку кремния со слоем оксида на поверхности. Вакуумные отжиги образцов проводились в температурном интервале 770–1170 К на протяжении одного часа. Установлено, что первая силицидная фаза меди Cu₁₅Si₄ формируется после отжига в вакууме при температуре 970 К, а отжиг при 1070 К сопровождается образованием тройного соединения CuTiSi и TiSi₂.

Iu.M. Makogon, S.I. Sydorenko, O.P. Pavlova,
T.I. Verbitska

THE PHASE FORMATION IN Ti(200 nm)/Cu(200 nm)/Ti(100 nm)/SiO₂(370 nm) FILM COMPOSITION ON THE MONOCRYSTALLINE SILICON (001)

Using the methods of X-ray diffraction, scanning electron microscopy and resistometry measurements, we investigated the solid-state reactions in the Ti(200 nm)/Cu(200 nm)/Ti(100 nm)/SiO₂(370 nm) multilayered film composition on the monocrystalline silicon of (001) orientation. We obtained the film composition by the consecutive electron-beam deposition of the element layers in vacuum of about 10⁻⁴ Pa without breaking vacuum on the silicon substrate with the oxide layer, which was grown by wet oxidation on the surface. The film composition specimens were exposed to series of annealings in the 770–1170 K temperature range for one hour. We determined that the first Cu₁₅Si₄ silicide phase was formed after the annealing at 970 K for one hour. We illustrated that the annealing at 1070 K was accompanied by formation of ternary CuTiSi compound and TiSi₂.

1. Laurila T., Zeng K., Kivilahti J.K., Molarius J., Suni I. Chemical stability of Ta diffusion barrier between Cu and Si // *Thin Solid Films*. – 2000. – 373. – P. 64–67.
2. *Properties of Metal Silicides* / Ed. by Karen Maex and Marc Van Rossum; Emis. Datareviews Series. – 1995. – N 14. – 350 p.
3. Benouattas N., Mosser A., Raiser D., Faerber J., Bouabelou A. Behaviour of copper atoms in annealed Cu/SiO_x/Si systems // *J. Appl. Surf. Sci.* – 2000. – 153. – P. 79–84.
4. Youn Tae Kim, Chi-Hoon Jun, Dae Yong Kim. Barrier properties of TiN/TiSi₂ bilayers formed by two-step rapid thermal conversion process for Cu diffusion barrier // *Thin Solid Films*. – 1999. – 347. – P. 214–219.
5. Jangwoong Uhm J., Hyeongtag J. TiN diffusion barrier grown by atomic layer deposition method for Cu metallization // *J. Appl. Phys.* – 2001. – 40. – P. 4657–4660.
6. Boltovets N.S., Kashin G.N., Konakova R.V. et al. Study of interactions between phases that occur during formation of Au–Ti–SiO₂ thin-film systems // *Proc. of the 12th Intern. Simp. "Thin Films in Electronics"*. – 2000. – P. 199–200.
7. Сидоренко С.И., Макогон Ю.Н., Павлова Е.П. и др. Исследование твердофазных реакций в пленочной системе Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(10 нм)/SiO₂(370 нм) на кремнии // Сб. докл. "Тонкие пленки в оптике и электронике". – 2003. – С. 56–60.
8. Сидоренко С.И., Макогон Ю.Н., Ту К.-Н. и др. Фазообразование в пленочной системе Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(10 нм)/SiO₂(370 нм) на монокристаллическом кремнии (100) // *Металлофизика и новейшие технологии*. – 2005. – 27, № 8. – С. 1017–1025.

Рекомендована Радою інженерно-фізичного факультету НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
24 березня 2008 року

УДК 621.762+669.056.9+669.24.71.849+620.17

В.Ю. Олікер, Т.Я. Гридасова,
О.М. Єлісеєва, В.Л. Сироватка

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ МАГНІТНОГО ПОЛЯ НА СТРУКТУРУ NiAl–Re-МАТЕРІАЛІВ ЗА ДОПОМОГОЮ ФУР'Є-СПЕКТРОСКОПІЇ

Вступ

Відомо, що обробка в магнітному полі може істотно впливати на дислокаційні процеси. Існує ряд праць, в яких розглядається вплив обробки в магнітному полі на структуру і властивості матеріалів [1–3]. Зокрема, в [1] розглядається вплив попередньої магнітної обробки на мікротвердість кристалів LiF та LiF: Ni. Цікаво, що намагнічування кристалів LiF, які не мали домішки нікелю, не призвело до істотної зміни їх мікротвердості на відміну від кристалів LiF: Ni. Передбачається, що вплив попередньої магнітної обробки (МО) на мікротвердість зумовлений перебудовою домішкових парамагнітних центрів (які визначають величину магнітної сприйнятливості). Дія магнітного поля впливає також на фазові перетворення та рухливість окремих дислокацій у матеріалах [2]. Доводиться, що рушійною силою для транспорту дислокацій є випадкова мозаїка полів внутрішніх напружень, а магнітне поле понижує висоту структурних бар'єрів, що долають дислокації. З цього випливає, що поряд з дією в матеріалі внутрішніх напружень дія магнітного поля сприяє більш легкому пересуванню дислокацій.

Цікавим є дослідження твердих тіл методами Фур'є-спектроскопії. Ефективність та проста техніка зробили цей метод визнаним в усіх галузях, де використовуються спектральні методи [4]. Зокрема, даний метод застосовується для дослідження властивостей поверхні матеріалів. За допомогою Фур'є-спектроскопії можна розглядати методи кількісної оцінки топографії поверхневих шарів. У праці [5] повідомляється, що за допомогою Фур'є-аналізу можна не тільки оцінювати стан поверхонь, а й виявляти розходження в їх властивостях. У цьому випадку йдеться про оцінку шорсткості поверхні досліджуваного матеріалу. Результати показують, що використання

методу Фур'є-спектроскопії дає змогу виділити текстуру поверхонь, а також визначити переважну орієнтацію нерівностей та напрямок їх групування. З використанням двовимірних Фур'є-спектрів електронно-мікроскопічних зображень можна визначити параметри структурних неоднорідностей та їх розподіл по поверхні, коефіцієнт анізотропності розподілу дефектів та кут розорієнтації дефектів, що входять у різні частотні діапазони [6].

Більшість праць з дослідження властивостей поверхні методом Фур'є-спектроскопії спрямована лише на вивчення стану поверхні (шорсткість і т.п.). На жаль, у всіх цих публікаціях не розглядається можливість застосування Фур'є-аналізу для оцінки структури самого матеріалу.

Відомо, що сплави на основі інтерметаліду NiAl становлять великий інтерес для авіаційного та ракетного матеріалознавства. А також відомо те, що легування NiAl ренієм дає можливість покращити механічні характеристики інтерметаліду завдяки тому, що пластичні включення Re є перешкодою для поширення тріщин [7]. На сьогодні є актуальним більш глибоке дослідження даних матеріалів, а саме існує інтерес до дослідження впливу обробки в магнітному полі на структуру та властивості системи NiAl–Re.

Можливість широкого варіювання умов магнітно-абразивної обробки (МАО) як за рахунок зміни напруженості магнітного поля, так і за рахунок механічного впливу на оброблювану поверхню (пластична мікродоформація та тонке диспергування поверхневого шару) зумовлює перспективність її застосування. Сутність МАО полягає в тому, що силове навантаження абразивного елемента (частинок порошку) здійснюється магнітним полем. При цьому на оброблюване тіло також впливає змінне магнітне поле [8]. Формована з феромагнітного абразивного порошку пружно-еластична маса робить можливою високопродуктивну обробку виробів як простих за формою, так складнопрофільних, наприклад лопаток турбін. Оброблюваний виріб розміщується між полюсами електромагніта у феромагнітному абразивному порошковому середовищі, в якому здійснюється одночасно його обертання та поступальне переміщення (рис. 1). Тиск магнітно-абразивного порошку на оброблювану поверхню визначається взаємодією між намагніченими в зовнішньому полі деталлю та частинками порошку.

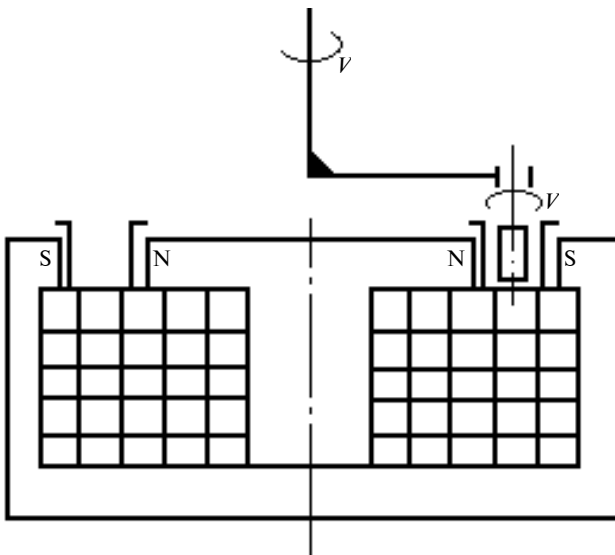


Рис. 1. Принципова схема установки для магнітно-абразивної обробки

Постановка задачі

У даній статті необхідно дослідити вплив MAO, а також обробки тільки в магнітному полі на зміну структури матеріалів за допомогою Фур'є-спектроскопії.

Експериментальна частина

Зразки для дослідження були виготовлені із злитків NiAl–Re, які у свою чергу були виплавлені в електродуговій печі та піддані гомогенізуючому відпалу у вакуумі при температурі 1300 °C впродовж 10 год з наступним охолодженням у печі до кімнатної температури. Магнітно-абразивна обробка проводилася на установці, принципова схема якої наведена в [9]. Режим MAO: магнітна індукція в робочій зоні – 1 Тл, окружна швидкість обертання зразка – 0,2 м/с, швидкість переміщення – 0,3 м/с, тривалість обробки – 2 хв, порошок – ПОЛИМАМ-Т (евтектичний сплав на основі заліза із включеннями карбиду титану [8]).

Магнітна обробка проводилася за такою ж схемою, що й MAO, тільки без застосування абразивного порошку.

Після цього за допомогою програми SIA 1.00 для оцінки ступеня анізотропії структури був проведений двовимірний дифракційний Фур'є-аналіз спектрів сплаву NiAl–Re до та після його магнітно-абразивної обробки, а також до та після його обробки тільки в магнітному полі.

Результати та обговорення

Як видно з табл. 1, після MAO ступінь анізотропії A змінився з 6,5 до 33,9%, а також збільшилась кількість дрібних об'єктів N .

Таблиця 1. Фур'є-спектроскопія сплаву NiAl–Re до і після його магнітно-абразивної обробки

A_0 , %	A_Φ , %	N , %	A_0 , %	A_Φ , %	N , %
До MAO			Після MAO		
6,5	84	2	33,9	100	8

Примітка. A_0 – ступінь анізотропії орієнтації елементів зображення; A_Φ – ступінь анізотропії орієнтації напруг поверхні; N – кількість дрібних об'єктів.

Згідно з [10–13], кут між віссю інерції та віссю абсцис кожного з елементів зображення визначається при прямому скануванні електронного променя по поверхні зображення. При зворотному скануванні для зазначених геометричних ознак розраховується гістограма довжин хорд елементів зображення для кожного з виділених на зображенні кутових діапазонів (від 0 до 180 град з інтервалом в 10 град). Гістограму розраховують підрахунком числа влучень випадкової величини (в цьому випадку – довжин осей інерції елементів зображення) у задані розряди. Статистичний аналіз орієнтації елементів зображення узагальнений головним вектором орієнтації елементів зображення щодо вибраного напрямку сканування, сполученого з віссю абсцис (рис. 2, а).

З рис. 3, а видно, що для зразка після MAO спостерігається значне збільшення анізотропії розподілу елементів зображення. Хорди елементів зображення розташовані симетрично відносно головного вектора орієнтації. Однак, якщо візуально порівняти рис. 2, а та рис. 3, а між собою, то видно, що після MAO головний вектор орієнтації структурних елементів зображення змінив свій напрямок (з 0 на 49 град), а також змінився напрямок і кількість хорд елементів зображення для кожного кутового діапазону. Ці результати можна пов'язати із зміною орієнтації напруг та анізотропії поверхні матеріалу після його магнітної обробки. Можна також відзначити, що чим об'ємнішим є вид “хмари”, утвореної хордами елементів зображення, тим менш анізотропним є матеріал.

З рис. 2, а та 3, а видно, що після MAO в інтервалі кутових діапазонів 40–50 та 50–60 град істотно (більш ніж в два рази) збільшилась кількість блоків структурних складових. Можна припустити, що в результаті дії на матеріал магніт-

ного поля збільшується кількість дрібних об'єктів у певних інтервалах кутових діапазонів для відповідних блоків структурних складових. Це підтверджує той факт, що після магнітної обробки структура стає більш дрібнодисперсною. Також згідно з даними за кількістю блоків структурних складових для кожного кутового діапазону (рис. 2, *a* та 3, *a*) виходить, що в загальному вигляді структура матеріалу як до обробки, так і після неї є приблизно однорідною по всьому об'єму.

Аналіз складності структурного стану та реологічних особливостей поверхні проводили по двовимірному дифракційному спектру. Він визначає усереднені розміри структурних складових, відстань між ними, концентрацію, довжину міжфазових границь і дає можливість досліджувати анізотропію структури в цілому, пов'язану з анізотропією оптичних, механічних та інших властивостей. Результати двовимірного дифракційного аналізу відображають зміну форми, розміру елементів зображення, а також відстані між ними у вибраному напрямку, тобто морфологіч-

ний параметр досліджуваної поверхні (її анізотропію).

Одночасно з аналізом анізотропії поверхні проводився якісний аналіз її текстурування за фоновими ознаками: яскравістю, розміром, формою, просторовою орієнтацією. Текстурування характеризує орієнтацію напруг по границях структурних складових. Параметри текстури обчислюються з матриці суміжності, а їх числові значення залежать від дисперсності зображення. Грубодисперсна структура характеризується групами суміжних точок, що граничать, з однаковою або близькою оптичною щільністю (яскравістю), внаслідок чого невеликі ймовірності переходу групуються на діагоналі матриці або поблизу неї. Відсутність діагоналі матриці свідчить про псевдоаморфний стан поверхні зображення з відсутністю чіткої орієнтації напруг по границях структурних складових. І навпаки, наявність чітко згрупованих точок по діагоналі матриці свідчить про орієнтацію міжфазових границь, а отже, і напруг (рис. 2, *б*; 3, *б*).

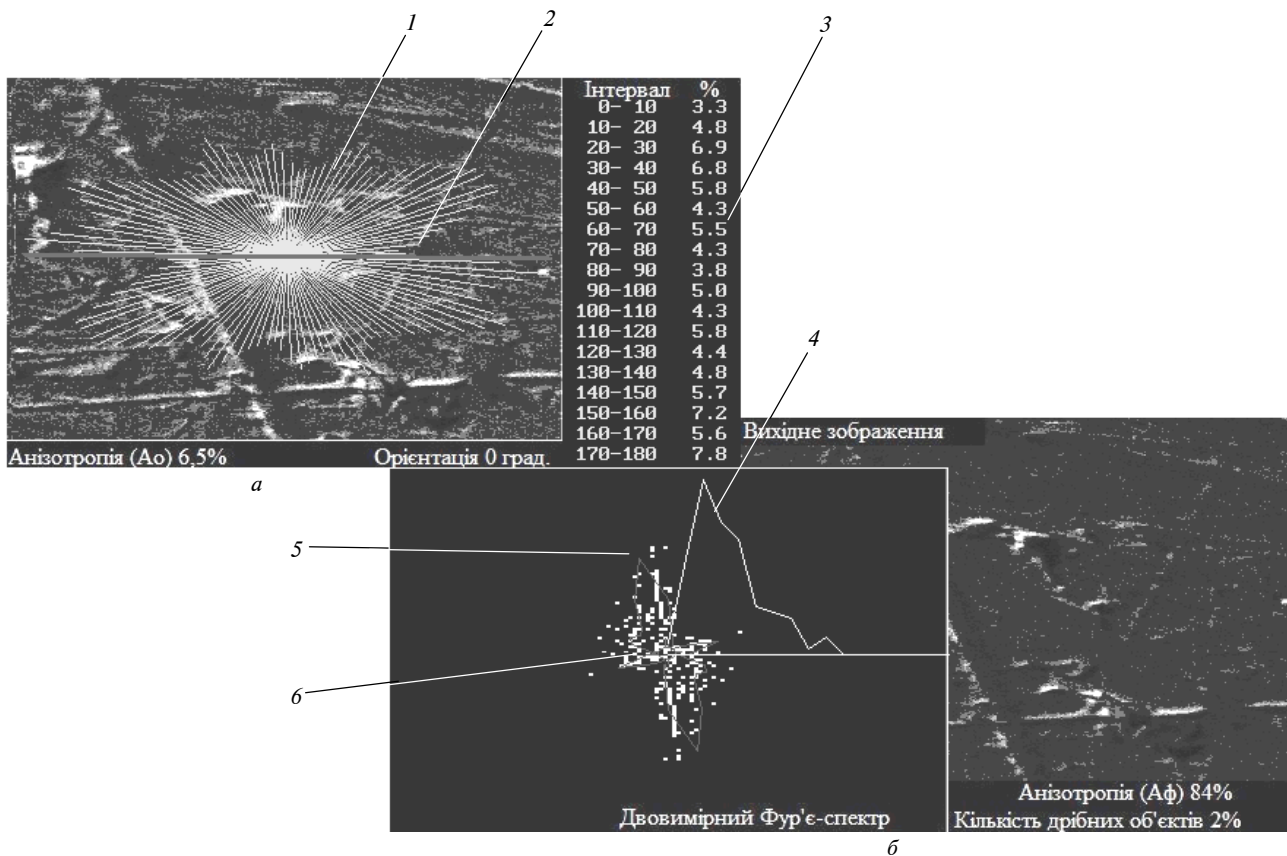
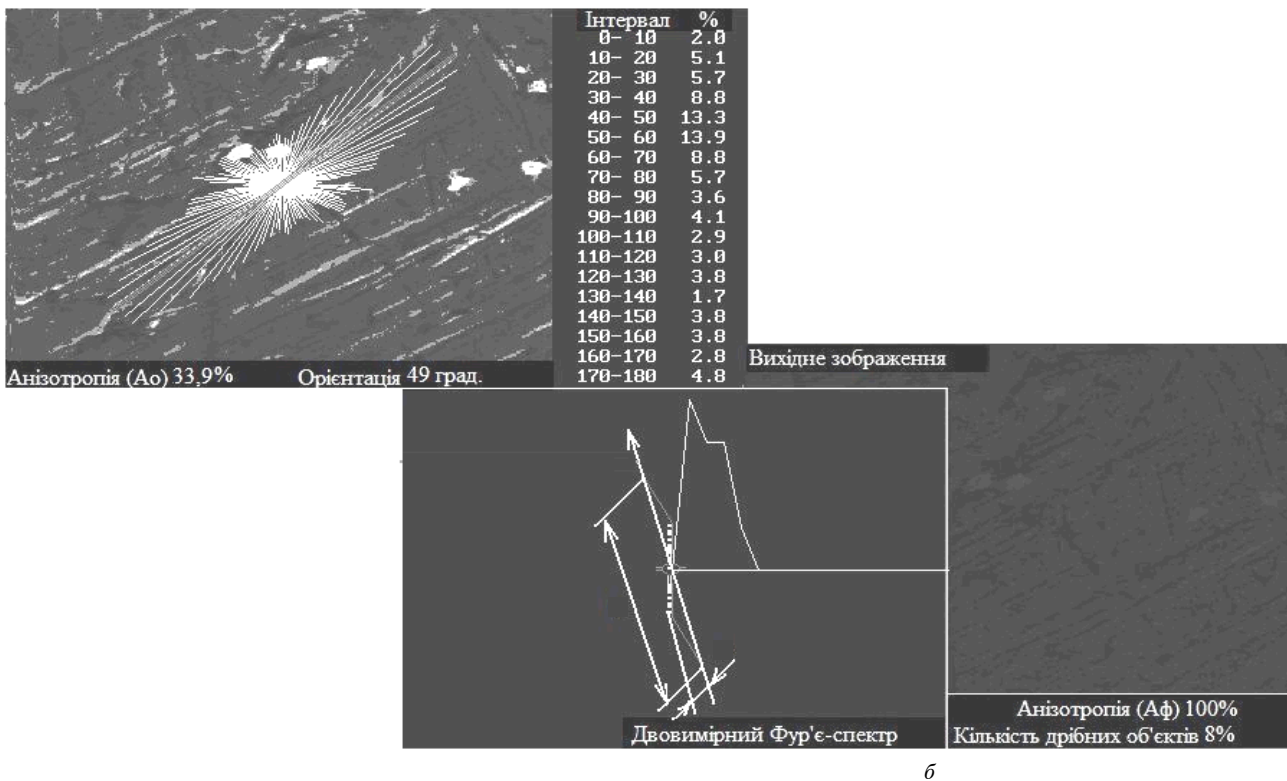


Рис. 2. Фур'є-спектроскопія поверхні сплаву NiAl-Re до MAO: *a* – гістограма орієнтації елементів зображення: 1 – довжини хорд елементів зображення для кожного кутового діапазону; 2 – головний вектор орієнтації структурних елементів зображення; 3 – кількість блоків структурних складових для кожного кутового діапазону, %; *б* – графічне зображення оцінки текстурування та орієнтації напруг: 4 – зображення двовимірного дифракційного аналізу поверхні (гістограма поверхні); 5 – напрямок орієнтації напруг; 6 – група суміжних точок



б

Рис. 3. Фур'є-спектроскопія поверхні сплаву NiAl-Re після MAO: *а* – напрямок орієнтації напруг; *б* – гістограма орієнтації елементів зображення; *в* – графічне зображення оцінки текстуровування та орієнтації напруг

З рис. 2, *б* видно, що точки згруповані хаотично. Це свідчить про те, що структура матеріалу до його обробки була грубодисперсною. Для рис. 3, *б* спостерігається чітке групування точок у лінію, що вказує на наявність орієнтації напруг по границях структурних складових, а також на те, що структура після обробки стала більш дрібнодисперсною. Дане припущення підтверджують значення гранулометрії дрібних об'єктів (до обробки – 2%, а після – 8%). Групування точок характеризується коефіцієнтом анізотропії $\eta = c/d$, де c – ширина групування точок відносно напрямку орієнтації напруг; d – фіксована відстань переходу однієї точки зображення до наступної. Якщо $\eta \approx 1$ – поверхня є ізотропною, якщо $\eta \rightarrow 0$ – поверхня максимально анізотропна. Також видно, що після MAO поверхня матеріалу стала менш шорсткою внаслідок механічного впливу на неї абразивного порошку.

Порівняння результатів Фур'є-аналізу сплаву NiAl-Re до та після MAO, а також до та після його обробки тільки в магнітному полі показує, що для зразка після MO, як і у випадку з MAO, також спостерігається значне збільшення анізотропії розподілу елементів зображення

(рис. 5, *а*). Ступінь анізотропії A змінився з 7,6 до 50,7%. Відомо, що дія магнітного поля, як постійного, так і змінного, може призводити до депіннінгу дислокацій та їх переміщення [2]. Взаємодія дислокацій, що відбувається при їх переміщенні, спричинює еволюцію дислокаційної структури – вона з неупорядкованої (структура “ліс”) стає “комірковою”, тобто з'являються вільні від дислокацій ділянки, які розділені багатокутними або малокутними стінками з дислокацій. На існуючу зеренну структуру начебто накладається субзеренна сітка з дислокацій і структура стає більш впорядкованою та дрібнозернистою. Отримані результати можуть бути інтерпретовані впорядкованістю дислокаційної структури під дією досить сильного магнітного поля (~2 Тл).

Гранулометричний аналіз поверхні показав збільшення кількості дрібних об'єктів після магнітної обробки (табл. 2).

Для рис. 5, *а* спостерігається аналогічна рис. 3, *а* картина: головний вектор орієнтації змінив свій напрямок (з 93 на 111 град). З рис. 4, *б* видно, що точки згруповані у вигляді “хмари”. Це свідчить про те, що структура до обробки грубодисперсна. Рис. 5, *б* показує, що кількість дріб-

Таблиця 2. Фур'є-спектроскопія литого зразка NiAl–Re до та після його обробки в імпульсному магнітному полі

A_o , %	A_Φ , %	N , %	A_o , %	A_Φ , %	N , %
До обробки			Після обробки		
7,6	38	2	50,7	95	21

них об'єктів збільшилася (до обробки – 2%, а після – 21%) і точки з однаковою щільністю (яскравістю) чітко розташовані відносно діагоналі матриці. Коефіцієнт анізотропії η прямує до нуля, а це означає, що після обробки в магнітному полі поверхня стає максимально анізотропною.

З рис. 4, а та 5, а видно, що після обробки матеріалу в магнітному полі в інтервалі кутів діапазонів 90–100, 100–110, 110–120 та 120–130 град так само, як і у випадку з MAO, збільшилася кількість блоків структурних складових. Це ще раз підтверджує той факт, що в результаті дії магнітного поля структура стає більш дрібнодисперсною, а також залишається приблизно однорідною по всьому об'єму матеріалу як до обробки, так і після неї.

Результати порівняльного аналізу гістограм поверхні при однаковому збільшенні та однаковому напрямку сканування на електронно-растровому зображенні дають змогу оцінити характер пакування та розмір елементів структури у вибраному напрямку, робити порівняльну оцінку анізотропії досліджуваних поверхонь по ширині гістограми та кількості максимумів на ній (див. рис. 4, 5).

Можна припустити, що ширина гістограми пов'язана з групуванням точок відносно діагоналі матриці, інтенсивність піків відповідає щільності їх групування, а кількість піків відповідає кількості розподілів структурних неоднорідностей у матеріалі.

Відомо [1, 2], що до розташування матеріалу в магнітному полі дислокації перебувають у рівновазі, а введення поля приводить їх до руху. Також під дією магнітного поля спостерігається зрушення крайових дислокацій, їх переміщення та вихід на поверхню. Вище вже відзначалося, що в результаті дії на матеріал магнітного поля дислокації можуть ставати впорядкованими та вибудовуватися в "сітку". Однак такі зміни дислокаційної структури відбуваються в об'ємі матеріалу. При цьому поверхневі зміни пов'язані

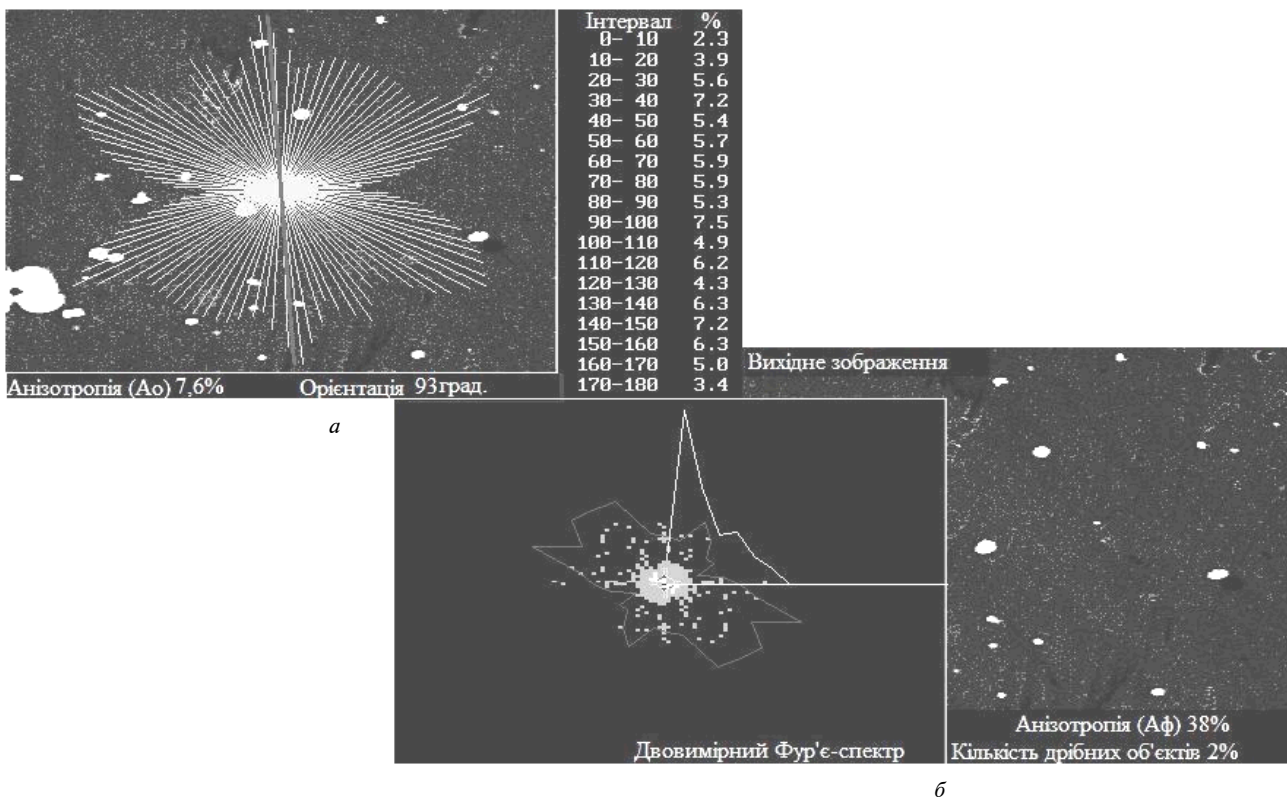


Рис. 4. Фур'є-спектроскопія поверхні сплаву NiAl–Re до обробки в імпульсному магнітному полі: а – гістограма орієнтації елементів зображення; б – графічне зображення оцінки текстурування та орієнтації напрямку

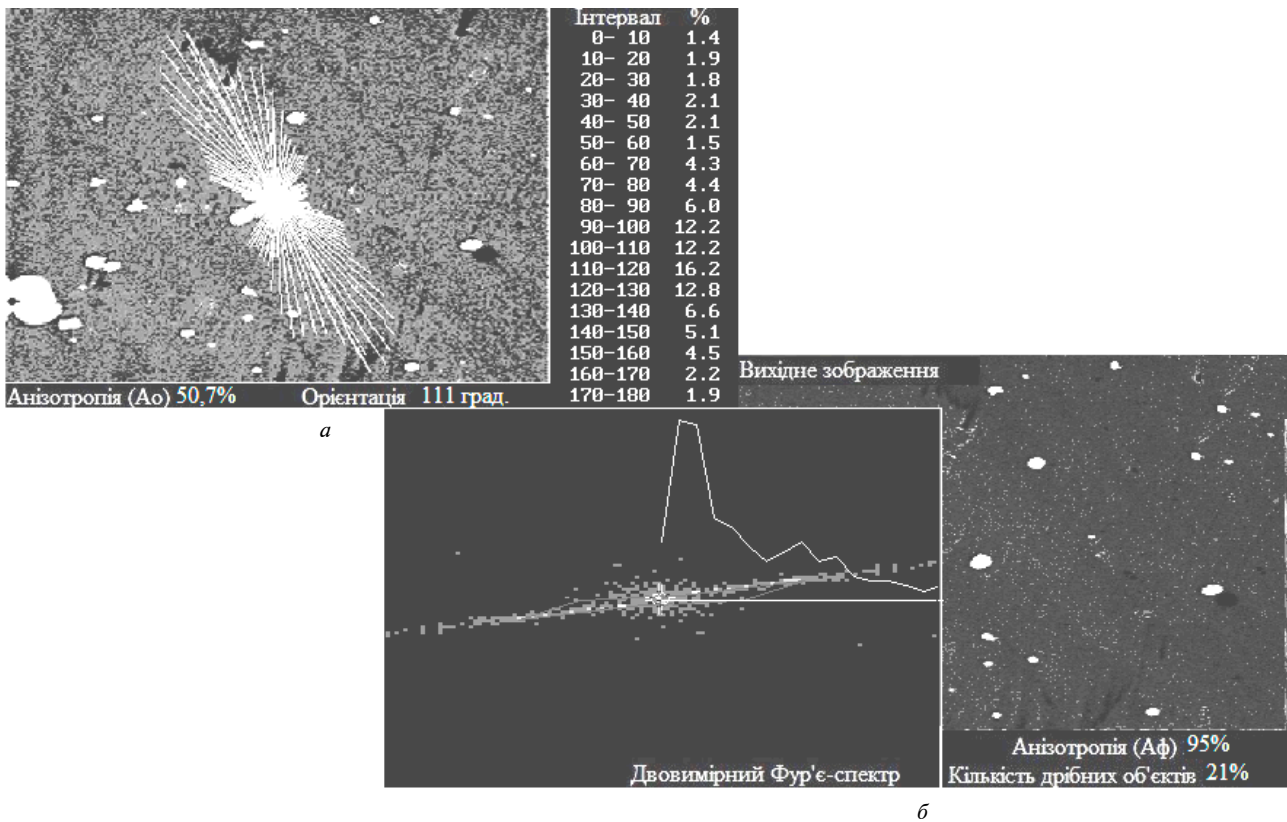


Рис. 5. Фур'є-спектроскопія поверхні сплаву NiAl–Re після обробки в імпульсному магнітному полі: *a* – гістограма орієнтації елементів зображення; *б* – графічне зображення оцінки текстуровування та орієнтації напруг

із змінами всередині матеріалу. Можна припустити, що дислокації в упорядкованому стані в процесі обробки в магнітному полі виходять на поверхню матеріалу. Тому при оцінюванні поверхні за допомогою Фур'є-спектроскопії можна судити також про зміни, що відбуваються всередині самого матеріалу.

Висновки

В результаті проведеного порівняльного аналізу гістограм орієнтації елементів зображення, а також графічних зображень оцінки текстуровування та орієнтації напруг поверхні NiAl–Re-

матеріалів за допомогою Фур'є-аналізу встановлено, що після MAO структура стає більш дрібнодисперсною з чіткою орієнтацією напруг по межах структурних складових. У зразках, які піддавалися тільки дії магнітного поля, також помітні аналогічні структурні зміни. Ці результати можна пов'язати зі змінами дислокаційної структури матеріалів під дією магнітного поля, а саме з переміщенням дислокацій та їх упорядкуванням в процесі магнітної обробки. З результатів даної статті впливає перспективність дослідження структури матеріалів методом Фур'є-спектроскопії.

В.Е. Оликер, Т.Я. Гридасова, Е.Н. Елисеєва,
В.Л. Сироватка

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА СТРУКТУРУ NiAl-Re МАТЕРИАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ФУРЬЕ-СПЕКТРОСКОПИИ

Проанализировано влияние магнитно-абразивной обработки, а также обработки только в магнит-

V.Yu. Oliker, T.Ya. Gridasova, O.M. Elisyeyeva,
V.L. Syrovatka

RESEARCH OF INFLUENCE OF THE MAGNETIC FIELD ON STRUCTURE OF NiAl-Re MATERIALS BY MEANS OF FOURIER-SPECTROSCOPY

This paper studies the influence of a magnetic-abrasive treatment, as well as the treatment in a mag-

ном поле на изменение структуры материалов с помощью Фурье-спектроскопии. Установлено, что структура исследуемых материалов после их обработки становится более мелкодисперсной с четкой ориентацией напряжений по границам структурных составляющих.

netic field on the change of materials structure, applying Fourier-spectroscopy. Experimental results show that after the treatment the structure of investigated materials became more fine-dispersed with a well-defined orientation of tension on a boundary of the structured components.

1. *Бродовий О.В.* Магнітні властивості структурно-неупорядкованих слабомагнітних твердих тіл: Дис. ... докт. фіз.-мат. наук. – К.: ГБ, 2007. – 278 с.
2. *Головин Ю.М.* Магнітопластичність твердих тел: Обзор // Фізика твердого тела. – 2004. – **46**, вып. 5. – С. 769–803.
3. *Миронов В.М.* Само- и гетеродиффузия в металлах при действии магнитных полей и импульсных деформаций: Дис. ... докт. фіз.-мат. наук. – М.: РГБ, 2005. – 293 с.
4. *Белл Р. Дж.* Введение в Фурье-спектроскопию. – М.: Мир, 1975. – 160 с.
5. *Белый А.В., Карпенко Г.Д., Мышкин Н.К.* Структура и методы формирования износостойких поверхностных слоев. – М.: Машиностроение, 1991. – 208 с.
6. *Чеботкевич Л.А., Огнев А.В., Грудин Б.Н.* Структура и магнитная анизотропия пленок Co/Cu/Co // Фізика твердого тела. – 2004. – **46**, вып. 8. – С. 1449–1454.
7. *Оликер В.Е., Барабаш М.Ю., Гречишкин Е.Ф. и др.* Механические свойства эвтектических β -NiAl + γ -Re- сплавов и напыленных покрытий // Порошк. металлургия. – 2006. – № 3-4. – С. 78–87.
8. *Оликер В.Е.* Порошки для магнитно-абразивной обработки и износостойких покрытий. – М.: Металлургия, 1990. – 176 с.
9. *Оликер В.Е.* Применение, классификация и тенденции развития абразивной обработки ферромагнитными порошками. – К., 1984. – (Препринт; АН УССР. ИПМ). – 66 с.
10. *Компьютеризация* растровых электронных микроскопов – новый уровень изучения и контроля поверхностей / А.Г. Гонтарь, В.Н. Ткач, Е.С. Кузьменко, С.В. Ткач, А.А. Шепелев // Инструментальный світ. – 2001. – № 12. – С. 16–18.
11. *Гоулдстейн Дж., Яковиц Х.* Практическая растровая электронная микроскопия / Пер. с англ. под ред. В.И. Петрова. – М.: Мир, 1978. – 656 с.
12. *Гоулдстейн Дж., Ньюбери Д., Эчлин П., Джой Д., Фиори Ч., Лифшин Э.* Растровая электронная микроскопия и рентгеновский микроанализ. – В 2-х кн. / Пер. с англ. под ред. В. И. Петрова. – М.: Мир, 1984. – 652 с.
13. *Вудраф Д., Делчар Т.* Современные методы исследования поверхности / Пер. с англ. под ред. Е.Ф. Шека, В.И. Раховского. – М.: Мир, 1989. – 568 с.

Рекомендована Радою факультету біотехнології і біотехніки НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
21 квітня 2008 року

УДК 621.791

І.О. Скачков, М.В. Шевченко

МЕТОДИКА КОНТРОЛЮ ЯКОСТІ ДЖЕРЕЛ ЖИВЛЕННЯ ДЛЯ ДУГОВОГО ЗВАРЮВАННЯ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

Вступ

Сьогодні контроль якості джерел живлення для дугового зварювання, а також критерії оцінки їх зварювальних властивостей регламентуються ГОСТ 25616–83 [1]. Складність застосування даного методу полягає в необхідності проведення натурних випробувань, що унеможливує використання його для суцільного вихідного контролю джерел живлення в умовах серійного виробництва.

Таким чином, з'являється необхідність у розробці нових методів контролю зварювальних джерел живлення, які дають змогу проводити суцільний вихідний контроль при виробництві та в процесі експлуатації таких джерел.

Закордонний та вітчизняний досвід показує можливість прийняття об'єктивних рішень в умовах керування зварювальним виробництвом на основі простих розрахунків [6–8]. Основним недоліком таких методів визначення зварювальних властивостей, як і атестації джерел згідно з діючим стандартом, є їх необ'єктивність. Це пов'язано із залученням зварювальників для оцінювання зварювальних властивостей. У даній статті для обмеження впливу людського фактора використовували системи логічного висновку, основані на використанні елементів штучного інтелекту, а саме штучних нейронних мереж.

Постановка задачі

Метою статті є розробка методу контролю якості джерел живлення для дугового зварювання за їх енергетичними показниками, що дасть можливість проводити повний вихідний контроль якості зварювальних джерел живлення в процесі їх виробництва, а також при їх експлуатації.

Методика проведення контролю і експериментальна установка

Контроль якості зварювальних джерел живлення проводили в два етапи:

- оцінювання технічного стану джерел живлення;
- оцінювання зварювальних властивостей джерел живлення.

Технічний стан джерела живлення характеризується наявністю або відсутністю несправностей.

Несправності, що виникають у джерелі живлення, так чи інакше впливають на його електричні параметри, а саме на струм та напругу у вторинному колі джерела живлення, а також струм у первинному колі. Отже, за допомогою аналізу даних параметрів можна оцінити технічний стан зварювального джерела живлення. Певні види несправностей можуть однаково впливати на електричні параметри джерела, тому з'являється необхідність проводити певні узагальнення при їх аналізі. Із врахуванням цього, а також через необхідність проведення контролю в автоматичному режимі для аналізу електричних параметрів доцільно використовувати системи штучного інтелекту. Дані системи мають велику кількість різних застосувань, таких, як автоматизація процесів розпізнавання образів, адаптивне керування, апроксимація функціоналів, прогнозування, створення експертних систем, організація асоціативної пам'яті тощо. У зварювальному виробництві дані системи добре себе зарекомендували для розв'язання задач класифікації та контролю, створення систем автоматичного керування [2, 3].

За інформативний параметр для оцінювання технічного стану джерел було вибрано форму кривої вторинного струму. За характером впливу на інформативний параметр всі можливі несправності було поділено на три групи: розрив кола в силовій частині джерела живлення, різний опір окремих фаз трансформатора та несправності випрямного блока. Аналіз осцилограм струму проводили з використанням штучних нейронних мереж. Як випробувані джерела живлення було використано два зварювальні випрямлячі ВД-301.

Для кластеризації фрагментів осцилограм використовували нейронну мережну карту Кохонена із впорядкованим розташуванням нейронів. Самоорганізаційна мережна карта Кохонена складається з одного конкуруючого шару. Тут застосовується конкуруюча функція активації, яка повертає одиницю для елемента виходу, що відповідає нейрону-переможцю, всі інші елементи дорівнюють нулю.

Для своєї роботи нейронна мережа потребує навчання. Для цього на вхід нейронної ме-

режі подавали осцилограми вторинного струму, які відповідають роботі джерела з різними видами несправностей. Для отримання даних про роботу джерел живлення з різними зварювальними властивостями та різними видами несправностей було розроблено математичну модель зварювального випрямляча. Для розробки такої моделі використовувався пакет прикладного програмного забезпечення SIMULINK 6.0, який входить до складу математичного пакета програм MATLAB 7.0.

Осцилограми струму, які подавали на вхід нейронної мережі, мали однакову фазу і довжину. Довжина осцилограм дорівнювала трьом періодам напруги живильної мережі, тобто 0,06 с.

Контроль зварювальних властивостей джерел живлення оснований на оцінюванні його статичних та динамічних характеристик.

Згідно з ГОСТ 25616–83 виділяють п'ять показників зварювальних властивостей (рис. 1), які напряму залежать від статичних і динамічних характеристик джерела живлення [4].

Статичні властивості джерела живлення відображені в його зовнішній характеристиці та її відповідності вольт-амперній характеристиці дуги, оскільки від взаємного положення цих характеристик залежить здатність енергетичної системи джерело–дуга–ванна підтримувати стійке горіння дуги і заданий режим.

Про динамічні властивості джерела можна судити з характеру і швидкості протікання перехідних процесів у системі джерело–дуга–ванна, що супроводжуються різкими змінами зварюваль-

ного струму під час переходу з одного режиму в інший (наприклад, під час переходу від холостого ходу до короткого замикання при початковому запалюванні дуги).

Оцінка зварювальних властивостей джерела здійснюється безпосередньо або непрямым способом. Безпосередня оцінка робиться під час зварювання або за його результатами. Такою оцінкою є оцінка зварювальних властивостей згідно з діючим стандартом. Однак визначення деяких критеріїв у процесі зварювання ускладнене. Через те, що характер процесу стохастичний, можна говорити лише про усереднені дані, а це не забезпечує однозначність і ускладнює стандартизацію таких критеріїв. Крім того, не всі показники перехідних процесів визначаються в процесі зварювання. В таких випадках використовують непряму оцінку. Її одержують за допомогою імітації явищ, які відбуваються під час зварювання, електротехнічними пристроями, що замінюють дугу. До таких пристроїв належать електронні комутатори, які імітують перехідні процеси в дузі. За допомогою них визначають параметри режимів та динамічні характеристики джерела [5].

Зварювальні властивості джерела живлення безпосередньо впливають на процес горіння дуги. Тому інформацію для оцінювання зварювальних властивостей можна отримувати з фізичних параметрів зварювальної дуги, в тому числі й електричних. Використання останніх потребує мінімальних апаратних засобів.

Для випадку спадної вольт-амперної характеристики джерела живлення оцінювання проводили за такими показниками:

- напруга неробочого ходу U_{20} ;
- струм короткого замикання $I_{к.з}$;
- коефіцієнт заповнення, що визначали як

відношення площі, обмеженої кривою характеристики, та площі прямокутника зі сторонами U_{20} і $I_{к.з}$ (рис. 2)

$$K_{з.спад} = \frac{1}{U_{20} I_{к.з}} \int_0^{I_{к.з}} U_2(I_2) dI;$$

- нахил характеристики в діапазоні робочих напруг (рис. 3)

$$\alpha = \frac{U_C - U_B}{I_C - I_B}.$$

У випадку жорстких вольт-амперних характеристик оцінку проводили за такими параметрами (рис. 4):



Рис. 1. Показники зварювальних властивостей згідно з ГОСТ 25616–83

- напруга неробочого ходу U_{20} ;
- нахил вольт-амперної характеристики в діапазоні робочих струмів (більше 50 А [9])

$$\alpha = \frac{U_B - U_C}{I_B - I_C},$$

де U_B, U_C, I_B, I_C – напруги і струми в точках B та C , відповідно;

- коефіцієнт заповнення, що визначали як відношення площі, обмеженої кривою характеристики в діапазоні струмів до 50 А, та площі прямокутника із сторонами U_{20} та I_{\min} , де $I_{\min} = 50$ А

$$K_{з.жорст} = \frac{1}{U_{20} I_{\min}} \int_0^{I_{\min}} U_2(I_2) dI.$$

Динамічні характеристики оцінювали за такими показниками (рис. 5):

- перерегулювання σ ;
- час наростання струму t_n ;
- час перехідного процесу t_n ;
- площа, обмежена кривою струму;
- коефіцієнт загасання.

Для оцінювання динамічних характеристик, а саме форми перехідного процесу зміни струму джерела живлення, що протікає при переведенні джерела з режиму неробочого ходу в режим короткого замикання, було застосовано інтегральну оцінку

$$S_{\text{дин}} = \int_0^{t_n} |f(t)| dt.$$

Фрагмент осцилограми перехідного процесу було нормалізовано, видалено постійну скла-

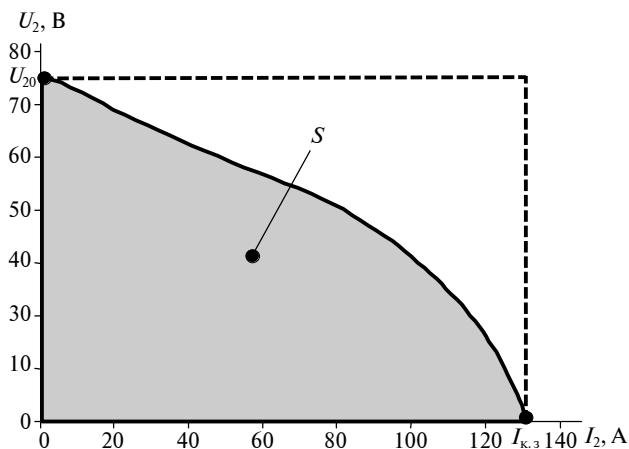


Рис. 2. Спадна вольт-амперна характеристика зварювального джерела живлення

дову та відфільтровано за допомогою цифрового фільтра. Проектування цифрового фільтра та подальша фільтрація проводилися за допомогою прикладного пакета Filter Design Toolbox, що входить до складу пакета програм MATLAB 7.0.

За допомогою пакета System Identification Toolbox було створено параметричну математичну модель перехідного процесу

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t - nk) + e(t),$$

де $B(q) = b_1 + b_2 q^{-1} + \dots + b_{nb} q^{-nb+1}$; $F(q) = 1 + f_1 q^{-1} + \dots + f_{nf} q^{-nf}$ [10]. Як вхідні дані було використано одиничну ступінчасту дію, а вихідних – відфільт-

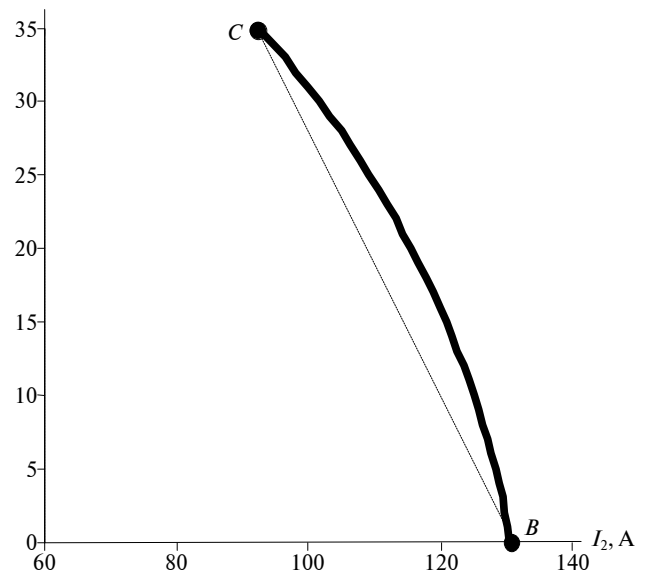


Рис. 3. Спадна вольт-амперна характеристика зварювального джерела живлення в діапазоні робочих напруг

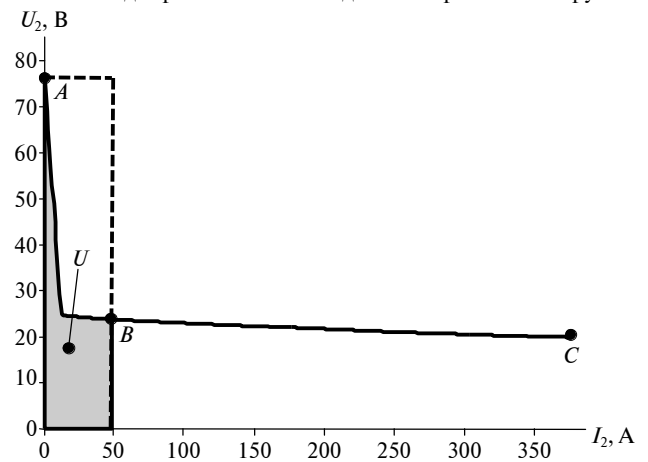


Рис. 4. Жорстка вольт-амперна характеристика зварювального джерела живлення

ровану і нормалізовану осцилограму струму джерела живлення при переведенні джерела з режиму неробочого ходу в режим короткого замикання. Модель отримали у вигляді передавальної функції системи. Характеристичне рівняння системи мало вигляд $T_1^2 p^2 + T_2 p + 1 = 0$. Коефіцієнт загасання обчислювали за формулою

$$r = \frac{T_2}{2T_1},$$

де T_2 і T_1 – коефіцієнти характеристичного рівняння системи.

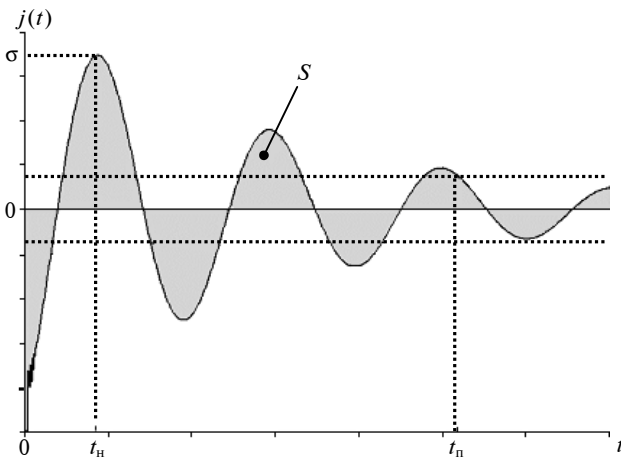


Рис. 5. Схематичне зображення перехідного процесу зміни струму джерела живлення при переведенні джерела з режиму неробочого ходу в режим короткого замикання

Розроблена методика дає можливість проводити контроль зварювальних джерел живлення порівнянням їх характеристик з еталоном, а також порівнювати характеристики джерел живлення різних типів.

Алгоритм контролю джерел живлення наведено на рис. 6.

У процесі випробування джерела знімали його вольт-амперні і динамічні характеристики. Для зняття вольт-амперних характеристик джерело живлення поступово навантажували за допомогою баластового реостата. Процес зняття динамічних характеристик полягав у ступінчастому переведенні джерела з режиму неробочого ходу в режим короткого замикання у випадку спадних зовнішніх характеристик та з режиму неробочого ходу в режим навантаження у випадку жорстких вольт-амперних характеристик.

Установка для проведення експериментів (рис. 7) складалась зі зварювального джерела живлення (ДЖ), баластового реостата РБ-302, плати цифрового введення (АЦП) Е-140, пер-



Рис. 6. Алгоритм проведення контролю якості джерел живлення

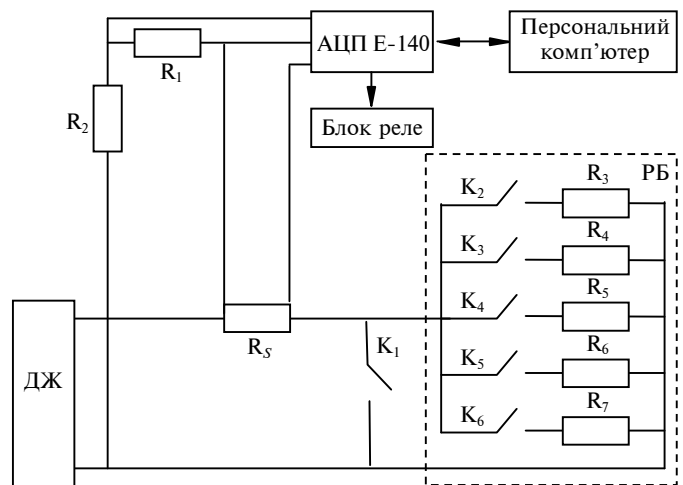


Рис. 7. Функціональна схема експериментальної установки

сонального комп'ютера (К) та блока реле, для керування баластовим реостатом. Блок реле було приєднано до цифрових виходів плати АЦП, що дало змогу проводити зняття характеристик джерела живлення в автоматичному режимі. Для того щоб сигнал на вході АЦП при вимірюванні вторинної напруги джерела живлення не перевищував допустимі межі (а саме ± 10 В), було застосовано подільувач напруги, що складався з резисторів R_1 і R_2 .

Результати експериментів

Оцінювання технічного стану джерел живлення за допомогою нейронної мережі проводили для двох випрямлячів ВД-301. В обох випадках система показала наявність несправності одного типу, а саме різних опорів обмоток трансформатора. Причиною різниці опорів було послаблення контактів у місцях з'єднання силових кабелів.

Під час контролю статичних та динамічних характеристик як еталонне джерело живлення використовували розроблену математичну модель зварювального випрямляча, а як випробовувані джерела – джерела живлення ВД-301. Порівняння статичних характеристик проводили за такими параметрами: напруга неробочого ходу, струм короткого замикання, коефіцієнт заповнення кривої вольт-амперної характеристики та нахил характеристики в діапазоні робочих напруг (від 0 до 35 В). У випадку динамічних характеристик порівнювали величину перерегулювання, час перехідного процесу, форму кривої зміни струму та коефіцієнт загасання.

Результати випробування випрямлячів наведено на рис. 8, 9.

Для порівняння характеристик джерел живлення різних типів було вибрано випрямлячі типу ВД-301 і ВДУ-506. Параметри статичних та динамічних характеристик даних джерел наведено на рис 10, 11 .

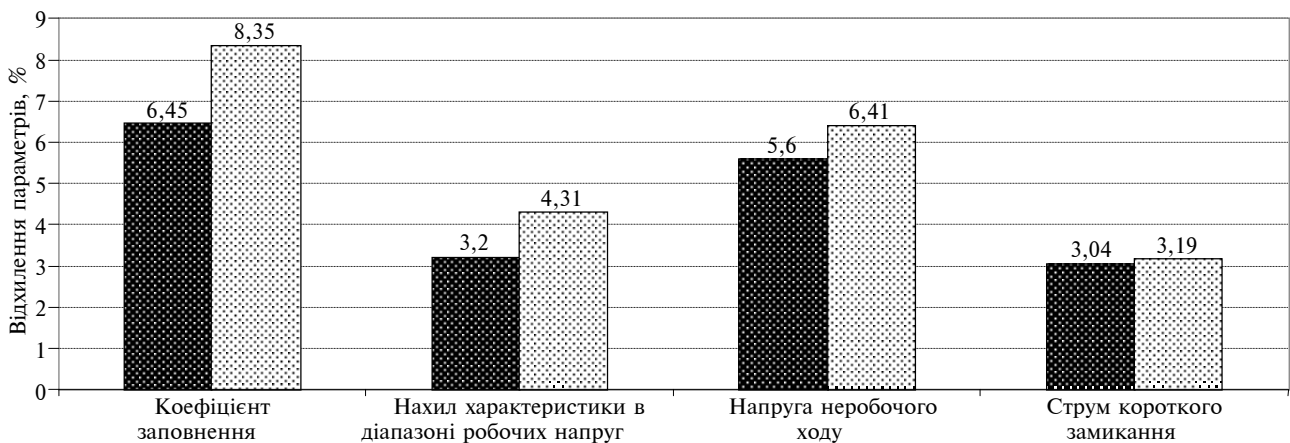


Рис. 8. Відхилення параметрів статичних характеристик випробовуваного джерела від еталона: ■ – випрямляч № 1; ▨ – випрямляч № 2

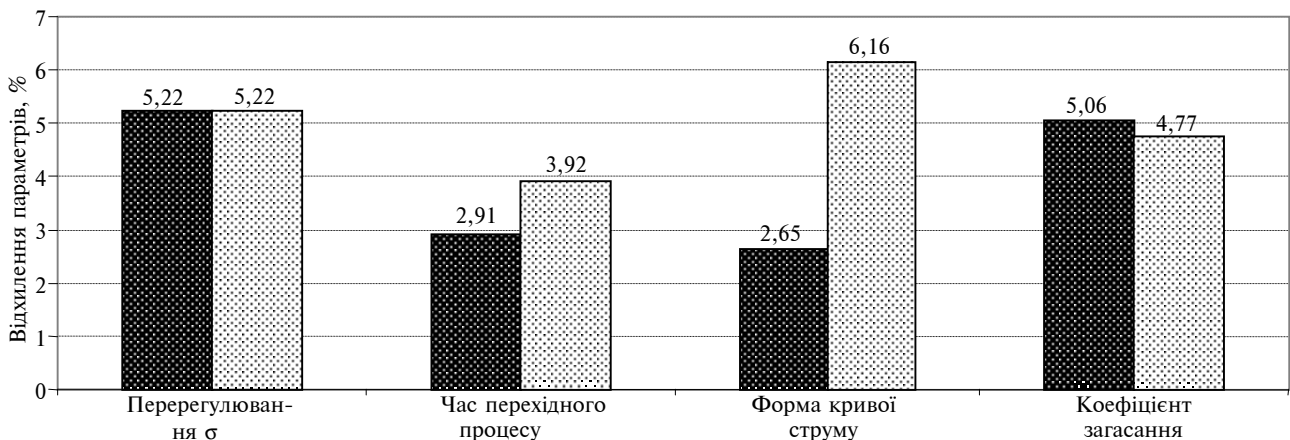


Рис. 9. Відхилення параметрів динамічних характеристик випробовуваного джерела від еталона: ■ – випрямляч № 1; ▨ – випрямляч № 2

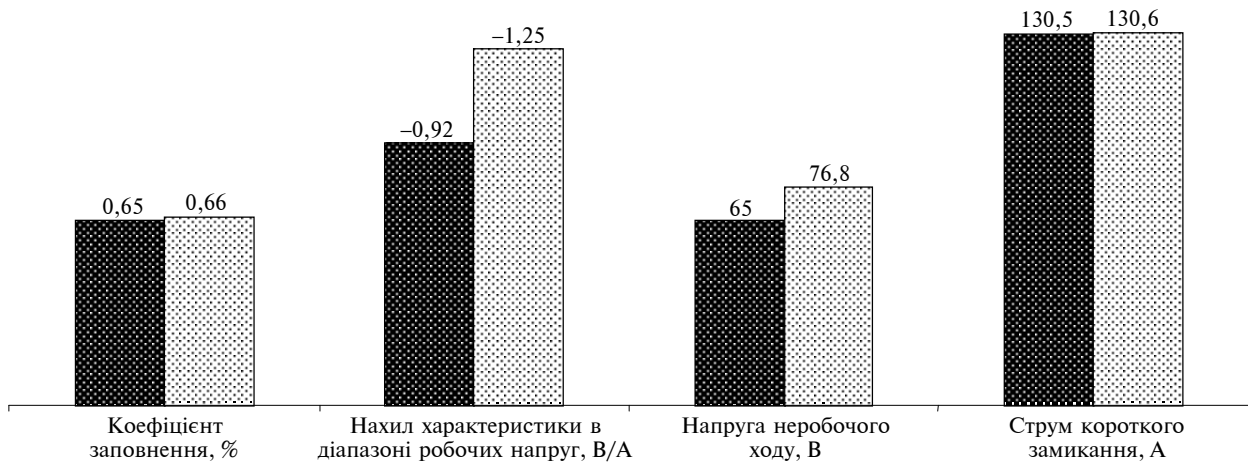


Рис. 10. Порівняння показників статичних характеристик випрямлячів ВД-301 і ВДУ-506: ■ – ВД-301; ▨ – ВДУ-506

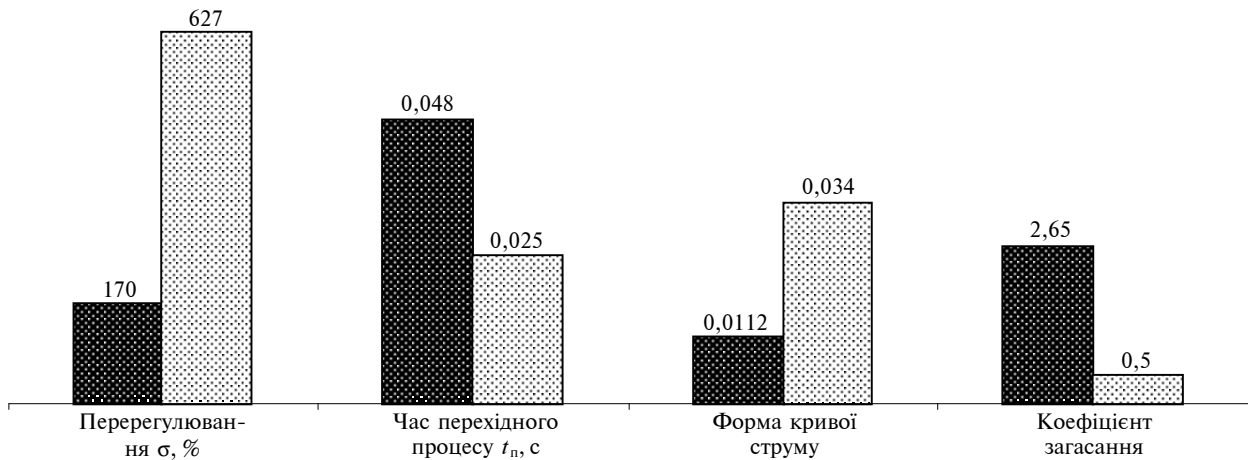


Рис. 11. Порівняння показників динамічних характеристик випрямлячів ВД-301 і ВДУ-506: ■ – ВД-301; ▨ – ВДУ-506

Висновки

1. Система автоматичного контролю технічного стану зварювальних джерел живлення за їх електричними параметрами на основі штучних нейронних мереж дає можливість проводити контроль в автоматичному режимі.

2. Використання параметричних моделей перехідних процесів дозволяє усунути вплив можливих збурень при оцінці динамічних властивостей джерел живлення, а також визначити коефіцієнт загасання.

3. Використання восьми параметрів дозволить і надалі повною мірою оцінювати статичні та динамічні характеристики джерела живлення.

И.О. Скачков, Н.В. Шевченко

МЕТОДИКА КОНТРОЛЯ КАЧЕСТВА ИСТОЧНИКОВ ПИТАНИЯ ДЛЯ ДУГОВОЙ СВАРКИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ИСКУСТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Проведен контроль качества источников питания путем сравнения их статических и динамических характеристик с характеристиками эталона. С по-

I.O. Skachkov, M.V. Shevchenko

THE QUALITY MONITORING METHOD OF WELDING POWER SOURCES FOR ARC WELDING USING THE ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS

In this paper, we considered the quality monitoring of welding power sources, comparing their static and dynamic behaviours with the standard behaviours. On the experimental side, we performed the

мощью искусственных нейронных сетей проведен поиск неисправностей источников питания. Установлена возможность оценки технического состояния сварочного источника питания по его электрическим параметрам.

troubleshooting of power sources with the help of the synthetic neural networks. We investigated the possibility of technical conditions evaluation of welding power sources.

1. *ГОСТ 25616–83. Источники питания для дуговой сварки. Методы испытаний сварочных свойств. – Введ. 28.01.83.*
2. *Скачков И.О., Пирумов А.Е., Максимов С.Ю., Прилипко Е.А. К вопросу применения нейронных сетей для контроля качества сварных соединений при подводной сварке // Автоматическая сварка. – 2006. – № 6. – С. 27–31.*
3. *Падола Н.В., Гавриш В.С., Руденко П.М. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика в системах автоматического контроля и управления сварочными процессами // Там же. – 2002. – № 1. – С. 46–48.*
4. *Браткова О.Н. Источники питания сварочной дуги: Учебник. – М.: Высш. шк., 1982. – 182 с.*
5. *Голошубов В.І. Зварювальні джерела живлення: Навч. посіб. – К.: Арістей, 2005. – 448 с.*
6. *Троицкий В.А. Элементы дефектологии // Неразрушающие методы контроля сварочных соединений. – К.: ИЭС им. Е.О. Патона АН УССР, 1981. – С. 102–112.*
7. *Походня И.К., Пономарев В.Е., Заруба И.И., Жерносеков А.М. Методика комплексной оценки сварочно-технологических свойств источников питания // Новые сварочные источники питания. – К.: ИЭС им. Е.О. Патона НАН Украины, 1992. – С. 94–103.*
8. *Троицкий В.А. Количественная оценка уровня качества сварочных процессов и оборудования // Автоматическая сварка. – 1983. – № 4. – С. 62–66.*
9. *Потаповский А.Г. Сварка в защитных газах плавящимся электродом. – М.: Машиностроение, 1974. – 240 с.*
10. *Льонг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя / Пер. с англ. под ред. Я.З. Цыпкина. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1991. – 432 с.*

Рекомендована Радою зварювального факультету НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
18 грудня 2007 року

УДК 541.138

В.В. Рупп, Ю.П. Вишневська,
Н.В. Пашенко, Д.А.Ткаленко

ВИКОРИСТАННЯ РІВНЯНЬ ПОЛЯРОГРАФІЇ ДЛЯ АНАЛІЗУ ХРОНОВОЛЬТАМПЕРОГРАМ

Вступ

Хроновольтамперометричний метод дослідження електродних процесів на сьогодні є найбільш поширеним методом. Теоретичні основи хроновольтамперометрії були розроблені переважно Нікольсоном і Шейном [1].

Проте Нікольсону і Шейну не вдалося одержати простий аналітичний вираз, який би дав змогу кількісно описати хроновольтамперограму у всьому діапазоні потенціалів від початкового значення до потенціалу піка. Крім того, всі розрахунки проводилися ними тільки для температури 25°C.

Постановка задачі

Метою даної статті є одержання рівнянь, які б кількісно описували хроновольтамперограми оборотного електродного процесу від області низьких густин струму до струму максимуму на поляризаційних кривих, а також визначення правомірності використання нових та вже відомих рівнянь для аналізу високотемпературних процесів та процесів, в яких беруть участь реагенти та продукти з різними значеннями коефіцієнта дифузії.

Дослідження Нікольсона і Шейна

З використанням рівняння другого закону лінійної дифузії Фіка для оборотного процесу



Нікольсон і Шейн отримали інтегральне рівняння

$$\int_0^{at} \frac{\chi(z) dz}{\sqrt{\alpha t - z}} = \frac{1}{1 + \gamma \theta e^{-at}}, \quad (2)$$

де $\alpha = nFV/RT$ – зведена швидкість зміни потенціалу; t – час; $\theta = \exp\left(\frac{nF(E_i - E^0)}{RT}\right)$; E_i – початковий потенціал; E^0 – стандартний потенціал; $\gamma = \sqrt{D_{\text{Ox}}/D_{\text{Red}}}$; D_{Ox} і D_{Red} – коефіцієнти ди-

фузії відповідно окисненої та відновленої форм речовини. Розв'язок рівняння (2) дає потік катодного деполяризатора (речовини Ox) до поверхні електрода, а отже, і катодний струм. При аналізі рівняння (2) Нікольсон і Шейн застосували чисельний метод і, таким чином, отримали основні співвідношення між параметрами електродного процесу і характерними точками хроновольтамперограми для процесу (1). Так, зокрема, ними було виведено співвідношення

$$E_p = E_{1/2} - 1,09 \frac{RT}{nF}, \quad (3)$$

що відображає зв'язок між потенціалом піка на хроновольтамперограмі E_0 і потенціалом полярографічної напівхвилі $E_{1/2}$, а також співвідношення

$$i_p = 0,446 \frac{n^{3/2} F^{3/2}}{R^{1/2} T^{1/2}} A D_{\text{Ox}}^{1/2} V^{1/2} C_{\text{Ox}}^0, \quad (4)$$

що відображає залежність струму піка i_p від умов проведення експерименту і властивостей реагуючих частинок (позначення див. в [1]).

Наведені вище співвідношення широко використовуються при аналізі хроновольтамперограм, отриманих при дослідженні водних розчинів і сольових розплавів як при рівності, так і при значній відмінності коефіцієнтів дифузії реагуючих частинок та продуктів реакції.

Результати теоретичного аналізу

Аналізуючи рівняння (2), можна відзначити, що в нього входять величини $\theta = \exp nF(E_i - E^0)/RT$ та $\alpha = nFV/RT$, що залежать від температури, а також величина $\gamma = \sqrt{D_{\text{Ox}}/D_{\text{Red}}}$, яка визначається співвідношенням коефіцієнтів дифузії частинок Ox і Red. У зв'язку з цим необхідно було з'ясувати, яким чином залежать від температури і значення γ максимуму функції струму, а отже, й числові коефіцієнти в рівняннях (3) і (4). Доцільним також вважалося виведення аналітичного виразу для опису хроновольтамперограм (або потенціодинамічних поляризаційних кривих).

Для досягнення визначеної мети нами одержано розв'язок рівняння (2) у формі

$$\chi(at) = \frac{1}{\pi \sqrt{at}(1 + \gamma \theta)} + \frac{1}{4\pi} \int_0^{at} \frac{dz}{\sqrt{at - z} \text{ch}^2(\ln \gamma \theta - z)} \quad (5)$$

(див. подібне рівняння у [2]) і для різних значень температури та γ чисельним методом знайдена залежність функції струму $\pi^{0,5}\chi(at)$ від $n(E - E_{1/2})$, тобто в кінцевому підсумку від довільного потенціалу E і потенціалу полярографічної напівхвилі досліджуваного процесу $E_{1/2}$. Результати розрахунку $\pi^{0,5}\chi(at)$ для деяких із розглянутих випадків наведено на рис. 1.

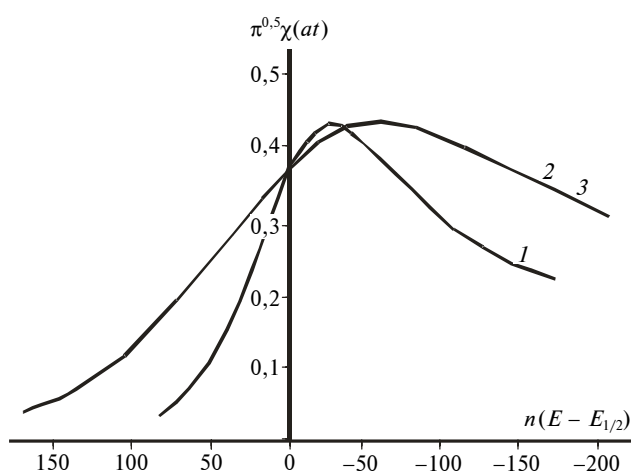


Рис. 1. Залежність функції $\pi^{0,5}\chi(at)$ від $n(E - E_{1/2})$ для випадків: 1 – $t = 25^\circ\text{C}$, $\gamma = 1$; 2 – $t = 360^\circ\text{C}$, $\gamma = 1$; 3 – $t = 360^\circ\text{C}$, $\gamma = 0,2$

Як видно з рис. 1, при підвищенні температури графік залежності $\pi^{0,5}\chi(at)$ від $n(E - E_{1/2})$ “розтягується” вздовж осі абсцис. При зміні γ вигляд кривої практично не змінюється (криві 2 і 3 на рис. 1 накладаються одна на одну). У всіх розглянутих випадках максимальне значення $\pi^{0,5}\chi_{\text{макс}}(at)$ залишається сталим. Для зазначених умов при $n(E - E_{1/2}) = 0$ відношення $\pi^{0,5}\chi(at)$ до максимального значення цієї функції становить 0,852. Це означає, що для оборотного процесу (1) при $\pi^{0,5}\chi(at) = 0,852$ потенціал електрода становить $E_{1/2} \approx E^0$. Вказане відношення не залежить від значення γ і температури. Максимальне значення функції $\pi^{0,5}\chi(at)$ у всіх випадках досягається при потенціалі $-1,109RT/nF$ відносно $E_{1/2}$ і становить 0,446. Таким чином, можна зробити висновок, що співвідношення (3) і (4) залишаються справедливими при будь-яких температурах та значеннях γ і їх цілком обґрунтовано можна застосовувати при дослідженні високотемпературних електродних процесів, які відбуваються, наприклад, у розплавах солей.

Кількісний опис експериментальних хроновольтамперограм з використанням рівнянь (2) і (5) є досить складним. Тому здається доцільним розглянути можливість використання для їх ана-

лізу звичайних, більш простих рівнянь, одержаних, наприклад, для полярографічного методу. Для вирішення цього питання теоретична залежність $\pi^{0,5}\chi(at)$ від $n(E - E_{1/2})$, що адекватно відображає залежність густини струму від потенціалу, була зображена в напівлогарифмічних координатах відповідно до рівняння Тафеля (рис. 2, крива 1). Як видно з рис. 2, рівняння Тафеля для розглянутого випадку виправдано лише в області низької густини струму. У ряді праць (наприклад, у [3]) робилися спроби хроновольтамперограми зображати згідно з відомими рівняннями полярографії в напівлогарифмічних координатах просто заміною граничного струму струмом піка. Проте ці спроби були справедливо піддані критиці Рейнмутом [4, 5]. Дійсно, розрахункова крива для процесу (1) в координатах Гейровсько-

го–Ільковича $E - \lg \frac{i}{i_p - i}$ в області відносно великих струмів значно відхиляється від прямої лінії (рис. 2, крива 3). На відміну від кривої в координатах Тафеля це відхилення спостерігається в напрямі більш позитивних потенціалів. Рейнмут [4, 5], у свою чергу, дійшов висновку, що в більшій частині хроновольтамперометричної кривої необхідно дотримуватися лінійної залежності струму від потенціалу в координатах $E - \lg \frac{(i_p - i)^2}{i}$ і нахил цієї залежності має дорівнювати $2,3RT/nF$. Проте, як видно з рис. 2 (крива 4),

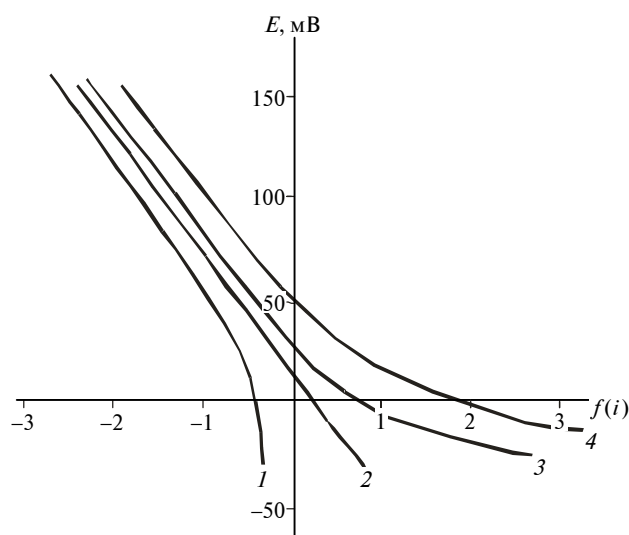


Рис. 2. Залежність густини струму від потенціалу в координатах:

$$1 - E - \lg(i); \quad 2 - E - \lg\left(\frac{i}{1,3i_p - i}\right); \quad 3 - E - \lg\left(\frac{i}{i_p - i}\right); \quad 4 - E - \lg\left(\frac{i}{(i_p - i)^2}\right)$$

залежність струму від потенціалу в координатах $E - \lg \frac{(i_p - i)^2}{i}$, як і в координатах $E - \lg \frac{i}{i_p - i}$, також має вигляд досить зігнутої кривої лінії.

У даній статті зроблена спроба знайти і теоретично обґрунтувати вид логарифмічної функції, подібної до тих, які застосовуються в полярографії, для опису хроновольтамперометричних кривих від найнижчої густини струму до точки максимуму. При цьому використано результати розрахунків функції $\pi^{0.5} \chi(at)$ від $n(E - E_{1/2})$ і, зокрема, той факт, що при різних температурах, незалежно від значення $\gamma = (D_{Ox}/D_{Red})^{0.5}$, максимальне значення функції $\pi^{0.5} \chi(at)$ досягається при потенціалі на $1,09RT/nF$ більш негативному, ніж потенціал напівхвилі (рівняння (3)).

Розрахунки, проведені з використанням рівняння (5), показали, що при стандартному потенціалі електрохімічної системи (1) досягається струм, що відповідає 85% від максимального струму i_p . Це також було враховано при виведенні необхідного співвідношення.

З рівняння Нернста для оборотного процесу (1) одержуємо

$$n(E - E^0) = \frac{2,3RT}{F} \lg \frac{c_{Ox}}{c_{Red}}. \quad (6)$$

Оскільки

$$E^0 = \frac{2,3RT}{nF} \lg \gamma^2 + E_{1/2}, \quad (7)$$

то рівняння (6) можна переписати у вигляді

$$n(E - E_{1/2}) = \frac{2,3R}{F} \lg \frac{c_{Ox}}{c_{Red}} + \frac{2,3RT}{F} \lg \gamma^2. \quad (8)$$

Для точки максимуму хроновольтамперограми із врахуванням (3) можна написати рівняння

$$\lg \frac{c_{Ox}^{s,m}}{c_{Red}^{s,m}} = -0,474 - \lg \gamma^2, \quad (9)$$

а при умові $D_{Ox} = D_{Red}$ – рівняння

$$\lg \frac{c_{Ox}^{s,m}}{c_{Red}^{s,m}} = -0,474. \quad (10)$$

Якщо в досліджуваному розчині об'ємна концентрація речовини Red дорівнює нулю ($c_{Red}^0 = 0$), то в кожній точці поляризаційної кривої $c_{Red}^s = c_{Ox}^0 - c_{Ox}^s$, тому матимемо

$$\lg \frac{c_{Ox}^{s,m}}{c_{Red}^{s,m}} = \lg \frac{c_{Ox}^{s,m}}{c_{Ox}^0 - c_{Ox}^{s,m}} = -0,474, \quad (11)$$

звідки

$$c_{Ox}^{s,m} = 0,25c_{Ox}^0. \quad (12)$$

З рівняння (12) випливає важливий висновок про те, що в точці максимуму струму при $\gamma = 1$ незалежно від температури і швидкості зміни потенціалу поверхнева концентрація деполаризатора становить 25% від значення об'ємної концентрації. Якщо D_{Ox} відрізняється від D_{Red} в два рази, коефіцієнт в (12) набуває значень 0,20 ($D_{Ox}/D_{Red} = 2$) і 0,32 ($D_{Ox}/D_{Red} = 0,5$).

Наявність інформації про значення поверхневої концентрації Ox при потенціалі піка дає можливість знайти аналітичну залежність струму катодного процесу від потенціалу за допомогою дифузійних потоків Ox і Red. Дійсно, якщо процес (1) є оборотним, в кожній точці хроновольтамперограми виконується умова

$$E = E^0 - \frac{2,3RT}{F} \lg \frac{c_{Red}^s}{c_{Ox}^s}. \quad (13)$$

За відсутності речовини Red в об'ємі розчину концентрація Red на межі розподілу електрод/електроліт становить

$$c_{Red}^s = \frac{i\delta_1}{nFD_{Red}}, \quad (14)$$

де δ_1 – товщина дифузійного шару в даний момент часу. Вираз для c_{Ox}^s має вигляд

$$c_{Ox}^s = c_{Ox}^0 - \frac{i\delta_1}{nFD_{Ox}}, \quad (15)$$

Величину c_{Ox}^0 можна виразити через значення струму піка i_p із врахуванням таких обставин. Якщо до моменту, при якому досягається i_p , встановлюється товщина дифузійного шару δ_m , то дифузійний потік Ox можна подати співвідношенням

$$\frac{i_p}{nF} = \frac{c_{Ox}^0 - c_{Ox}^{s,m}}{\delta_m} D_{Ox}, \quad (16)$$

яке з врахуванням (12) можна перетворити в таке співвідношення:

$$c_{Ox}^0 = 1,3 \frac{i_p \delta_m}{nFD_{Ox}}, \quad (17)$$

а рівняння (13) – в співвідношення

$$E = E^0 - \frac{2,3RT}{nF} \lg \frac{i\delta_1}{1,3i_p\delta_m - i\delta_1} - \frac{2,3RT}{nF} \lg \frac{D_{Ox}}{D_{Red}}. \quad (18)$$

В області низьких густин струму величиною $i\delta_1$ у знаменнику рівняння (18) можна знехтувати, тому після виділення $i\delta_m$ як сталої величини в окремих члену отримуємо рівняння

$$E = E^* - \frac{2,3RT}{nF} \lg i, \quad (19)$$

подібне рівнянню Тафеля. Дійсно, рівнянням (19) добре описується початкова ділянка поляризаційної кривої. З іншого боку, в області високої густини струму добуток $i\delta_1$ можна прирівняти $i\delta_m$ і рівняння (18) записати у вигляді

$$E = E^{**} - \frac{2,3RT}{nF} \lg \frac{i}{1,3i_p - i}. \quad (20)$$

Таким чином, розгляд результатів розрахунків, проведених із врахуванням дифузійних потоків Ox і Red, показує, що залежність густини струму від потенціалу (а отже, і залежність функції $\pi^{0,5}\chi(at)$ від $n(E - E_{1/2})$) повинна мати вигляд прямої в координатах $E - \lg \frac{i}{1,3i_p - i}$.

З використанням розрахункових значень функції $\pi^{0,5}\chi(at)$ методом підбору чисельного коефіцієнта в підлогарифмічному виразі було знайдено, що, дійсно, залежність функції $\pi^{0,5}\chi(at)$ від $n(E - E_{1/2})$ найкраще відображається прямою в координатах $n(E - E_{1/2}) - \lg[\pi^{0,5}\chi(at)/(1,3\pi^{0,5} \times \chi_m(at) - \pi^{0,5}\chi(at))]$ (рис. 2, крива 2). Це свідчить про те, що основні передумови, покладені в основу виведення рівняння (20), вірні, а зроблені при цьому деякі спрощення не вносять істотних

похибок. Той факт, що Рейнмутом хроновольтамперограми описувалися рівнянням

$$E = E^* - \frac{2,3RT}{nF} \lg \frac{(i_p - i)^2}{i}, \quad (21)$$

пояснюється, можливо, тим, що для аналізу використовувалися експериментальні криві, не відкориговані із врахуванням омичного падіння напруги. Дійсно, за рахунок омичного опору нижня гілка кривої 4 на рис. 2 може зміщуватися вліво і наближатися до прямої 2.

Висновки

З результатів проведених досліджень випливає, що рівняння Гейровського–Ільковича і Тафеля справедливі для області низьких густин струму, яка не завжди з достатньою точністю може реєструватися при проведенні експериментів. Тому при вирішенні питання про оборотність процесу, визначенні числа електронів, що беруть участь в електродній реакції, і в інших випадках зручніше користуватися рівнянням (20), що описує залежність густини струму від потенціалу від найнижчих густин струму аж до максимуму на хроновольтамперограмах. Доцільність застосування рівняння (20) перевірена при дослідженні катодного відновлення нітрат-іонів у розплавлених електролітах та відновлення іонів Fe^{3+} до Fe^{2+} у водних розчинах електролітів.

У подальшому розроблений нами підхід можна використовувати для одержання кількісних співвідношень, що описують перебіг складних електродних процесів, наприклад тих, що супроводжуються хімічними реакціями або утворенням кількох кінцевих продуктів.

В.В. Рупп, Ю.П. Вишневская, Н.В. Пашенко,
Д.А. Ткаленко

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ ПОЛЯРОГРАФИИ
ДЛЯ АНАЛИЗА ХРОНОВОЛЬТАМПЕРОГРАММ

Получено уравнение для количественного описания хроновольтамперограмм обратимого электродного процесса, которое является модифицированным уравнением Гейровского–Ильковича, используемым в полярографии. Показана возможность его применения при изучении кинетики электрохимических процессов в ионных расплавах и водных растворах электролитов.

V.V. Rupp, Yu.P. Vyshnevskaya, N.V. Paschenko,
D.A. Tkachenko

POLAROGRAPHIC EQUATION FOR CHRONOVOLTA
MMOGRAMS ANALYSIS

This study considers the equation for chronovoltammograms quantitative description of reversible electrode process. Moreover, we demonstrate the possibility of application of this equation for the study of kinetics of electrochemical processes in ionic melts and water solution.

1. *Nicholson R.S., Shain J.* Theory of Stationary Electrode Polarography. Single Scan and Cyclic Methods Applied to Reversible, Irreversible and Kinetic Systems // *Analyt. Chem.* – 1964. – **36**, N 4. – P. 706–723.
2. *Matsuda H., Ayabe J.Z.* Zur Theorie der Randles–Sevcik-schen kathodenstrahl-Polarographie // *Z. Elektrochem.* – 1955. – **59**, N 6. – P. 494–503.
3. *Mueller T.R., Adams R.N.* Voltammetry at inert electrodes. II. Correlation of experimental results with theory for voltage and controlled potential scanning, controlled potential electrolysis and chronopotentiometric techniques. Oxidation of ferrocyanide and o-dianisidine at boron carbide electrodes // *Anal. Chem. Acta.* – 1961. – **25**. – P. 482–497.
4. *Reinmuth W.H.* Theory of Stationary Electrode Polarography // *Anal. Chem.* – 1961. – **33**. – P. 1793–1794.
5. *Reinmuth W.H.* Theory of Diffusion Limited Charge-Transfer Processes in Electroanalytical Techniques // *Ibid.* – 1962. – **34**. – P. 1446–1454.

Рекомендована Радою хіміко-технологічного факультету НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
17 березня 2008 року

УДК 628

Ф.М. Талхі, Н.В. Макарова,
І.М. Астрелін, Н.М. Толстопалова

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ПОПЕРЕДНЬОЇ ПІДГОТОВКИ ВОДИ З ВИСОКОЮ ЖОРСТКІСТЮ ДЛЯ МЕМБРАННОГО КОНДИЦІОНУВАННЯ

Вступ

Одним з основних джерел питного водопостачання територій без достатніх запасів поверхневих водних ресурсів є артезіанські свердловини. Склад води цих свердловин різний і залежить від їх місцезнаходження, глибини, віддаленості від морських акваторій тощо. Як правило, свердловинна вода на відміну від поверхневої характеризується меншою кольоровістю, каламутністю, значно кращими мікробіологічними показниками. В той же час, вона може бути достатньо жорсткою (до 10–50 мг-екв/дм³ іонів жорсткості) і мати високий солевміст (до 10–15 г/дм³) [1, 2]. Для демінералізації та одержання питної води останнім часом широко застосовуються зворотноосмотичні або нанофільтраційні мембрани [3–5].

Головними вимогами до задіяних в експлуатації мембран є їх висока питома продуктивність (проникність), селективність, хімічна стійкість, механічна міцність та низька вартість [6]. Ефективність роботи мембран залежить від складу води, що піддається обробці, і наявності в ній малорозчинних сполук та інших небажаних домішок, які є потенційними джерелами їх забруднення. У процесі експлуатації концентрація таких речовин у розчині над мембранами зростає. Якщо при цьому перевищується межа розчинності наявних сполук, то вони осідають на поверхні мембран і засмічують їх пори, що призводить до зниження проникності мембран, і, як наслідок, – зниження продуктивності за перміатом і значного скорочення строку їх служби [6].

Забруднювачами мембран є малорозчинні неорганічні речовини, колоїдні частки та розчинні органічні сполуки [7, 8]. Виключення або зменшення можливості осідання потенціальних забруднювачів у порах мембран при зворотноосмотичній обробці води є нагальною проблемою при розробці та проектуванні технологічних схем її демінералізації. Введення стадії попередньої очистки води і своєчасне промивання мембран дають можливість забезпечити їх гарантований термін експлуатації.

Постановка задачі

Аналіз існуючої інформації свідчить про те, що ефективність роботи мембранних установок визначається не тільки технічними характеристиками мембран, які застосовуються, і схемою організації процесу мембранної обробки води, але й вибором оптимальної технологічної схеми попередньої підготовки води, яка подається на мембрани.

Домішками, які можуть істотно впливати на ефективність роботи мембран при демінералізації артезіанської води, насамперед є неорганічні сполуки, що утворюються при наявності іонів жорсткості (кальцій, магній), сульфат-іонів, різних форм силікатів та заліза.

Одним із методів, найбільш часто використовуваних для зниження жорсткості води, що подається на мембрани, є дозування кислоти, яке дозволяє усувати її карбонатну жорсткість. Однак цей метод не ефективний тоді, коли більша частина жорсткості є некарбонатною.

Для попередньої підготовки води з некарбонатною жорсткістю може застосовуватись іонообмінне пом'якшення її з використанням сильнокислотного катіоніту, а також метод, що передбачає дозування у вхідній воді інгібіторів осадоутворення (антискалантів) [9]. Доцільність застосування того чи іншого методу попередньої підготовки залежить від складу води, яка піддається обробці.

Метою даної статті є порівняльне дослідження методів попередньої підготовки артезіанської води, яка характеризується високою жорсткістю та мінералізацією, для її подальшого кондиціонування до якості питної мембранним методом.

Об'єкти і методики досліджень

Підготовка води методом іонообмінного пом'якшення. Подача на мембрани пом'якшеної води є найефективнішим способом запобігання утворенню осаду солей жорсткості на мембранах. Однак існують не тільки економічні, але й технологічні межі придатності цього методу. Для іонообмінного пом'якшення води з високою жорсткістю доцільно застосовувати сильнокислотні катіоніти з однорідним гранулометричним складом, які характеризуються високою обмінною ємністю та позитивними кінетичними характеристиками.

У дослідженнях використовувались сильнокислотний гелевий катіоніт Dowex UPCORE Мо-

по С-600 виробництва компанії Dow Chemical (США), реальні фізико-хімічні характеристики якого порівняно з заявленими виробником подані в табл. 1. Катіоніт виробляється для експлуатації в апаратах протитічного типу, що дає змогу максимально використовувати його ємнісні властивості та значно знижувати витрати реагентів на його регенерацію [10].

Дослідження процесу іонообмінного пом'якшення води проводилось на модельній воді, підданій попередній обробці з метою її знехлорвання та видалення органічних домішок.

Таблиця 1. Фізико-хімічні характеристики катіоніту Dowex UPCORE Mono С-600 в Na^+ -формі

Показник	Значення показника		Метод випробувань
	за товарною специфікацією	фактичне	
Гранулометричний склад:			За ГОСТ 10900–84
розмір зерен, мм	0,585±0,05	0,315–1,0	
об'ємна частка робочої фракції (%), не менше	95,0	99,9	
ефективний розмір зерен, мм	–	0,55	
коефіцієнт однорідності, не більше	1,1	1,06	
Масова частка вологи, %	42–48	46,2	За ГОСТ 10898.1–84
Питомий об'єм ($\text{см}^3/\text{г}$), не більше	–	2,57	За ГОСТ 10898.4–84
Повна статична обмінна ємність ($\text{мг-екв}/\text{см}^3$), не менше	2,0	2,21	За ГОСТ 20255.1–89
Окиснюваність фільтрату в перерахунку на кисень ($\text{мг}/\text{г}$), не більше	–	0,034	За ГОСТ 20298–74
Осмотична стабільність (%), не менше	–	99,8	За ГОСТ 17338–88

Вміст основних компонентів у модельній воді становив ($\text{мг-екв}/\text{дм}^3$): Ca^{2+} – 10; Mg^{2+} – 0,1; Na^+ – 3,7; K^+ – 0,1; HCO_3^- – 2,1; Cl^- – 10,7; SO_4^{2-} – 1,1; рН – 7,0, а концентрація Fe(II) – 2,5 $\text{мг}/\text{дм}^3$. Розчин пропускався через скляну іонообмінну колонку діаметром 1,8 см, заповнену 100 см^3 катіоніту Dowex Mono С-600 в Na^+ -формі.

Попередня підготовка води із застосуванням інгібіторів осадоутворення. Вивчення ефективності методу, оснований на використанні для попередньої підготовки води антискалантів, проводилось за розрахунками із застосуванням програмного пакета, розробленого компанією Avista Technologies Inc, яка є світовим лідером у виробництві антискалантів під маркою Vitec [11].

Вибір типу необхідного антискаланту залежить від вмісту у воді компонентів, потенціально спроможних утворювати осад або впливати на його утворення, а також від температури, рН води, що піддається обробці, та технологічних параметрів системи водопідготовки (виходу за перміатом, відношення потоку перміату до потоку вхідної води, типу мембрани тощо). Підбір антискаланту і розрахунок його необхідного дозування проводились для наведеного вище складу модельної води із вмістом іонів жорсткості від 10 $\text{мг-екв}/\text{дм}^3$ з подальшим його підвищенням до 50 $\text{мг-екв}/\text{дм}^3$ (за рахунок CaCl_2). В розрахунках варіювались співвідношення в розчині хлорид- і сульфат-іонів, зв'язаних з іонами жорсткості, а також концентрація силікатів.

Результати досліджень і обговорення

Вихідні криві іонообмінного пом'якшення води сильноокислотним катіонітом, одержані під час пропускання модельної води через колонку із швидкістю 10, 20 і 30 об'ємів розчину на один об'єм катіоніту за годину, наведено на рис. 1.

Повна динамічна обмінна ємність катіоніту Dowex Mono С-600 в Na^+ -формі, розрахована за результатами експериментів, становить 2,18 $\text{мг-екв}/\text{см}^3$ сорбенту. Робоча динамічна

обмінна ємність до досягнення заданої проскокової концентрації кальцію в розчині на виході з колонки 5 мг-екв/дм^3 становить 1,11, 0,87 і $0,48 \text{ мг-екв/см}^3$ при швидкостях пропускання розчину 10, 20 і 30 об/(об-год), відповідно.

Результати експериментів, показані на рис. 2, засвідчили, що при іонообмінній обробці води сильнокислотним катіонітом відбувається одночасна сорбція іонів кальцію і заліза(II). Так, при швидкості 20 об/(об-год) питомий об'єм розчину, в якому одночасно знижується жорсткість з 10 до $0,5 \text{ мг-екв/дм}^3$ і заліза з $2,5$ до $0,3 \text{ мг/дм}^3$ (допустиме значення вмісту загального заліза для води, що надходить на мембранну обробку), становив 100 об'ємів на один об'єм катіоніту. В той же час, дослідження показали, що при підвищенні концентрації іонів жорсткості у вхідній воді (за рахунок додавання концентрованого розчину CaCl_2) відбувається різке зниження питомого об'єму пом'якшеної води (рис. 3): при вмісті іонів кальцію в розчині більше 20 мг-екв/дм^3 питомий об'єм води, пом'якшеної до концентрації іонів жорсткості 5 мг-екв/дм^3 , знижується до величини менше, ніж 70 об/об, що призводить до технологічної недоцільності процесу пом'якшення води такого складу.

Результати розрахунків технологічних показників процесу застосування інгібіторів осадотворення (ступінь осадотворення сульфату кальцію, індекс насичення Ланжелє (LSI) [12], тип антискалтанту і його дозування) для різних вихідних умов (вміст у вхідній воді іонів жорсткості, силікатів, відношення сульфат-іонів до суми сульфат- і хлорид-іонів) показано в табл. 2.

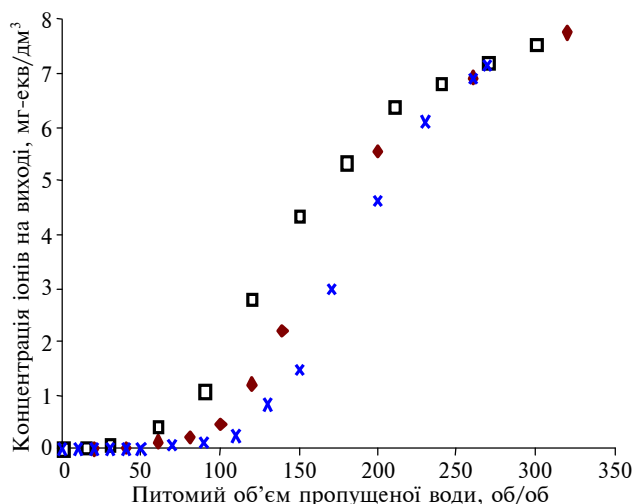


Рис. 1. Вихідні криві сорбції іонів жорсткості на катіоніті Dowex Mono C-600 ($C_{\text{Ca}^{2+}} = 10 \text{ мг-екв/дм}^3$) при різних швидкостях вхідного потоку води (об/(об-год)): \blacklozenge – $v = 20$; \blacksquare – $v = 30$; \times – $v = 10$

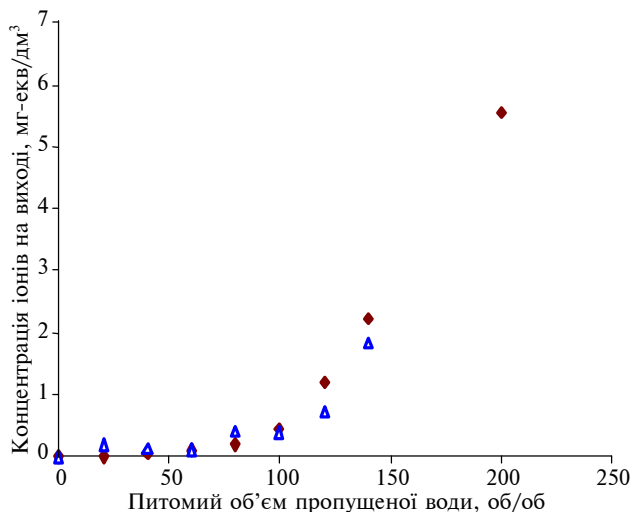


Рис. 2. Вихідні криві сорбції іонів жорсткості та заліза на катіоніті Dowex Mono C-600 ($C_{\text{Ca}^{2+}} = 10 \text{ мг-екв/дм}^3$; $C_{\text{Fe}^{2+}} = 2,5 \text{ мг-екв/дм}^3$) при швидкості вхідного потоку води $v = 20 \text{ об/(об-год)}$: \blacklozenge – концентрація іонів жорсткості, мг-екв/дм³; \blacktriangle – концентрація заліза, мг/дм³

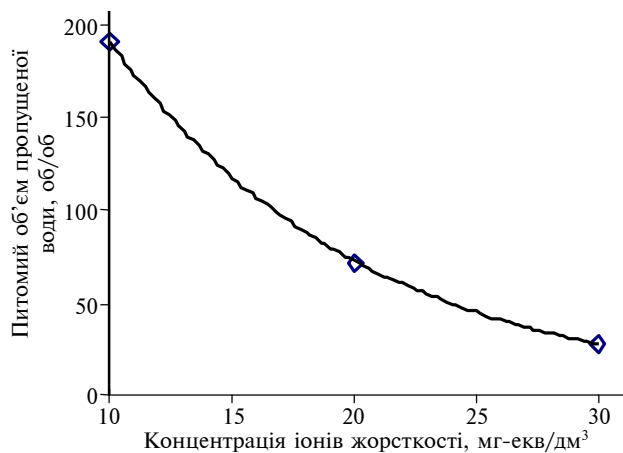


Рис. 3. Залежність об'єму пом'якшеної води від вмісту іонів жорсткості у вхідній воді

Як свідчать дані табл. 2, зростання в розчині вмісту іонів жорсткості, пов'язаних з хлорид-іонами, не потребує збільшення дози антискалтанту, незважаючи на зростання LSI-індексу концентрату, який характеризує тенденцію осадотворення на поверхні мембрани. В той же час, вміст у розчині сульфат-іонів, з якими зв'язані понад 60% іонів жорсткості при загальній їх концентрації в розчині понад 40 мг-екв/дм^3 , потребує підвищення дози антискалтанту. Наявність у воді, підданій обробці, силікатів у концентрації більше 65 мг/дм^3 потребує заміни стандартного антискалтанту Vitesc 3000 на спеціальний Vitesc 4000, який запобігає утворенню нерозчинних колоїдних та гелевих форм силікатів на поверхні мембрани.

Таблиця 2. Характеристика води і розрахункові параметри дозування антискалантів

Характеристики води, підданій обробці			Розрахункові параметри			
Жорсткість, мг-екв/дм ³	Силікати, мг/дм ³	$\frac{SO_4^{2-}}{Cl^- + SO_4^{2-}}$	% осадоутворення CaSO ₄	LSI-індекс концентрату	Тип антискаланту	Дозування антискаланту, мг/дм ³
10	< 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{15,83}{18,2}$	-0,10	Vitec 3000	2
	> 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{15,53}{17,86}$		Vitec 4000	9,45
20	< 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{37,4}{43,5}$	0,18	Vitec 3000	2
	> 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{37,0}{43,0}$		Vitec 4000	9,45
30	< 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{61,87}{72,1}$	0,34	Vitec 3000	2
	> 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{61,41}{71,57}$		Vitec 4000	9,45
40	< 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{88,4}{125,0}$	0,46	Vitec 3000	$\frac{2}{2,23}$
	> 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{87,89}{102,63}$		Vitec 4000	9,45
50	< 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{116,57}{137,0}$	0,55	Vitec 3000	$\frac{2}{2,81}$
	> 65	$\frac{0,5}{0,6}$	$\frac{116,02}{136,4}$		Vitec 4000	9,45

Примітка. Максимальне відношення потоку перміату до вхідного потоку розчину при мембранній обробці води після дозування антискаланту не перевищує 37%.

Висновки

Проведені дослідження показали, що застосування на стадії попередньої підготовки методу іонообмінної обробки води дозволяє не тільки її пом'якшити, але й зменшити одночасно в ній вміст заліза(II). Однак іонообмінне пом'якшення стає недоцільним при вмісті у воді іонів жорсткості понад 20 мг-екв/дм³. В той же час, результати розрахунків засвідчили, що для попередньої підготовки води з високим вмістом некарбонатної жорсткості раціональним є застосування антискалантів. У цьому випадку навіть при високому вмісті сульфатів у воді доза антискаланту зростає на незначну величину, а наявність силікатів у воді до 65 мг/дм³ також не потребує додаткових витрат антискаланту.

Порівняння економічних витрат на обробку води мембранним методом, розрахованих із врахуванням якості води, одержаної в результа-

ті її попередньої підготовки різними методами, сприяє вибору найбільш доцільного методу попередньої підготовки води при вмісті іонів жорсткості менше 20 мг-екв/дм³.

Отримані дані дають можливість заздалегідь визначити найефективніший метод попередньої очистки води з різним вмістом іонів некарбонатної жорсткості, що є надзвичайно актуальним при мембранній обробці високомінералізованих вод. Реалізація оптимальної організації технологічної схеми попередньої підготовки таких вод сприятиме значному підвищенню строку служби мембран та, як наслідок, – істотно знизити витрати, пов'язані із заміною мембран, що є найбільш вагомим частиним експлуатаційних витрат на процес кондиціонування води мембранними методами. Одержані дані будуть використані при розробці технологічної схеми кондиціонування артезіанських вод з підвищеним рівнем мінералізації.

Ф. М. Талхи, Н.В. Макарова, И.М. Астрелин,
Н.М. Толстопалова

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ПРЕДВАРИТЕЛЬНОЙ ПОДГОТОВКИ ВОДЫ С ВЫСОКОЙ ЖЕСТКОСТЬЮ ДЛЯ МЕМБРАННОГО КОНДИЦИОНИРОВАНИЯ

Исследованы методы предварительной подготовки воды с высокой жесткостью и минерализацией для ее последующего кондиционирования мембранным методом. Показано, что применение на стадии предварительной подготовки метода ионообменного умягчения воды является целесообразным при содержании в воде ионов жесткости менее 20 мг-экв/дм³. Для предварительной подготовки воды с высоким содержанием некарбонатной жесткости рациональным является использование антискалантов.

F.M. Talkhi, N.V. Makarova, I.M. Astrelin,
N.M. Tolstopalova

STUDY OF HARD WATER PRE-TREATMENT METHODS FOR MEMBRANE PURIFICATION

This paper describes hard water pre-treatment and mineralization for subsequent water conditioning, using membrane methods. Furthermore, we show that application of ion exchange water softening at its preliminary preparation stage is appropriate on the condition that water hardness is less than 20 meq/dm³. Through experiments performed, we prove that the antiscalants usage is efficient for water pre-treatment with a high level of noncarbonated hardness.

1. *Крайнов С.Р., Швец В.М.* Геохимия подземных вод хозяйственно-питьевого назначения. – М.: Недра, 1987. – 238 с.
2. *Фрог Б.Н., Левченко А.П.* Водоподготовка. – М.: Изд-во МГУ, 1996. – 680 с.
3. *Николадзе Г.И., Мицц Д.М., Кастальский А.А.* Подготовка воды для питьевого и промышленного водоснабжения. – Изд. 2-е, перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1984. – 368 с.
4. *Первов А.Г., Андрианов А.П., Спицов Д.В., Козлова Ю.В.* Опыт внедрения мембранной технологии водоподготовки // Сб. докл. 7-го Междунар. конгресса “Вода: экология и технология”, Москва, 30 мая–2 июня 2006 г. – М., 2006. – С. 537.
5. *Bourbigot M.M., Cote P., Agbekodo K.* Nanofiltration: An advanced process for the production of high quality drinking water // AWWA, Proc. Membr. Technol. Conf., August 1–4, 1993. – Baltimore, MD, 1993. – P. 207–211.
6. *Дытнерский Ю.И.* Баромембранные процессы. – М.: Химия, 1986. – 272 с.
7. *Luo M., Wang Z.* Complex Fouling and Cleaning-in-Place of a Reverse Osmosis Desalination System // Desalination. – 2001. – **141**, N 15. – P. 127–131.
8. *Shin W., Rahardianto A., Lee R., Cohen Y.* Morphometric characterization of calcium sulfate dihydrate (gypsum) scale on reverse osmosis membranes // J. Membr. Sci. – 2000. – **165**, N 1. – P. 1265–1276.
9. *Рябчиков Б.Е.* Современные методы подготовки воды для промышленного и бытового использования. – М.: ДеЛи принт, 2004. – 302 с.
10. *Грамов С.Л.* Технологические преимущества монодисперсных ионообменных смол // Теплоэнергетика. – 1998. – № 2. – С. 35–37.
11. *Информационные материалы компании Avista Technologies, Inc., UK*, available at <http://www.avistatech.co.uk>
12. *Федоренко В.И.* Основные критерии для технологического расчета и эксплуатации систем водоподготовки // Критические технологии. Мембраны. – 2003. – № 17. – С. 22–29.

Рекомендована Радою хіміко-технологічного факультету НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
7 квітня 2008 року

ТЕОРЕТИЧНІ ТА ПРИКЛАДНІ ПРОБЛЕМИ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ НАУК

УДК 517.98+515.164.17

Ю.В. Богданський

БЕЗДИВЕРГЕНТНИЙ ВАРІАНТ ФОРМУЛИ ГАУССА—ОСТРОГРАДСЬКОГО НА НЕСКІН- ЧЕННОВИМІРНИХ МНОГОВИДАХ

Вступ

У працях [1–4] запропоновано узагальнення формули Гаусса—Остроградського в нескінченновимірному гільбертовому просторі та в окремих ситуаціях у банаховому просторі. При цьому замість міри об'єму розглядається довільна борелівська, неінваріантна відносно зсувів міра. У працях [5, 6] розглянуто різні версії формули Гаусса—Остроградського на просторі конфігурацій, а в [7] на поверхні скінченної корозмірності в гільбертовому просторі одержано узагальнення формули Пуанкаре—Стокса.

Постановка задачі

Згідно з класичною формулою Гаусса—Остроградського, у просторі \mathbf{R}^n виконується рівність

$$\int_M \operatorname{div} X \, d\mu = \int_{\partial M} (X, n) \, d\mu_{\partial}, \quad (1)$$

де M — область в \mathbf{R}^n з гладкою межею ∂M ; n — поле зовнішньої одиничної нормалі до ∂M ; X — гладке векторне поле; μ — міра об'єму в \mathbf{R}^n ; μ_{∂} — індукована мірою μ міра об'єму на ∂M .

У даній статті пропонується варіант узагальнення формули (1) на (нескінченновимірний) банахів многовид, зокрема на ріманів многовид, модельним простором до якого є гільбертів простір H .

Нехай S — банахів диференційовний многовид з модельним банаховим простором E (хаусдорфів; над полем дійсних чисел \mathbf{R}) [8, 9]; μ — борелівська міра на S ; M — відкритий підмноговид в S з межею ∂M , яка утворює підмноговид в S (можливо, незв'язний); X, Z — векторні поля на S ; векторне поле, Z —трансверсальне до ∂M ; ω — диференціальна 1-форма на S , що анулюється на підмноговиді ∂M , тобто $\langle \omega(x), Y \rangle = 0$ для $x \in \partial M$; $Y \in T_x(\partial M)$. Позначимо Φ_t^Z потік векторного поля Z . Нехай існує логарифмічна похідна ρ^X міри μ уздовж векторного поля X .

У статті будуть знайдені достатні умови, за яких має місце формула

$$\int_M \rho_{\mu}^X(\cdot) \, d\mu = \frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \int_{\Phi_t^Z M} \frac{\omega(X)}{\omega(Z)} \, d\mu. \quad (2)$$

Одержаний результат буде досліджено з метою узгодження з класичною формулою (1).

Дослідження лівої частини формули (2)

Специфіка аналітичних досліджень на нескінченновимірних (а тому не локально компактних) многовидах потребує додаткових вимог до структури цих многовидів. Будемо вважати, що многовид S класу C^2 має “рівномірний атлас” [8, 9], а саме атлас $\{(U_{\alpha}, \varphi_{\alpha})\}$ в S з такими властивостями: існують числа $r > 0$, $K > 0$, такі, що:

а) для $\forall x \in S$ існує така карта, що $\varphi_{\alpha}(U_{\alpha})$ містить кулю в E з центром $\varphi_{\alpha}(x)$, радіуса r ;

б) відображення склейки $F_{\beta\alpha} = \varphi_{\beta} \varphi_{\alpha}^{-1}$ для кожної пари карт атласу задовольняють вимогу $\forall x \in \varphi_{\alpha}(U_{\alpha} \cap U_{\beta}): \|F'_{\beta\alpha}(x)\| \leq K$, $\|F''_{\beta\alpha}(x)\| \leq K$.

Існування рівномірного атласу дозволяє коректно запровадити на S “обмежене векторне поле X класу C^1 ” як таке, для якого існує число $c > 0$, що обмежує головну частину X_{φ} кожного локального зображення векторного поля X разом з його похідною:

$$\forall \varphi_{\alpha}, \forall x \in \varphi_{\alpha}(U_{\alpha}): \|X_{\varphi_{\alpha}}(x)\| \leq c, \|X'_{\varphi_{\alpha}}(x)\| \leq c.$$

Потік обмеженого векторного поля X класу C^1 визначено на $\mathbf{R} \times S$ [8, с. 96].

“Узгодженість міри з векторним полем X ” визначимо таким чином: припустимо, що міра $\mu_t = \mu \Phi_{-t}^X$ (тут Φ_t^X — потік поля X) абсолютно неперервна відносно міри μ і відповідна щільність $\beta(t, \cdot) = \frac{d\mu_t}{d\mu}$ диференційовна по t при $t = 0$

як елемент простору $L_1(S, \mu)$, тоді як в [9, с. 34] доведено, що існує логарифмічна похідна ρ_{μ}^X міри μ уздовж X і при цьому $\rho_{\mu}^X(\cdot) = -\frac{d}{dt} \beta(t, \cdot) \Big|_{t=0}$.

За цих умов існує похідна $\frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \mu(\Phi_t^X M)$ і при цьому

$$\int_M \rho_{\mu}^X(\cdot) \, d\mu = -\int_M \frac{\partial}{\partial t} \beta(t, \cdot) \, d\mu =$$

$$= -\lim_{t \rightarrow 0} \int_M \frac{\beta(t, \cdot) - 1}{t} d\mu = \frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \mu(\Phi_t^X M). \quad (3)$$

Нехай ω – обмежена на S диференціальна 1-форма класу C^1 , тобто $\exists c > 0$ для будь-якої карти (U, φ) рівномірного атласу; $\forall x \in U: \|\omega_\varphi(\varphi(x))\| \leq c$; $\|\omega'_\varphi(\varphi(x))\| \leq c$ (тут ω_φ – зображення ω у карті φ). Форма ω індукує диференціальну 1-форму $\omega_{\partial M} = i^* \omega$ на многовиді ∂M (тут $i: \partial M \rightarrow M$ – вкладення). Припустимо, що $\omega_{\partial M} = 0$, але для кожного $x \in \partial M$ $\omega(x) \neq 0$ (як функціонал на $T_x M$). Надалі домовимось говорити, що “ ω узгоджена з областю M ”.

Рівномірність атласу $\{(U_\alpha, \varphi_\alpha)\}$ дозволяє дати коректне означення ε -окола V_ε підмножини $V \subset S$: $V_\varepsilon = \{x \in S \mid \exists y \in V: \forall (U, \varphi): (x, y \in U) \Rightarrow (\|\varphi(x) - \varphi(y)\|_\varphi < \varepsilon)\}$.

Нехай Z – обмежене векторне поле на S класу C^1 , для якого існує $\delta > 0$, таке, що нерівність $|\langle \omega_\varphi(x), Z_\varphi(x) \rangle| > \delta$ виконується для всіх карт рівномірного атласу принаймні в деякому ε -околі ∂M (можна довести, що умова рівномірної обмеженості $\|Z'_\varphi(x)\|$ вимагає виконання останньої нерівності лише на самій ∂M). Надалі домовимось говорити, що “форма ω узгоджена з полем Z ”.

У разі узгодженості форми ω з полем Z для обмеженого векторного поля X нове векторне поле

$$Y = X - \frac{\omega(X)Z}{\omega(Z)} \quad (4)$$

є також обмеженим, класу C^1 (принаймні в околі ∂M) і таким, що $\omega(Y) = 0$ на ∂M , а тому Y дотикається до ∂M . Вимагаємо також скінченності $\mu(M_\varepsilon)$ при деякому $\varepsilon > 0$.

Теорема 1. Нехай X, Z – обмежені векторні поля класу C^1 ; форма ω узгоджена з областю M та полем Z ; міра μ узгоджена з векторним полем X ; $\mu((\partial M)_\varepsilon) = O(\varepsilon)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$. Тоді виконується рівність

$$\frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \mu(\Phi_t^X M) = \frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \mu(\Phi_t^{\frac{\omega(X)Z}{\omega(Z)}} M), \quad (5)$$

в тому розумінні, що якщо існує одна з двох частин рівності (5), то існує й інша, і вони збігаються.

Лема 1. Нехай X, Y – векторні поля класу C^1 в області D банахова простору E , для яких існує число $M > 0$, таке, що норми $\|X(\cdot)\|, \|Y(\cdot)\|, \|X'(\cdot)\|, \|Y'(\cdot)\|$ обмежені в D числом M . Тоді існує число $C = C(M) > 0$, таке, що

$$\forall x_0 \in D: \|\Phi_t^{X+Y} x_0 - \Phi_t^X \Phi_t^Y x_0\| \leq Ct^2 \quad (6)$$

(для тих достатньо малих t , для яких визначена ліва частина нерівності (6)).

Доведення леми 1. Покладемо $Y_0 = Y(x_0)$ (Y_0 – відповідне стале векторне поле) і для значень параметра $z \in [0; 1]$ розглянемо векторні поля $Y_z = Y_0 + z(Y - Y_0)$.

Для кожного фіксованого z позначимо $x(t, 0, x_0, z)$ – розв’язок задачі Коші $\frac{dx}{dt} = Y_z(x(t))$, $x(0) = x_0$. Тоді для $\forall z \in [0; 1]$: $\frac{\partial x}{\partial z}(t, 0, x_0, z)$ є розв’язком задачі Коші

$$y'(t) = A(t, z)y(t) + g(t, z), \quad y(0) = 0, \quad (7)$$

де $A(t; z) = zY'(x(t, 0, x_0, z))$; $g(t, z) = Y(x(t, 0, x_0, z)) - Y_0$ [10, теорема 10.7.3, с. 343]. Розв’язок $y(t) = y_z(t)$ задачі Коші (7) має вигляд

$$y_z(t) = \int_0^t U_z(t, s)g(s, z)ds, \quad (8)$$

де $U_z(t, s)$ – відповідний еволюційний оператор; при цьому $U_0(t, s) \equiv I$.

Тоді для кожного $z \in [0; 1]$ маємо

$$\|U_z(t, s)\| \leq \exp\left(\int_s^t \|A(\tau, z)\|d\tau\right) \leq e^{M(t-\tau)} \quad (9)$$

(див. [11]).

Крім того, $\|g(t, z)\| = \|Y(x(t, 0, x_0, z)) - Y_0\| \leq M\|x(t, 0, x_0, z) - x_0\| \leq M^2 t$, оскільки $\|Y'(\cdot)\| \leq M$; $\|Y(\cdot)\| \leq M$, а тому з (8) і (9) маємо при $t \in [0; 1]$ нерівність

$$\|y_z(t)\| \leq \int_0^t e^{M(t-s)} M^2 s ds \leq \frac{1}{2} M^2 e^M t^2.$$

Звідси отримуємо $\|x(t, 0, x_0, 1) - x(t, 0, x_0, 0)\| =$

$$= \left\| \int_0^1 \frac{\partial x}{\partial z}(t, 0, x_0, z) dz \right\| \leq c_1 t^2, \text{ тобто}$$

$$\|\Phi_t^Y x_0 - \Phi_t^{Y_0} x_0\| \leq c_1 t^2, \quad (10)$$

де $c_1 = \frac{1}{2} M^2 e^M$.

Покладемо $X_0 = X(x_0)$, $\tilde{X}_0 = X(\Phi_t^Y x_0)$. Тоді матимемо

$$\begin{aligned} \|\Phi_t^{X+Y} x_0 - \Phi_t^X \Phi_t^Y x_0\| &\leq \|\Phi_t^{X+Y} x_0 - \Phi_t^{X_0+Y_0} x_0\| + \\ &+ \|\Phi_t^X \Phi_t^Y x_0 - \Phi_t^{\tilde{X}_0} \Phi_t^Y x_0\| + \\ &+ \|\Phi_t^{\tilde{X}_0} \Phi_t^Y x_0 - \Phi_t^{X_0} \Phi_t^{Y_0} x_0\|, \end{aligned} \quad (11)$$

оскільки

$$\Phi_t^{X_0+Y_0} x_0 = x_0 + t(X_0 + Y_0) = \Phi_t^{X_0} \Phi_t^{Y_0} x_0.$$

Якщо в нерівності (10) замість x_0 взяти $\Phi_t^Y x_0$, то одержимо оцінку

$$\|\Phi_t^X \Phi_t^Y x_0 - \Phi_t^{\tilde{X}_0} \Phi_t^Y x_0\| \leq c_1 t^2,$$

а в разі, якщо в (10) замість Y візьмемо $X + Y$, матимемо

$$\|\Phi_t^{X+Y} x_0 - \Phi_t^{X_0+Y_0} x_0\| \leq c_2 t^2,$$

де $c_2 = 2M^2 e^{2M}$.

Також з (10) отримуємо

$$\begin{aligned} \|\Phi_t^{\tilde{X}_0} \Phi_t^Y x_0 - \Phi_t^{X_0} \Phi_t^{Y_0} x_0\| &= \\ &= \|\Phi_t^Y x_0 + t\tilde{X}_0 - \Phi_t^{Y_0} x_0 - tX_0\| \leq \\ &\leq c_1 t^2 + t\|\tilde{X}_0 - X_0\| \leq c_3 t^2, \end{aligned}$$

оскільки

$$\begin{aligned} \|\tilde{X}_0 - X_0\| &= \|X(\Phi_t^Y x_0) - X(x_0)\| \leq \\ &\leq M\|\Phi_t^Y x_0 - x_0\| \leq M^2 t. \end{aligned}$$

Це доводить (6).

Доведення теореми 1. Векторне поле $Y = X - \frac{\omega(x)}{\omega(Z)}Z$ дотичне до ∂M . Тому для кожного $x_0 \in \partial M$ та $t \in \mathbf{R}$: $\Phi_t^Y x_0 \in \partial M$. Векторні поля $W = \frac{\omega(X)}{\omega(Z)}Z$ і Y – обмежені поля класу C^1 (принаймні в околі ∂M). Тому їх зображення в кожній карті φ рівномірного атласу задовольняють умови леми 1, а отже, виконується оцінка

$$\|\Phi_t^{X^*}(\varphi(x_0)) - \Phi_t^{W^*} \Phi_t^{Y^*}(\varphi(x_0))\|_{\varphi} \leq ct^2 \quad (12)$$

(при достатньо малих t) з константою, що не залежить від карти.

Тому для кожного $x_0 \in \partial M$ існує $x_1 = \Phi_t^Y x_0 \in \partial M$, для якого в кожній карті $\|\varphi(\Phi_t^X x_0) - \varphi(\Phi_t^W x_1)\|_{\varphi} \leq ct^2$ і, аналогічно, для кожного $x_0 \in \partial M$ існує $x_2 = \Phi_{-t}^Y x_0 \in \partial M$, для якого в кожній карті $\|\varphi(\Phi_t^X x_2) - \varphi(\Phi_t^W x_0)\|_{\varphi} \leq ct^2$ (звичайно, за умови, що відповідні точки належать області визначення цієї карти).

Звідси маємо

$$\Phi_t^W(\partial M) \subset (\Phi_t^X(\partial M))_{ct^2}. \quad (13)$$

Лема 2. Нехай X – векторне поле, що задовольняє умови леми 1. Тоді для кожного $a > 1$ існує $\delta > 0$, таке, що для всіх $t \in (-\delta, \delta)$ і $\varepsilon \in (0, \delta)$ має місце імплікація

$$\left(\|x_1 - x_2\| < \frac{\varepsilon}{a} \right) \Rightarrow (\|\Phi_t^X x_1 - \Phi_t^X x_2\| < \varepsilon).$$

Доведення леми 2. Покладемо, $x(s) = x_1 + s(x_2 - x_1)$; $s \in [0; 1]$. Тоді $y(t) = \frac{\partial}{\partial s} \Phi_t^X(x(s))$ є розв'язком задачі Коші:

$$y'(t) = A_s(t)y(t), \quad y(0) = x_2 - x_1, \quad (14)$$

де $A_s(t) = X'(\Phi_t^X(x(s)))$ – обмежений лінійний оператор в E (див. [10]). Розв'язок має вигляд $y(t) = U_s(t, 0)(x_2 - x_1)$, де $U_s(t, \tau)$ – еволюційний оператор рівняння (14).

Наявність рівномірної оцінки $\|X'(\cdot)\| \leq M$ приводить до нерівностей

$$\|U_s(t, 0)\| \leq \exp\left(\int_0^t \|A_s(\tau)\| d\tau\right) \leq \exp(tM),$$

$$\begin{aligned} \|\Phi_t^X x_2 - \Phi_t^X x_1\| &= \left\| \int_0^t U_s(t, 0)(x_2 - x_1) ds \right\| \leq \\ &\leq \exp(tM)\|x_2 - x_1\|. \end{aligned}$$

Отже, достатньо взяти з нерівності $\exp(\delta M) \leq a$.

Продовження доведення теореми 1. Якщо в доведенні леми 2 покласти до-

датково $\delta < \frac{r}{C}$, де число r взято з означення рівномірного атласу, а $C = \sup_{x, \varphi} \|X_\varphi(\varphi(x))\|_\varphi$, то мож-

на вважати, що точки $x_1, x_2, \Phi_t^X x_1, \Phi_t^X x_2$ належать області значень однієї карти рівномірного атласу. А тому з леми 2 маємо такий наслідок: якщо X – обмежене векторне поле класу C^1 , то $\forall a > 1 \exists \delta > 0$, таке, що для всіх $x_1, x_2 \in S$ існує така карта φ , що

$$\forall t \in (-\delta, \delta); \varepsilon \in (0, \delta): \left(\|\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\|_\varphi < \frac{\varepsilon}{a} \right) \Rightarrow \|\varphi(\Phi_t^X x_1) - \varphi(\Phi_t^X x_2)\|_\varphi < \varepsilon.$$

Якщо дві точки $x_1, x_2 \in S$ належать одночасно областям визначення двох карт (U_φ, φ) і (U_ψ, ψ) рівномірного атласу: $x_1, x_2 \in U_\varphi \cap U_\psi$, то $\|\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\|_\varphi \leq K \|\psi(x_1) - \psi(x_2)\|_\psi$. Це ж стосується і точок $\Phi_t^X x_1, \Phi_t^X x_2$. Підсумовуючи наведені міркування, доходимо висновку: $\forall a > 1$ існує $\delta > 0$, таке, що для всіх $x_1, x_2 \in S, t \in (-\delta, \delta), \varepsilon \in (0; \delta)$ і для будь-яких карт $(U_\varphi, \varphi), (U_\psi, \psi)$, таких, що $x_1, x_2 \in U_\varphi, \Phi_t^X x_1, \Phi_t^X x_2 \in U_\psi$, виконується імплікація

$$\left(\|\varphi(x_1) - \varphi(x_2)\|_\varphi < \frac{\varepsilon}{a} \right) \Rightarrow \left(\|\psi(\Phi_t^X x_1) - \psi(\Phi_t^X x_2)\|_\psi < K^2 \varepsilon \right). \quad (15)$$

Імплікація (15) разом з означенням ε -околу підмножини в S приводять до висновку: $\exists \delta > 0$, таке, що для всіх $t \in (-\delta, \delta), \varepsilon \in (0, \delta)$ маємо

$$\Phi_t^X((\partial M)_\varepsilon) \supset (\Phi_t^X(\partial M))_{\frac{\varepsilon}{2}}. \quad (16)$$

За умови узгодженості міри μ з векторним полем X функція $\beta(t, \cdot) = \frac{d\mu_t^X}{d\mu}$ (тут $\mu_t^X(A) = \mu(\Phi_{-t}^X A)$) диференційовна по t в нулі як елемент простору $L_1(S, \mu)$. Отже, отримаємо

$$\beta(t, \cdot) - 1 = -\rho_\mu^X(\cdot)t + \alpha(t, \cdot),$$

де

$$\left\| \frac{1}{t} \alpha(t, \cdot) \right\|_{L_1} \rightarrow 0, \quad t \rightarrow 0. \quad (17)$$

Тоді з (13), (16) при достатньо малих $t \neq 0$ маємо

$$\begin{aligned} & \frac{1}{|t|} |\mu(\Phi_t^X M) - \mu(\Phi_t^W M)| \leq \\ & \leq \frac{1}{|t|} \mu((\Phi_t^X(\partial M))_{\varepsilon t^2}) \leq \frac{1}{|t|} \mu(\Phi_t^X(\partial M)_{2\varepsilon t^2}) = \\ & = \frac{1}{|t|} \int_{(\partial M)_{2\varepsilon t^2}} \beta(t, \cdot) d\mu \leq \frac{1}{|t|} \mu((\partial M)_{2\varepsilon t^2}) + \\ & + \left| \int_{(\partial M)_{2\varepsilon t^2}} \rho_\mu^X d\mu \right| + \left| \int_{(\partial M)_{2\varepsilon t^2}} \frac{\alpha(t, \cdot)}{t} d\mu \right|. \end{aligned}$$

Перший доданок у правій частині прямує до нуля при $t \rightarrow 0$, оскільки за умовою теореми 1 $\mu((\partial M)_\varepsilon) = O(\varepsilon)$. З тієї ж причини з абсолютної неперервності інтеграла випливає, що й другий доданок є нескінченно малим. Збіжність до нуля третього доданка зумовлена умовою (17).

Отже, $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{t} (\mu(\Phi_t^X M) - \mu(\Phi_t^W M)) = 0$, що й доводить теорему 1.

Доведення основної теореми

Теорема 2. Нехай f – обмежена функція класу C^1 на S ; Y – обмежене векторне поле класу C^1 на S . Тоді

$$\frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \mu(\Phi_t^{fY} M) = \frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \int_{\Phi_t^f M} f d\mu, \quad (18)$$

в тому розумінні, що якщо існує одна з двох частин рівності (18), то існує й інша і вони збігаються.

Доведення. Слід довести, що

$$\frac{d}{dt} \Big|_{t=0} \left(\int_S g(\Phi_t^{fY} x) d\mu - \int_S f(x) g(\Phi_t^Y x) d\mu \right) = 0, \quad (19)$$

де $g = j_M$ – індикатор множини M .

Нехай $h: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ – невід’ємна фінітна функція класу C^1 ; $\int_{\mathbf{R}} h(s) ds = 1$. Функцію g визначимо на S формулою

$$g(x) = \int_{\mathbf{R}} h(s) j_M(\Phi_s^Y x) ds. \quad (20)$$

Тоді (19) для функції g виду (20) одержимо з рівностей

$$\begin{aligned} & \left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} \int_S g(\Phi_t^{fY} x) d\mu = \\ & = \int_S \left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} g(\Phi_t^{fY} x) d\mu = \int_S f(x)(Yg)(x) d\mu, \\ & \left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} \int_S f(x)g(\Phi_t^Y x) d\mu = \\ & = \int_S f(x) \left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} g(\Phi_t^Y x) d\mu = \int_S f(x)(Yg)(x) d\mu, \end{aligned}$$

коректність яких зумовлена теоремою Лебега та рівномірною обмеженістю на S похідних

$$\frac{d}{dt}g(\Phi_t^Y x) \text{ і } \frac{d}{dt}g(\Phi_t^{fY} x).$$

Для того щоб довести (19) для функції $g = j_M$, тепер достатньо довести, що для функції g виду (20) має місце збіжність при $t \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned} & \left(\int_S \frac{1}{t} (j_M(\Phi_t^{fY} x) - j_M(x)) d\mu - \right. \\ & \left. - \int_S \frac{1}{t} f(x) (j_M(\Phi_t^Y x) - j_M(x)) d\mu \right) - \\ & \left(\int_S \frac{1}{t} (g(\Phi_t^{fY} x) - g(x)) d\mu - \right. \\ & \left. - \int_S \frac{1}{t} f(x) (g(\Phi_t^Y x) - g(x)) d\mu \right) \rightarrow 0. \quad (21) \end{aligned}$$

З цією метою підставимо вираз (20) для g у формулу (21). При цьому слід врахувати, що потоки векторних полів Y і fY пов'язані співвідношенням

$$\Phi_t^{fY} x = \Phi_{v(t;x)}^Y x,$$

де $v(0;x) = 0$; $\frac{\partial v}{\partial t}(0;x) = f(x)$.

Ліва частина (21) набуде вигляду

$$\begin{aligned} & \int_S \frac{1}{t} \left(\int_{\mathbb{R}} h(s) f(x) \times \right. \\ & \left. \times [j_M(\Phi_{s+t}^Y x) - j_M(\Phi_s^Y x) - j_M(\Phi_t^Y x) + j_M(x)] ds \right) d\mu - \\ & - \int_S \frac{1}{t} \left(\int_{\mathbb{R}} h(s) [j_M(\Phi_s^Y \Phi_t^{fY} x) - \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. - j_M(\Phi_s^Y x) - j_M(\Phi_t^{fY} x) + j_M(x)] ds \right) d\mu = \\ & = \int_S d\mu \int_{\mathbb{R}} f(x) \frac{h(s-t) - h(s)}{t} (j_M(\Phi_s^Y x) - j_M(x)) ds - \\ & - \int_S d\mu \int_{\mathbb{R}} \frac{h(s - v(t;x)) - h(s)}{t} (j_M(\Phi_s^Y x) - j_M(x)) ds. \end{aligned}$$

Оскільки

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow 0} \frac{h(s - v(t;x)) - h(s)}{t} & = -h'(s) f(x) = \\ & = \lim_{t \rightarrow 0} f(x) \frac{h(s-t) - h(s)}{t}, \end{aligned}$$

$$\left| \frac{h(s-t) - h(s)}{t} \right| \leq \sup_{s \in \mathbb{R}} |h'(s)|,$$

$$\left| \frac{h(s - v(t;x)) - h(s)}{t} \right| \leq \sup_{\substack{s \in \mathbb{R} \\ x \in S}} (|h'(s)| |f(x)|),$$

то застосування теореми Лебега завершує доведення теореми 2.

Зауваження. Результат теореми 2 залишається справедливим і в разі, коли функція f обмежена лише в деякому ϵ -околі межі ∂M області M .

Тепер теореми 1 і 2 приводять до такого результату.

Основна теорема. Нехай S – хаусдорфів банахів многовид класу C^2 з рівномірним атласом; M – відкритий підмноговид у S з межею ∂M , яка утворює підмноговид; μ – борелівська міра на S , що є скінченною принаймні в ϵ -околі M ; X, Z – обмежені векторні поля на S класу C^1 ; поле X узгоджене з мірою μ ; ω – обмежена диференціальна 1-форма на S класу C^1 , що узгоджена з областю M і з полем Z . Крім того, $\mu((\partial M)_\epsilon) = O(\epsilon)$ при $\epsilon \rightarrow 0$. Тоді існують обидві частини і має місце формула (2).

Обговорення результату

1. Одержаний результат має місце і для скінченновимірних многовидів. У випадку, коли \bar{M} (замикання M) є компактною підмножиною в S , вимога існування рівномірного атласу є зайвою. Компактність \bar{M} дає можливість побудувати рівномірний атлас, складений із скінченної кількості карт, що покриває ϵ -оکیل M_ϵ (у наведено-

му вище розумінні) при достатньо малому $\varepsilon > 0$. Немає також потреби вимагати обмеженість полів X і Z класу C^1 , а умова узгодженості векторного поля Z з 1-формою ω полягає в тому, що функція $\langle \omega, Z \rangle$ не дорівнює нулю на ∂M .

2. Звичайно, формула (2) виконується і в лінійному (банаховому) просторі E . При цьому немає потреби взагалі розглядати атлас.

3. У разі, якщо S є рімановим многовидом (скінченновимірним або нескінченновимірним), можна за Z взяти векторне поле n , що є продовженням на S поля зовнішньої по відношенню до M одиничної нормалі на ∂M . Існування такого векторного поля n на S є додатковою умовою на межу ∂M . Диференціальну форму ω визначимо формулою

$$\langle \omega(x), X(x) \rangle = (X(x), n(x))_{T_x S}.$$

Формулу (5) можна одержати у вигляді

$$\left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} \mu(\Phi_t^X M) = \left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} \mu(\Phi_t^{(X, n)} M),$$

а формула (2) набуває вигляду

$$\int_M \rho_\mu^X d\mu = \left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} \int_{\Phi_t^X M} (X, n) d\mu. \quad (22)$$

Крім того, у випадку існування обмеженого векторного поля n класу C^1 (продовження зовнішньої нормалі), що є узгодженим із мірою μ (а

тому існує ρ_μ^n), аналіз формули (22) з використанням теореми 1 приводить до висновку про існування похідної $\left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} \int_{\Phi_t^n M} f d\mu$ для довільної об-

меженої (разом із похідною) функції f класу C^1 на S та її незалежність від вибору поля n . Тому стає коректним позначення

$$\int_{\partial M} f d\mu_\partial = \left. \frac{d}{dt} \right|_{t=0} \int_{\Phi_t^n M} f d\mu \quad (23)$$

і (22) набуде вигляду

$$\int_M \rho_\mu^X d\mu = \int_{\partial M} (X, n) d\mu_\partial.$$

У випадку гільбертова простору, як доведено в [1], ліву частину формули (23) можна тлумачити і як інтеграл по поверхневій мірі.

Висновки

Одержано нескінченновимірне узагальнення формули Гаусса–Остроградського, що є новим навіть для банахова простору та скінченновимірних многовидів з довільною борелівською мірою. Підхід, запропонований в статті, дасть змогу, на думку автора, проводити подальше дослідження виявлених закономірностей.

Ю.В. Богданский

БЕЗДИВЕРГЕНТНЫЙ ВАРИАНТ ФОРМУЛЫ ГАУССА–ОСТРОГРАДСКОГО НА БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ МНОГООБРАЗИЯХ

Предложен вариант формулы Гаусса–Остроградского на банаховых многообразиях с равномерным атласом.

Yu.V. Bogdanskyy

A DIVERGENCELESS FORM OF THE GAUSS–OSTROGRADSKY FORMULA FOR THE INFINITE DIMENSIONAL MANIFOLDS

In this paper, we propose a version of the Gauss–Ostrogradsky formula for a Banach manifold with a uniform atlas.

1. *Скоруход А.В.* Интегрирование в гильбертовом пространстве. — М.: Наука, 1975. — 232 с.
2. *Го Х.-С.* Гауссовские меры в банаховых пространствах. — М.: Мир, 1979. — 176 с.
3. *Ефимова Е.И., Угланов А.В.* Формулы векторного анализа на банаховом пространстве // Докл. АН СССР. — 1983. — **271**, № 6. — С. 1302–1306.
4. *Угланов А.В.* Поверхностные интегралы в пространствах Фреше // Мат. сборник. — 1998. — **189**, № 11. —

С. 139–157.

5. *Смородина Н.В.* Формула Гаусса–Остроградского для пространства конфигураций // Теория вероятностей и ее применения. — 1990. — **35**, № 4. — С. 727–739.
6. *Finkelshtein D.L., Kondratiev Yu.G., Konstantinov A.Yu., Rockner M.* Gauss formula and symmetric extensions of the Laplacian on configuration spaces // Infinite dimensional analysis, quantum probability and related topics. — 2001. — **4**, N 4. — P. 489–509.

7. *Bogdansky Yu.V., Tsytsura P.V.* The Poincaré–Stokes formula in an infinite dimensional space // Spectral and evolution problems. – 2007. – 17. – P. 106–116.
8. *Ленг С.* Введение в теорию дифференцируемых многообразий. – М.: Мир, 1967. – 204 с.
9. *Далецкий Ю.Л., Белополюская Я.И.* Стохастические уравнения и дифференциальная геометрия. – К.: Выща шк., 1989. – 296 с.
10. *Дьедонне Ж.* Основы современного анализа. – М.: Мир, 1964. – 432 с.
11. *Далецкий Ю.Л., Крейн М.Г.* Устойчивость решений дифференциальных уравнений в банаховом пространстве. – М.: Наука, 1970. – 536 с.

Рекомендована Радою навчально-наукового комплексу "Інститут прикладного системного аналізу" НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
12 травня 2008 року

УДК 519.21

О.А. Жуковська, Г.А. Глушаускене,
Л.С.Файнзільберг

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ МОДИФІКОВАНОЇ ОЦІНКИ ДИСПЕРСІЇ ВИПАДКОВОЇ ВЕЛИЧИНИ ЗА ВИБІРКОЮ НЕЗАЛЕЖНИХ СПОСТЕРЕЖЕНЬ

Вступ

З теорії оцінок відомо [1], що для одного й того самого параметра можна отримати різні оцінки, спрямовані на досягнення певної мети, наприклад швидкості обчислень, стійкості (робастності), інваріантності щодо перетворення тощо. Це стосується й різних методів оцінки дисперсії випадкової величини за вибіркою незалежних спостережень, які розглядаються в багатьох наукових публікаціях, зокрема в працях [2–6].

Зрозуміло, що не існує методу обчислень, який був би однаково оптимальним у всіх випадках практичного застосування, і користувачу залишається знайти певний компроміс при виборі одного з відомих методів або розробляти свій метод під конкретну задачу.

Саме тому дослідження властивостей нових методів обчислення дисперсії випадкової величини за вибіркою незалежних спостережень досі залишається актуальною науковою задачею.

Постановка задачі

Відомо [6–8], що класичне співвідношення для обчислення незсуненої і спроможної оцінки дисперсії D має вигляд

$$\bar{D}_n = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{m})^2, \quad (1)$$

де

$$\bar{m} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

є середнім значенням скінченного ряду незалежних спостережень x_1, \dots, x_n .

Але обчислення оцінки дисперсії безпосередньо за формулою (1) потребує резервування комп'ютерної пам'яті для накопичення всього

масиву даних x_1, \dots, x_n , що при великій кількості спостережень обмежує практичне застосування цієї формули [5]. До того ж пряме обчислення суми великої кількості значень потенційно може призвести до переповнення розрядної сітки [6].

Ряд цих проблем вирішує рекурентна формула обчислення оцінки дисперсії [9, с. 232]

$$\bar{D}_n = \frac{n-2}{n-1} \bar{D}_{n-1} + \frac{1}{n} (x_n - \bar{m}_{n-1})^2, \quad (3)$$

де \bar{m}_{n-1} – оцінка математичного сподівання на $(n-1)$ -му кроці. Проте при великому об'ємі вибірки рекурентне обчислення призводить до відомої проблеми накопичення помилок закруглення, що виникають на кожному кроці при виконанні арифметичних операцій.

Оскільки на практиці часто необхідно отримувати поточну оцінку дисперсії випадкової величини в міру накопичення даних, то замість (1) зручніше використовувати оцінку

$$\tilde{D}_n = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{m}_i)^2, \quad n = 2, 3, \dots, \quad (4)$$

де \tilde{m}_i – поточна оцінка математичного сподівання M випадкової величини X , обчислена на i -му кроці спостереження за формулою

$$\tilde{m}_i = \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k. \quad (5)$$

Однак виникає питання: наскільки правомірний перехід від стандартної (1) до модифікованої (4) оцінки.

Метою даної статті є дослідження властивостей оцінки (4) дисперсії випадкової величини та її модифікація, яка забезпечує незсуненість та спроможність поточної оцінки дисперсії в міру накопичення незалежних спостережень.

Основний результат

Нехай D – дисперсія випадкової величини X , а M – її математичне сподівання. Припустимо, що в нашому розпорядженні є скінченна вибірка незалежних спостережень X , тобто послідовність незалежних однаково розподілених величин x_1, \dots, x_n .

Перевіримо, чи є оцінка (4) незсуненою, а саме чи збігається математичне сподівання оцінки (4) з істинною дисперсією D . Для цього запишемо (4) у вигляді

$$\tilde{D}_n = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k \right)^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(x_i^2 - 2x_i \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k + \left(\frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k \right)^2 \right)$$

та знайдемо математичне сподівання оцінки \tilde{D}_n :

$$M(\tilde{D}_n) =$$

$$\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(M[x_i^2] - 2M \left[x_i \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k \right] + M \left[\frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k \right]^2 \right).$$

Розглянемо окремо кожний доданок в останньому виразі. Оскільки оцінка дисперсії \tilde{D}_n не залежить від вибору початку координат, за аналогією з [8, с. 316] виберемо його в точці m . Тоді $M[x_i^2] = D$. Далі, якщо врахувати, що величини x_1, \dots, x_n незалежні, а значить, $M[x_i x_j] = 0 \quad \forall j \neq i$, то другий доданок можна записати так:

$$M \left[\left(x_i \frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k \right)^2 \right] = M \left[x_i \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_i}{i} \right] = M \left[\frac{x_i^2}{i} \right] = \frac{1}{i} D.$$

І, нарешті, третій доданок набуває вигляду

$$M \left[\left(\frac{1}{i} \sum_{k=1}^i x_k \right)^2 \right] = M \left[\frac{1}{i^2} (x_1 + x_2 + \dots + x_i)^2 \right] = M \left[\frac{1}{i^2} (x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_i^2) \right] = \frac{1}{i^2} i D = \frac{1}{i} D.$$

Отже, маємо

$$M(\tilde{D}_n) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \left(D - 2 \frac{1}{i} D + \frac{1}{i} D \right) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n D \left(1 - \frac{1}{i} \right) = \frac{1}{n-1} \left(nD - D \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) \right) = D \frac{\left(n - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right) \right)}{n-1}.$$

Звідси видно, що математичне сподівання оцінки \tilde{D}_n не збігається з істинним значенням дисперсії D , а значить, оцінка (4) зсунена.

Для отримання незсуненої оцінки достатньо помножити оцінку \tilde{D}_n на величину

$$\frac{n-1}{n - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} \right)} = \frac{n-1}{n - \Gamma(n)},$$

тобто

$$\tilde{D}_n = \frac{n-1}{n - \Gamma(n)} \tilde{D}_n \tag{6}$$

або

$$\tilde{D}_n = \frac{1}{n - \Gamma(n)} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{\sum_{k=1}^i x_k}{i} \right)^2, \tag{7}$$

де $\Gamma(n)$ – часткова сума гармонійного ряду:

$$\Gamma(n) = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = \ln n + \gamma_0 + o(1) \approx \ln n + \gamma_0, \tag{8}$$

а $\gamma_0 = 0,57721564490\dots$ – стала Ейлера–Маскероні [10].

Перевіримо тепер, чи є оцінка (7) спроможною, тобто чи збігається за ймовірністю послідовність оцінок \tilde{D}_n до величини D , що оцінюється.

Традиційно перевірка спроможності оцінки проводиться з використанням закону великих чисел у будь-якій формі. Однак очевидно, що величини під знаком суми виразу (7), тобто $(x_i - \tilde{m}_i)^2$ та $(x_{i+1} - \tilde{m}_{i+1})^2$, не є незалежними, а всі класичні теореми про закон великих чисел розглядають послідовність незалежних величин, що стоять під знаком суми.

Отже, ми не в змозі застосувати закон великих чисел до нашої послідовності оцінок, тому вимушені вибрати один з обхідних шляхів для знаходження границі за ймовірністю нашої послідовності оцінок.

Один із можливих шляхів – це встановити зв'язок між виразами (1), (7) та використати відомий факт спроможності стандартної оцінки (1).

Спочатку встановимо взаємозв'язок між оцінками (1) і (4).

Безпосередньою перевіркою неважко переконатися в тому, що

$$\tilde{D}_2 = \frac{1}{2}\bar{D}_2,$$

$$\tilde{D}_3 = \frac{2}{3}\bar{D}_3 - \frac{1}{12}\bar{D}_2, \quad (9)$$

$$\tilde{D}_4 = \frac{3}{4}\bar{D}_4 - \frac{1}{18}\bar{D}_3 - \frac{1}{18}\bar{D}_2.$$

Вирази (9) дозволяють припустити, що для $n \geq 2$ справедливо співвідношення

$$\begin{aligned} \tilde{D}_n = & \frac{n-1}{n}\bar{D}_n - \frac{1}{n-1}\left(\frac{n-2}{n(n-1)}\bar{D}_{n-1} + \right. \\ & \left. + \frac{n-3}{(n-1)(n-2)}\bar{D}_{n-2} + \dots + \right. \\ & \left. + \frac{n-i-1}{(n-i+1)(n-i)}\bar{D}_{n-i} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 3}\bar{D}_2\right). \end{aligned} \quad (10)$$

Доведемо справедливість (10) методом математичної індукції. Правомірність бази індукції доводять за допомогою співвідношень (9). Тому залишається показати, що якщо рівність (10) справедлива для деякого довільного числа n , то вона справедлива і для значення $n+1$.

Для цього покажемо, що з (10) випливає така формула:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{n+1} = & \frac{n}{n+1}\bar{D}_{n+1} - \frac{1}{n}\left(\frac{n-1}{(n+1)n}\bar{D}_n + \frac{n-2}{n(n-1)}\bar{D}_{n-1} + \dots \right. \\ & \left. \dots + \frac{n-i-1}{(n-i+1)(n-i)}\bar{D}_{n-i} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 3}\bar{D}_2\right). \end{aligned} \quad (11)$$

Оскільки згідно з (4)

$$\tilde{D}_n = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{x_1 + \dots + x_i}{i}\right)^2,$$

то

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{n+1} = & \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n+1} \left(x_i - \frac{x_1 + \dots + x_i}{i}\right)^2 = \\ = & \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{x_1 + \dots + x_i}{i}\right)^2 + \frac{1}{n}\left(x_{n+1} - \frac{x_1 + \dots + x_{n+1}}{n+1}\right)^2 = \\ = & \frac{n-1}{n}\tilde{D}_n + \frac{1}{n}\left(x_{n+1} - \frac{x_1 + \dots + x_{n+1}}{n+1}\right)^2. \end{aligned}$$

Скористуємось (10) і продовжимо доведення:

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{n+1} = & \frac{(n-1)^2}{n^2}\bar{D}_n - \frac{1}{n}\left(\frac{n-2}{n(n-1)}\bar{D}_{n-1} + \right. \\ & \left. + \frac{n-3}{(n-1)(n-2)}\bar{D}_{n-2} + \dots + \right. \\ & \left. + \frac{n-i-1}{(n-i+1)(n-i)}\bar{D}_{n-i} + \dots + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2 \cdot 3}\bar{D}_2\right) + \frac{1}{n}\left(x_{n+1} - \frac{x_1 + \dots + x_{n+1}}{n+1}\right)^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Порівнюючи (11) та (12), бачимо, що (11) еквівалентно (12) тоді, коли

$$\begin{aligned} \frac{n}{n+1}\bar{D}_{n+1} - \frac{n-1}{n^2(n+1)}\bar{D}_n = & \frac{(n-1)^2}{n^2}\bar{D}_n + \\ & + \frac{1}{n}\left(x_{n+1} - \frac{x_1 + \dots + x_{n+1}}{n+1}\right)^2 \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} n\bar{D}_{n+1} = & (n-1)\bar{D}_n + \\ & + \frac{n+1}{n}\left(x_{n+1} - \frac{x_1 + \dots + x_{n+1}}{n+1}\right)^2. \end{aligned} \quad (13)$$

Перетворимо ліву частину виразу (13) таким чином:

$$\begin{aligned} W_n = & n \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n+1} \left(x_i - \frac{x_1 + \dots + x_{n+1}}{n+1}\right)^2 = \\ = & \sum_{i=1}^{n+1} x_i^2 - \frac{1}{n+1} \left(\sum_{i=1}^{n+1} x_i\right)^2 = \\ = & \sum_{i=1}^n x_i^2 + x_{n+1}^2 - \frac{1}{n+1} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 + 2x_{n+1} \sum_{i=1}^n x_i + x_{n+1}^2\right). \end{aligned}$$

Отже, маємо

$$\begin{aligned} W_n = & \sum_{i=1}^n x_i^2 + \frac{n}{n+1}x_{n+1}^2 - \\ & - \frac{1}{n+1} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 + 2x_{n+1} \sum_{i=1}^n x_i\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Розглянемо тепер праву частину виразу (13):

$$W_{np} = \sum_{i=1}^n x_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i\right)^2 +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{1}{n(n+1)} \left((n+1)^2 x_{n+1}^2 + \left(\sum_{i=1}^{n+1} x_i \right)^2 - \right. \\
 & \quad \left. - 2(n+1)x_{n+1} \sum_{i=1}^{n+1} x_i \right) = \\
 & = \sum_{i=1}^n x_i - \frac{1}{n} \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 + \frac{1}{n(n+1)} \left((n+1)^2 x_{n+1}^2 + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 + \right. \\
 & \quad \left. + x_{n+1}^2 + 2x_{n+1} \sum_{i=1}^n x_i - \right. \\
 & \quad \left. - 2(n+1)x_{n+1} \sum_{i=1}^n x_i - 2(n+1)x_{n+1}^2 \right).
 \end{aligned}$$

В результаті нескладних перетворень отримаємо

$$\begin{aligned}
 W_{np} & = \sum_{i=1}^n x_i^2 + \frac{n}{n+1} x_{n+1}^2 - \\
 & - \frac{1}{n+1} \left(\left(\sum_{i=1}^n x_i \right)^2 + 2x_{n+1} \sum_{i=1}^n x_i \right). \quad (15)
 \end{aligned}$$

Порівнюючи вирази (14) і (15), переконуємося в ідентичності лівої та правої частин виразів (13). Таким чином, співвідношення (13) доведено.

Отже, праві частини в (11) і (12) ідентичні, та з істинності (12) випливає істинність (11). Звідси формула (10) справедлива для будь-якого значення n .

Із співвідношення (6) з врахуванням (10) впливає співвідношення, що встановлює взаємозв'язок оцінок (7) і (4):

$$\begin{aligned}
 \check{D}_n & = \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} \bar{D}_n - \frac{1}{n-\Gamma(n)} \left(\frac{n-2}{n(n-1)} \bar{D}_{n-1} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{n-3}{(n-1)(n-2)} \bar{D}_{n-2} + \dots + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{n-i-1}{(n-i+1)(n-i)} \bar{D}_{n-i} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 3} \bar{D}_2 \right). \quad (16)
 \end{aligned}$$

Оскільки оцінка \bar{D}_n спроможна, то для доведення спроможності \check{D}_n достатньо показати, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \check{D}_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{D}_n. \quad (17)$$

Для доведення використаємо теорему Теплиця [11] в такому формулюванні. Нехай c_{nk} , $1 \leq k \leq n$, такі, що:

$$c_{nk} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \quad \forall k = 1, 2, \dots, n, \quad (18)$$

$$\sum_{k=1}^n c_{nk} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1, \quad (19)$$

$$\exists C > 0: \sum_{k=1}^n |c_{nk}| \leq C \quad \forall n \geq 1. \quad (20)$$

Тоді, якщо деяка послідовність $\{a_n, n \geq 1\}$ збіжна, то і послідовність $\{b_n = \sum_{k=1}^n c_{nk} a_k, n \geq 1\}$ також збіжна, причому $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$.

Застосуємо теорему Теплиця до таких послідовностей:

$$a_n = \bar{D}_n, \quad (21)$$

$$b_n = \check{D}_n = \sum_{k=1}^n c_{nk} a_n.$$

З (21) маємо

$$b_n = \sum_{k=1}^n c_{nk} \bar{D}_k = c_{n1} \bar{D}_1 + c_{n2} \bar{D}_2 + \dots + c_{nn} \bar{D}_n,$$

де

$$c_{nk} = \begin{cases} 0, & k = 1, \\ \frac{1}{n-\Gamma(n)} \frac{k-1}{(k+1)k}, & 1 < k < n, \\ \frac{(k-1)^2}{k(n-\Gamma(n))}, & k = n. \end{cases} \quad (22)$$

Перевіримо виконання умов (18)–(20) для послідовностей (21). Очевидно, що $c_{nk} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ для будь-якого фіксованого k , тобто умова (18) виконана.

Перевіримо виконання умови (19):

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^n c_{nk} & = \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} - \frac{1}{n-\Gamma(n)} \left(\frac{n-2}{n(n-1)} + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{n-3}{(n-1)(n-2)} + \dots + \frac{n-i-1}{(n-i+1)(n-i)} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 3} \right) =
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} - \frac{1}{n-\Gamma(n)} \left(\frac{n-1}{n(n-1)} - \frac{1}{n(n-1)} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{n-2}{(n-1)(n-2)} - \frac{1}{(n-1)(n-2)} + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{n-i}{(n-i+1)(n-i)} - \frac{1}{(n-i+1)(n-i)} + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{2}{2 \cdot 3} - \frac{1}{2 \cdot 3} \right) = \\
 &= \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} - \frac{1}{n-\Gamma(n)} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \frac{1}{3} \right) + \\
 &\quad + \frac{1}{n-1} \left(\frac{1}{n(n-1)} + \frac{1}{(n-1)(n-2)} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 3} \right).
 \end{aligned}$$

Таким чином, матимемо

$$\sum_{i=1}^n c_{nk} = \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} - A_n + B_n, \quad (23)$$

де

$$\begin{aligned}
 A_n &= \frac{1}{n-\Gamma(n)} \left(\frac{1}{n} + \frac{1}{n-1} + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{n-i} + \dots + \frac{1}{3} \right), \quad i = 0, \dots, n-3,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B_n &= \frac{1}{n-\Gamma(n)} \left(\frac{1}{n(n-1)} + \frac{1}{(n-1)(n-2)} + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{(n-i)(n-i-1)} + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{1}{2 \cdot 3} \right), \quad i = 0, \dots, n-3.
 \end{aligned}$$

Оскільки для гармонійного ряду $\Gamma(n)$ справедливе співвідношення (7), то матимемо

$$\frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n-1} + \frac{1}{n} = \gamma_0 + \ln n - 1,5 + o(1) \sim \ln n.$$

Таким чином, отримуємо

$$A_n \sim \frac{\ln n}{n-\Gamma(n)} \rightarrow 0.$$

Далі, із врахуванням того, що $i < n-2$, для загальних членів послідовностей A_n і B_n справедливо співвідношення

$$0 \leq \frac{1}{(n-\Gamma(n))(n-i)(n-i-1)} \leq$$

$$\leq \frac{n-i-1}{(n-\Gamma(n))(n-i)(n-i-1)} = \frac{1}{(n-\Gamma(n))(n-i)},$$

та за ознакою порівняння $B_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$.

Неважко показати, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} = 1.$$

Таким чином, маємо

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n c_{nk} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} - \lim_{n \rightarrow \infty} A_n + \lim_{n \rightarrow \infty} B_n = 1,$$

тобто і умова (19) теореми Теплиця виконана.

Перевіримо тепер виконання умови (20):

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^n |c_{nk}| &= \sum_{k=1}^n c_{nk} = \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} - \frac{1}{n-\Gamma(n)} \times \\
 &\quad \times \left(\frac{n-2}{n(n-1)} + \frac{n-3}{(n-1)(n-2)} + \dots + \frac{1}{2 \cdot 3} \right) < \\
 &< \frac{(n-1)^2}{n(n-\Gamma(n))} < \frac{(n-1)^2}{n(n-(n+1)/2)} = 2 \frac{(n-1)^2}{n(n-1)} < 2.
 \end{aligned}$$

Інакше кажучи, умова (20) виконується для $C = 2$.

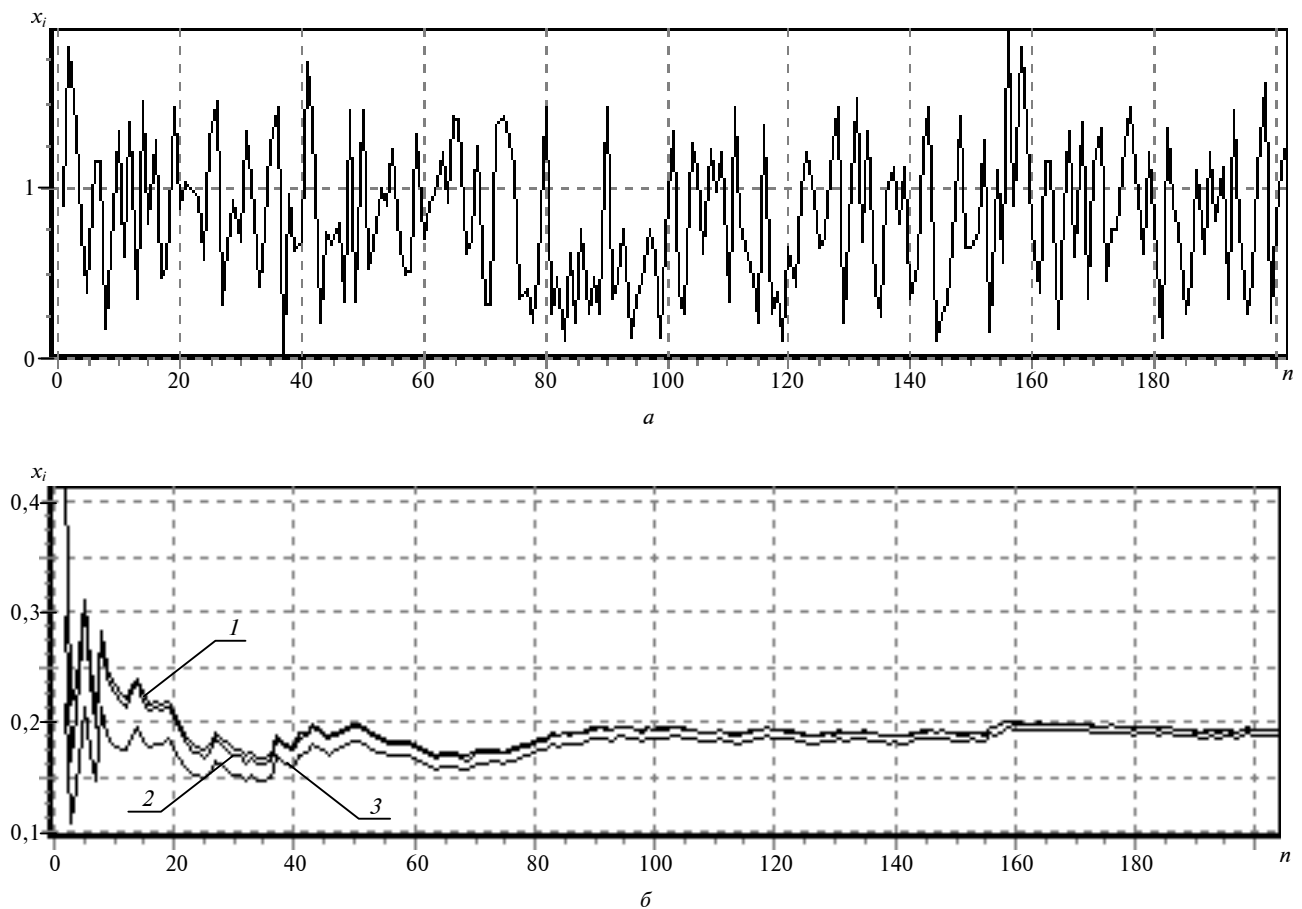
Оскільки всі умови теореми Теплиця виконуються, то $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$, де a_n, b_n визначені згідно з (21). Звідси випливає, що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \check{D}_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \bar{D}_n,$$

а отже, оцінка \check{D}_N спроможна. Більше того, оскільки відомо [1], що стандартна оцінка \bar{D}_n навіть сильно спроможна, тобто збігається до величини, що оцінюється, не тільки за ймовірністю, а й з ймовірністю одиниця, то також сильно спроможними будуть оцінки \check{D}_n і \bar{D}_n .

На рисунку наведено результати чисельного моделювання. Вибірка незалежних спостережень x_1, \dots, x_n (рисунок, а), подана $n = 200$ реалізаціями випадкової величини X , що мала нормальний розподіл з математичним сподіванням $M = 1$ та дисперсію $D = 0,19$.

Як видно з результатів обчислення (рисунок, б), починаючи з кроку $n > 30$ модифікована оцінка \check{D}_n , яка обчислювалась за формулою (7), майже збігається з традиційною оцінкою \bar{D}_n .



Результати чисельного моделювання: *a* – вибірка спостережень x_i ; *b* – результати обчислення: 1 – оцінка \bar{D}_n ; 2 – оцінка \tilde{D}_n ; 3 – оцінка \hat{D}_n

Висновки

Традиційна оцінка дисперсії випадкової величини (1), що обчислюється за скінченною послідовністю незалежних спостережень, як це відомо, є незсуненою та спроможною. Запропонована модифікована оцінка (7), яка є більш зручною для обчислення поточного значення дис-

персії в міру накопичення даних. Доведено, що модифікована оцінка також є незсуненою та спроможною.

Запропонована оцінка може бути використана при розв'язуванні практичних задач у техніці, медицині, економіці та інших галузях, коли треба прискорити оцінювання поточного значення дисперсії випадкової величини в міру накопичення незалежних даних.

О.А. Жуковская, Г.А. Глушаускене,
Л.С.Файнзильберг

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ОЦЕНКИ ДИСПЕРСИИ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ПО ВЫБОРКЕ НЕЗАВИСИМЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

Предложена модифицированная оценка, которая позволяет вычислять текущее значение дисперсии случайной величины по мере накопления не-

O.A. Zhukovska, G.A. Glushauskene,
L.S. Fainzilberg

RESEARCH OF THE MODIFIED ESTIMATION PROPERTIES OF RANDOM VARIABLE'S VARIANCE ON SAMPLE OF INDEPENDENT OBSERVATIONS

This study describes the modified estimator that allows determining the current value of a random variable's dispersion in the process of independent observation accumulation. Through experiments per-

зависимых наблюдений. Доказано, что такая оценка, так же как и традиционная, является несмещенной и состоятельной. Представлены результаты численного моделирования.

formed, we prove that such estimator as well as traditional is unbiased and consistent. Moreover, we provide the results of numerical modelling.

1. *Крамер Г.* Математические методы статистики. – М.: Мир, 1975. – 644 с.
2. *Reza A. Soltani, Moeanaddin R.* On Dispersion of Stable Random Vectors and Its Application in the Prediction of Multivariate Stable Processes // *J. of Applied Probability*. – 1994. – **31**, N 3. – P. 691–699.
3. *Brick J.M., Kalton, G.* Handling Missing Data in Survey Research // *Statistical Methods in Medical Research*. – 1996. – N 5. – P. 215–238.
4. *Brick J.M., Morganstein D.* WesVarPC: Software for Computing Variance Estimates from Complex Designs // *Proc. of the 1996 Annual Research Conference*. – Washington, U.S. Bureau of the Census, 1996. – P. 861–866.
5. *Kagan A., Shepp L.* A. Why the variance? // *Statistics and Probability Letters*. – 1998. – **38**, N 4. – P. 329–333.
6. *Wolter K.M.* Introduction to variance estimation. – New York: Springer Verlag, 2007. – 450 p.
7. *Горбань І.І.* Теорія ймовірностей і математична статистика для наукових працівників та інженерів. – К.: Ін-т проблем мат. машин і систем НАН України, 2003. – 244 с.
8. *Вентцель Е.С.* Теория вероятностей. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
9. *Knuth D.E.* The Art of Computer Programming. Vol. 2. Seminumerical Algorithms, 3rd edn. – Boston: Addison-Wesley, 1998. – 565 p.
10. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике. – М.: Наука, 1978. – 832 с.
11. *Дороговцев А.Я.* Математический анализ: Справ. пос. – К.: Вища шк., 1985. – 528 с.

Рекомендована Радою факультету менеджменту та маркетингу НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
4 лютого 2008 року

УДК 517.947

М.М. Кухарчук, М.І. Яременко

ПРО РОЗВ'ЯЗНІСТЬ ОДНОГО КВАЗІЛІНІЙНОГО ЕЛІПТИЧНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДРУГОГО ПОРЯДКУ У ВСЬОМУ ЕВКЛІДОВОМУ ПРОСТОРІ R^l , $l \geq 3$

Вступ

У даній статті розглядається квазілінійне еліптичне рівняння у всьому просторі R^l , досліджується розв'язність його в шкалі просторів Соболева $W_1^p(R^l, d^l x)$, $l \geq 3$, $p \geq 2$. Доведено, що таке рівняння має єдиний розв'язок за достатньо слабких умов на нелінійну складову, при цьому використовується метод форм та зв'язок між формами і операторами, породжених цими формами (див. [1, 2]).

Постановка задачі

Мета статті – довести розв'язність одного квазілінійного еліптичного диференціального рівняння другого порядку у всьому евклідовому просторі R^l .

Дослідження розв'язності еліптичного рівняння

Розглянемо рівняння

$$\lambda u - d \circ a \circ du + da \circ du + f(x, u, Du) = 0, \quad 1 < a \in C_0^\infty, \quad (1)$$

де $f(x, u, Du)$ – ліпшицева функція по u, Du , тобто

$$|f(x, y, z) - f(x, y_1, z_1)| \leq \tilde{\mu}_1(x)|z - z_1| + \tilde{\mu}_2(x)|y - y_1|, \quad (2)$$

$$|f(x, y, z)| \leq \mu_1(x)|z| + \mu_2(x)|y| + \mu_3(x),$$

де $\mu_i(x), \tilde{\mu}_i(x) \in \prod_{k\beta}(-\Delta)$, $\mu_3(x) \in L^p(R^l, d^l x)$.

Теорема. Якщо для рівняння (1) виконані умови (2), то воно слабко однозначно розв'язне в просторі $W_1^p(R^l, d^l x)$, $l \geq 3$, $p \geq 2$.

Доведення. Розглянемо гладкий базис $\eta_1, \dots, \eta_n, \dots \in W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$. Утворимо лінійну обо-

лонку $L(\eta_1, \dots, \eta_n)$. Для кожного елемента $u_n = \sum_k C_k \eta_k$ побудуємо двоїтий відносно норм в $L_1(R^l, d^l x)$, $W_1^p(R^l, d^l x)$ елемент

$$u'_n = u_n |u_n|^{p-2} = - \sum_i \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_n}{\partial x_i} \left| \frac{\partial u_n}{\partial x_i} \right|^{p-2} \right).$$

Отже, для лінійного простору $L(\eta_1, \dots, \eta_n)$ відносно вказаних вище норм вводимо спряжений простір $L'(\eta_1, \dots, \eta_n)$.

Складемо для фіксованого елемента $u_n \in L(\eta_1, \dots, \eta_n)$ функціонал

$$\langle L(x, u_n), \eta \rangle = \lambda \langle u_n, \eta \rangle + \langle du_n \circ a \circ d\eta \rangle + \langle da \circ du_n, \eta \rangle + \langle f, \eta \rangle \quad \forall \eta \in W_{1,0}^q(R^l, d^l x),$$

$$\begin{aligned} |\langle L(x, u_n), \eta \rangle| &\leq \lambda \|u_n\|_{L^p(R^l, d^l x)} \|\eta\|_{L^q(R^l, d^l x)} + \\ &+ C(p, \epsilon) \|\nabla u_n\|_{L^p(R^l, d^l x)} \|\nabla \eta\|_{L^q(R^l, d^l x)} + \\ &+ K \|\nabla u_n\|_{L^p(R^l, d^l x)} \|\eta\|_{L^q(R^l, d^l x)} + \\ &+ \langle \mu_1 |\nabla u_n| + \mu_2 |u_n| + \mu_3, \eta \rangle \leq \\ &\leq \varphi(\|u_n\|_{W_1^p}) \|\eta\|_{W_1^q(R^l, d^l x)}, \quad \lambda > 0, \end{aligned}$$

де використана форм-обмеженість функцій μ_i та нерівність Юнга

$$\begin{aligned} \|\mu_1 \eta\|_q^q &= \|(\mu_1 \eta)^2\|_2^{2q} = \left(\|\mu_1^2 \eta^2\|_2 \right)^q \leq \\ &\leq \left(\beta \left\| \nabla \left(\eta^2 \right) \right\|_2^2 + c(\beta) \left\| \eta^2 \right\|_2^2 \right)^q \leq \\ &\leq \left(\beta \left(\frac{q}{2} \right)^2 \|\nabla \eta\|_q^2 \|\eta\|_q^{q-2} + c(\beta) \|\eta\|_q^q \right)^q \leq \\ &\leq \left(\left(\frac{q}{2} \right)^2 \beta \left(\frac{2}{q} \epsilon \|\nabla \eta\|_q^q + \frac{q-2}{q} \frac{1}{\epsilon} \|\eta\|_q^q \right) + c(\beta) \|\eta\|_q^q \right)^q. \end{aligned}$$

Для μ_2 проробляються аналогічні викладки. З умов (2) випливає, що $\varphi(r)$ – неперервна функція для $r \geq 0$, тоді відображення $\langle L(x, u_n) \rangle$ є лінійним неперервним функціоналом над $W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$ при фіксованому $u_n \in L(\eta_1, \dots, \eta_n) \subset W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$.

$d^l x$). І тоді за теоремою Банаха функціонал $\langle L(x, u_n) \rangle$ можна зобразити у вигляді

$$\langle L(x, u_n), \eta \rangle = \langle A_\lambda^p(u_n), \eta \rangle, \quad (3)$$

де $A_\lambda^p(u_n)$ – деякий елемент з $W_{-1}^p(R^l, d^l x)$, а це, за умов нашої теореми, означає, що задано неперервне відображення

$$L(\eta_1, \dots, \eta_n) \xrightarrow{A_\lambda^p(\cdot)} W_{-1}^p(R^l, d^l x).$$

Покажемо, що цей оператор A є коерцитивним відображенням.

Дійсно, покладаючи в (3) $\eta = u_n |u_n|^{p-2}$, отримуємо

$$\begin{aligned} \langle L(x, u_n), u_n |u_n|^{p-2} \rangle &\equiv \langle A_\lambda^p(u_n), u_n |u_n|^{p-2} \rangle = \\ &= \lambda \|u_n\|_p^p + (p-1) \langle |u_n|^{\frac{p-2}{2}} du_n \circ a \circ |u_n|^{\frac{p-2}{2}} du_n \rangle + \\ &\quad + \langle da \circ du_n, u_n |u_n|^{p-2} \rangle + \langle f, u_n |u_n|^{p-2} \rangle \geq \\ &\geq \lambda \|u_n\|_p^p + (p-1) \langle |u_n|^{\frac{p-2}{2}} du_n \circ a \circ |u_n|^{\frac{p-2}{2}} du_n \rangle + \\ &\quad + \langle da \circ du_n, u_n |u_n|^{p-2} \rangle - \\ &\quad - \langle \mu_1 |\nabla u_n| + \mu_2 |u_n| + \mu_3, u_n |u_n|^{p-2} \rangle = \\ &= \lambda \|W\|_2^2 + \frac{4}{p^2} (p-1) \langle dW \circ a \circ dW \rangle + \\ &\quad + \frac{2}{p} \langle da \circ dW, W \rangle - \frac{2}{p} \langle \mu_1 W, |\nabla W \rangle - \\ &\quad - \langle \mu_2 W, |\nabla W \rangle - \langle \mu_3, u_n |u_n|^{p-2} \rangle \geq \\ &\geq \lambda \|W\|_2^2 + \frac{4}{p^2} (p-1) \langle dW \circ a \circ dW \rangle - \\ &\quad - \frac{1}{p} \left(\varepsilon + \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \langle dW \circ a \circ dW \rangle - \left(\varepsilon + \frac{\beta}{\varepsilon} + \frac{\beta}{2\varepsilon} \right) \|\nabla W\|_2^2 - \\ &\quad - \left(\frac{\varepsilon}{2} + \frac{c(\beta)}{\varepsilon} + \frac{c(\beta)}{2\varepsilon} + \frac{1}{q} + \frac{2c(\beta)}{p\varepsilon} \right) \|W\|_2^2 - \frac{1}{p} \|\mu_3\|_p^p \geq \\ &\geq \left(\lambda - \left(\frac{\varepsilon}{2} + \frac{\varepsilon}{2\varepsilon} + \frac{c(\beta)}{p\varepsilon} + \frac{2c(\beta)}{p\varepsilon} + \frac{1}{q} \right) \right) \|W\|_2^2 + \\ &\quad + \left(\frac{4}{p^2} (p-1) - \frac{1}{p} \left(\varepsilon + \frac{\beta}{\varepsilon} \right) - \left(\varepsilon + \frac{3\beta}{2\varepsilon} \right) \right) \langle dW \circ a \circ dW \rangle - \\ &\quad - \frac{1}{p} \|\mu\|_p^p \geq (\lambda - \lambda_0) \|W\|_2^2 + \end{aligned}$$

$$+ c(p, \varepsilon) \|W\|_2^2 - \frac{1}{p} \|\mu_3\|_p^p, \quad (4)$$

де $\lambda_0 = \frac{\varepsilon}{2} + \frac{3c(\beta)}{2\varepsilon} + \frac{2c(\beta)}{p\varepsilon} + \frac{1}{q}$, оскільки

$$\begin{aligned} \langle da \circ du_n, u_n |u_n|^{p-2} \rangle &= \frac{2}{p} \langle da \circ dW, W \rangle \leq \\ &\leq \frac{2}{p} \langle da \circ a^{-1} \circ da, W \rangle^{\frac{1}{2}} \langle dW \circ a \circ dW \rangle^{\frac{1}{2}} \leq \\ &\leq \frac{2}{p} \langle dW \circ a \circ dW \rangle^{\frac{1}{2}} (\beta \langle dW \circ a \circ dW \rangle + c(\beta) \|W\|_2^2)^{\frac{1}{2}} \leq \\ &\leq \frac{1}{p} \left(\left(\varepsilon + \frac{\beta}{\varepsilon} \right) \langle dW \circ a \circ dW \rangle + \frac{c(\beta)}{\varepsilon} \|W\|_2^2 \right) \end{aligned}$$

і

$$\begin{aligned} |\langle f, u_n |u_n|^{p-2} \rangle| &\leq \langle \mu_1 |\nabla u_n| + \\ &\quad + \mu_2 |u_n| + \mu_3, u_n |u_n|^{p-2} \rangle \leq \\ &\leq \frac{2}{p} \langle \mu_1 W, |\nabla W \rangle + \langle \mu_2 W, W \rangle + \langle \mu_3, u_n |u_n|^{p-2} \rangle \leq \\ &\leq \frac{2}{p} \|\mu_1 W\|_2 \|\nabla W\|_2 + \|\mu_2 W\|_2 \|W\|_2 + \|\mu_3\|_p \|u_n\|_p^{p-1} \leq \\ &\leq \frac{2}{p} \|\nabla W\|_2 (\beta \|\nabla W\|_2^2 + c(\beta) \|W\|_2^2)^{\frac{1}{2}} + \\ &\quad + \|W\|_2 (\beta \|\nabla W\|_2^2 + c(\beta) \|W\|_2^2)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{p} \|\mu_3\|_p^p + \|W\|_2^2 \frac{1}{q} \leq \\ &\leq \frac{1}{p} \|\nabla W\|_2^2 + \frac{\beta}{\varepsilon} \|\nabla W\|_2^2 + \frac{c(\beta)}{\varepsilon} \|W\|_2^2 + \frac{\varepsilon}{2} \|W\|_2^2 + \\ &\quad + \frac{\varepsilon}{2} \|W\|_2^2 + \frac{1}{2} \frac{\beta}{\varepsilon} \|\nabla W\|_2^2 + \frac{1}{2\varepsilon} c(\beta) \|W\|_2^2 + \\ &\quad + \frac{1}{p} \|\mu_3\|_p^p + \frac{1}{q} \|W\|_2^2 = \left(\frac{\varepsilon}{p} + \frac{\beta}{\varepsilon} + \frac{\beta}{2\varepsilon} \right) \|\nabla W\|_2^2 + \\ &\quad + \left(\frac{\varepsilon}{2} + \frac{c(\beta)}{\varepsilon} + \frac{c(\beta)}{2\varepsilon} + \frac{1}{q} \right) \|W\|_2^2 + \frac{1}{p} \|\mu_3\|_p^p. \end{aligned}$$

Далі нерівність (4) називатимемо слабкою нерівністю коерцитивності на відміну від відомої класичної сильної нерівності коерцитивності:

$$\|L(x, u)\|_{L^p} \geq c \|u\|_{W_1^p}.$$

З нерівності (4) випливає, що оператор $A_\lambda^p: L(\eta_1, \dots, \eta_n) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ є коерцитивним.

Дійсно, маємо

$$\begin{aligned} & \lim_{\|u\|_{W_1^q} \rightarrow \infty} \frac{\langle L(x, u_n), u_n |u_n|^{p-2} \rangle}{\|u\|_{W_1^q}^{p-2}} \geq \\ & \geq \lim_{\|u\|_{W_1^q} \rightarrow \infty} \frac{\lambda \|u_n\|_p^p + (p-1) \langle |u_n|^{\frac{p-2}{2}} \rangle \times \\ & \times du_n \circ a \circ |u_n|^{\frac{p-2}{2}} du_n + \langle da \circ du_n, u_n |u_n|^{p-2} \rangle - \\ & - \langle \mu_1 |\nabla u_n| + \mu_2 |u_n| + \mu_3, u_n |u_n|^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq \lim_{\|W\|_2 \geq \infty} \frac{(\lambda - \lambda_0) \|W\|_2^2 + c(p, \varepsilon) \|W\|_2^2 - \frac{1}{p} \|\mu_3\|_p^p}{\|W\|_2^{\frac{2}{q}} + (1 - \frac{2}{p}) \|W\|_2^{\frac{2}{q}-1} \|\nabla W\|_2} = \infty, \end{aligned}$$

тобто оператор $A_\lambda^p: L(\eta_1, \dots, \eta_n) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ є коерцитивним відображенням.

Покажемо, що існує послідовність $u_n(x) \in L(\eta_1, \dots, \eta_n)$, яка є слабко збіжною в $W_1^p(R^l, d^l x)$ до елемента $u_0(x)$, який є слабким розв'язком рівняння (1).

Для цього складемо систему рівнянь

$$\langle L(x, u_n), \eta_j^* \rangle = \langle A_\lambda^p(u_n), \eta_j^* \rangle = 0, \quad j = 1, \dots, n, \quad (5)$$

де η_j^* – двоїстий до η_j відносно норми в $L^p(R^l, d^l x)$ елемент.

Зауважимо, що елемент u_n^* може бути єдиним

способом зображений у вигляді $u_n^* = \sum_{j=1}^n c_j^* \eta_j^*$, ад-

же визначник $\det(\langle \eta_i, \eta_j^* \rangle)$ – аналог визначника Грама – не є нульовим.

Існування розв'язку системи (5) доведемо від супротивного. Припустимо, що $A_\lambda^p(u_n) \neq 0 \quad \forall u_n \in L(\eta_1, \dots, \eta_n)$. Складемо відображення $C_R \rightarrow C_R$:

$$\begin{aligned} & \frac{\langle A_\lambda^p(u_n), \eta_j^* \rangle R}{\|A_\lambda^p(u_n)\|_{W_{-1}^p(R^l, d^l x)}} = - \frac{R}{\|A_\lambda^p(u_n)\|_{W_{-1}^p(R^l, d^l x)}} \times \\ & \times \langle L(x, u_n), \eta_j^* \rangle, \quad j = 1, \dots, n, \end{aligned}$$

де R дорівнює $\|u_n\|_{W_1^p}$ і вибирається з умови додатності правої частини нерівності (4), що завжди можливо в силу коерцитивності оператора A_λ^p . З умов (2) випливає, що система (5) задає неперервне відображення $R^n \rightarrow R^n$. Тоді за теоремою Брауера про нерухому точку в кулі $\|u\|_{L(\eta_1, \dots, \eta_n)} \leq R$ знайдеться елемент u_n , який є нерухомою точкою відображення

$$- \frac{R}{\|A_\lambda^p(u_n)\|_{W_{-1}^p}} \langle L(x, u_n), \eta_j^* \rangle, \quad j = 1, \dots, n.$$

Тому, помноживши $-\frac{R}{\|A_\lambda^p(u_n)\|_{W_{-1}^p}} \langle L(x, u_n), \eta_j^* \rangle$ на c_j^* , із врахуванням наведеного вище отримаємо

$$\begin{aligned} & - \frac{R}{\|A_\lambda^p(u_n)\|_{W_{-1}^p}} \langle L(x, u_n), u_n |u_n|^{p-2} \rangle = \\ & = \langle u_n, u_n |u_n|^{p-2} \rangle = \|u_n\|_{L^p}^p > 0. \end{aligned}$$

З іншого боку, з нерівності (4) і вибору u_n , $\lambda > \lambda_0(\varepsilon, p, \|\tilde{u}_2^\alpha(x)\|_\infty)$, $\varepsilon > 0$ маємо

$$\begin{aligned} & - \frac{R}{\|A_\lambda^p(u_n)\|_{W_{-1}^p}} \langle L(x, u_n), u_n |u_n|^{p-2} \rangle = \\ & = - \frac{R}{\|A_\lambda^p(u_n)\|_{W_{-1}^p}} \langle A_\lambda^p(u_n), u_n |u_n|^{p-2} \rangle < 0, \end{aligned}$$

що приводить до протиріччя, тобто існує елемент $u_n(x) \in L(\eta_1, \dots, \eta_n)$, який є розв'язком системи (5).

Покажемо, що послідовність розв'язків системи (5) або операторного рівняння

$$A_\lambda^p(u_n) = 0$$

слабко збігається в $W_1^p(R^l, d^l x)$ до слабкого розв'язку рівняння (1).

Дійсно, оскільки послідовність $\eta_1^*, \eta_2^*, \dots, \eta_n^*, \dots$ – система лінійно незалежних векторів у $W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$, то, відповідно, виконується інтегральна тотожність

$$\langle L(x, u_n), v \rangle \equiv 0, \quad (6)$$

де u_n – розв'язок системи (5) $\forall v \in W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$.

Поклавши в (6) $v = u_n |u_n|^{p-2}$, отримаємо оцінку

$$0 = \lambda \|u_n\|_p^p + (p-1) \langle |u_n|^{\frac{p-2}{2}} du_n \circ a \circ |u_n|^{\frac{p-2}{2}} du_n \rangle + \langle da \circ du_n, u_n |u_n|^{p-2} \rangle + \langle f, u_n |u_n|^{p-2} \rangle,$$

$$\|u_n\|_{L^p(R^l, d^l x)}^p \leq \frac{1}{\lambda - \lambda_0} \|\mu_3\|_p^p, \quad \|\nabla u_n\|_{L^p(R^l, d^l x)}^p \leq c,$$

де c – стала, що залежить від ε, p, μ_i , тобто від конкретних значень початкових параметрів.

Отже, отримано апіорну оцінку

$$\|u\|_{W_1^p(R^l, d^l x)} < C,$$

де стала C залежить від структури рівняння і необхідного вибору $\varepsilon > 0, \lambda > \lambda_0 > 0$.

Доведемо слабку збіжність послідовності $u_n(x)$ розв'язків систем (6) до слабого розв'язку рівняння (1).

Лема 1. Оператор $A_\lambda^p: W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ – хемінеперервне відображення.

Доведення. За визначенням, оператор $A_\lambda^p: W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ – хемінеперервне відображення, якщо $\forall u, w \in W_1^p$ маємо $w - \lim_{t \rightarrow 0} A_\lambda^p(u + tw) = A_\lambda^p(u)$ в нормі W_{-1}^p .

Отже, можемо написати такі оцінки:

$$\begin{aligned} & \langle A_\lambda^p(u + tw) - A_\lambda^p(u), v \rangle = \\ & = \lambda t \langle w, v \rangle + t \langle dw \circ a \circ dv \rangle + t \langle da \circ dw, v \rangle + \\ & + \langle f(x, u + tw, du + tdw) - f(x, u, du), v \rangle, \end{aligned}$$

звідки

$$\begin{aligned} & |\langle A_\lambda^p(u + tw) - A_\lambda^p(u), v \rangle| \leq \\ & \leq t(\lambda \|w\|_{L^p} \|v\|_{L^q} + K \|\nabla w\|_{L^p} \|\nabla v\|_{L^q} + \\ & + \ddot{K} \|v\|_{L^q} \|\nabla w\|_{L^p} + \langle \tilde{\mu}_1 |w| + \tilde{\mu}_2 |\nabla w|, v \rangle) \leq \\ & \leq t(\lambda \|w\|_{L^p} \|v\|_{L^q} + K \|\nabla w\|_{L^p} \|\nabla v\|_{L^q} + \\ & + \ddot{K} \|v\|_{L^q} \|\nabla w\|_{L^p} + \|\tilde{\mu}_1\|_{L^q} \|w\|_{L^p} + \\ & + \|\tilde{\mu}_2\|_{L^q} \|\nabla w\|_{L^p}) \xrightarrow{t \rightarrow 0} 0 \quad \forall u, w \in W_1^p, \forall v \in W_{1,0}^q. \end{aligned}$$

Лема доведена.

Лема 2. Оператор $A_\lambda^p: W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$, $\lambda > \lambda_0$, – акретивне відображення в L_p .

Доведення. Згідно з означенням акретивності оператор $A_\lambda^p: W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ – акретивний в L_p , якщо

$$\langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle \geq 0 \quad \forall u, v \in W_1^p.$$

Отже, враховуючи умови, маємо

$$\begin{aligned} & \langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq \lambda \langle (u - v), (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle + \\ & + \langle d(u - v) \circ a \circ d((u - v) |u - v|^{p-2}) \rangle + \\ & + \langle d \circ a \circ d(u - v), (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle + \\ & + \langle f(x, u, \nabla u), (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle - \\ & - \langle f(x, v, \nabla v), (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle \geq \\ & \geq \lambda \|u - v\|_p^p + (p-1) \times \\ & \times \left\langle |u - v|^{\frac{p-2}{2}} d(u - v) \circ a \circ |u - v|^{\frac{p-2}{2}} d(u - v) \right\rangle + \\ & + \langle da \circ d(u - v), (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle - \\ & - \langle \tilde{\mu}_1 |u - v|, (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle - \\ & - \langle \tilde{\mu}_2 |\nabla(u - v)|, (u - v) |u - v|^{p-2} \rangle \geq 0 \quad \forall u, v \in W_1^p. \end{aligned}$$

Внаслідок оцінок

$$\begin{aligned} & W = (u - v) |u - v|^{\frac{p-2}{2}}; \\ & \lambda \|W\|_2^2 + \frac{4(p-1)}{p^2} \langle dW \circ a \circ dW \rangle + \\ & + \frac{2}{p} \langle da \circ dW, W \rangle - \|\tilde{\mu}_1 W\|_2 \|W\|_2 - \\ & - \frac{2}{p} \|\tilde{\mu}_2 W\|_2 \|\nabla W\|_2 \geq \lambda \|W\|_2^2 + \\ & + \frac{u}{p^2} (p-1) \langle dW \circ a \circ dW \rangle - \\ & - \frac{1}{2} \left(\left(\varepsilon + \frac{c(\beta)}{\varepsilon} \right) \|W\|_2^2 + \frac{\beta}{\varepsilon} \|\nabla W\|_2^2 \right) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{p}\left(\left(\varepsilon + \frac{\beta}{\varepsilon}\right)\|W\|_2^2 + \frac{c(\beta)}{\varepsilon}\|W\|_2^2\right) \geq \\
 & \geq \left(\lambda - 2\frac{c(\beta)}{\varepsilon p} - \frac{1}{2}\left(\varepsilon + \frac{c(\beta)}{\varepsilon}\right)\right)\|W\|_2^2 + \\
 & + \left(\frac{4}{p^2}(p-1) - \frac{2}{p}\left(\varepsilon + \frac{\beta}{\varepsilon}\right) - \frac{\beta}{2\varepsilon}\right)\|\nabla W\|_2^2 \geq 0
 \end{aligned}$$

отримаємо

$$\langle A_\lambda^p(u) - A_\lambda^p(v), (u - v)|u - v|^{p-2} \rangle \geq 0 \quad \forall u, v \in W_1^p.$$

Лема доведена.

Оскільки послідовність $\{u_n(x)\}$ задовольняє апріорну оцінку $\|u_n\|_{W_1^p(R^l, d^l x)} < C$, то, відповідно, $u_n(x) \xrightarrow{W_1^p(R^l, d^l x)} u_0(x)$ слабо. Тому, використовуючи акретивність оператора $A_\lambda^p(\cdot): W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ в $L^p(R^l, d^l x)$, маємо

$$\forall n \in N: \langle A_\lambda^p(u_n) - A_\lambda^p(\xi),$$

$$(u_n - \xi)|u_n - \xi|^{p-2} \rangle \geq 0 \quad \forall \xi \in L(\eta_1, \dots, \eta_n). \quad (7)$$

Як відомо, при $u_n \rightarrow u_0$ слабо двоїстий до нього елемент – оператор двоїстості $u'_n = I(u_n)$ – у нашому випадку є слабо неперервним, тобто $|u_n|^{p-2} u_n \xrightarrow{L^p(R^l, d^l x)} |u_0|^{p-2} u_0$ слабо.

Тому, враховуючи тотожність (6) $\langle A_\lambda^p(u_n), v \rangle \equiv 0$ з $v = |u_n - \xi|^{p-2}(u_n - \xi)$ та переходячи до границі при $n \rightarrow \infty$ і фіксованому ξ , з (7) отримаємо

$$\langle A_\lambda^p(\xi), (u_0 - \xi)|u_0 - \xi|^{p-2} \rangle \leq 0. \quad (8)$$

Поклавши в останній нерівності $\xi = u_0 - tz$, $z \in W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$, $t \rightarrow 0$ та скоротивши обидві частини отриманої нерівності на t^{p-1} , знайдемо

$$\langle A_\lambda^p(u_0 - tz), z|z|^{p-2} \rangle \leq 0.$$

Оскільки оператор $A_\lambda^p(\cdot): W_1^p(R^l, d^l x) \rightarrow$

$W_{-1}^p(R^l, d^l x)$ хемінеперервний, а z – довільний елемент з $W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$, то, відповідно, матимемо

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \langle A_\lambda^p(u_0 - tz), z|z|^{p-2} \rangle = \langle A_\lambda^p(u_0), z|z|^{p-2} \rangle \leq 0,$$

що в силу довільності $z \in W_{1,0}^p(R^l, d^l x)$ приводить до рівності

$$\langle A_\lambda^p(u_0), z|z|^{p-2} \rangle = 0.$$

Отже, твердження доведено, причому єдиність розв'язку впливає з властивості акретивності оператора $A_\lambda^p(\cdot)$. Дійсно, покажемо, що цей розв'язок єдиний. Доводимо від супротивного. Нехай u_0 та u'_0 – два таких розв'язки. Тоді справедливі рівності

$$\langle A_\lambda^p(u_0), w \rangle = 0,$$

$$\langle A_\lambda^p(u'_0), w \rangle = 0 \quad \forall w \in W_{1,0}^p(R^l, d^l x),$$

тобто $\langle A_\lambda^p(u_0) - A_\lambda^p(u'_0), w \rangle = 0$.

Поклавши $w = (u_0 - u'_0)|u_0 - u'_0|^{p-2}$, отримаємо

$$0 = \langle A_\lambda^p(u_0) - A_\lambda^p(u'_0), (u_0 - u'_0)|u_0 - u'_0|^{p-2} \rangle \geq$$

$$\geq \left(\lambda - 2\frac{c(\beta)}{\varepsilon p} - \frac{1}{2}\left(\varepsilon + \frac{c(\beta)}{\varepsilon}\right)\right)\|W\|_2^2 +$$

$$+ \left(\frac{4}{p^2}(p-1) - \frac{2}{p}\left(\varepsilon + \frac{\beta}{\varepsilon}\right) - \frac{\beta}{2\varepsilon}\right)\|\nabla W\|_2^2 \geq 0,$$

де $W = (u_0 - u'_0)|u_0 - u'_0|^{\frac{p-2}{2}}$, $p \geq 2$, а це означає, що $u_0 = u'_0$.

Отже, теорема доведена повністю.

Висновки

Використання методу форм дало змогу довести, що рівняння (1) має єдиний розв'язок у W_1^p за умов (2).

Н.М. Кухарчук, Н.И. Яременко

О РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КВАЗИЛИНЕЙНОГО ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА ВО ВСЕМ ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ $R^l, l \geq 3$

Рассматривается существование единственного решения квазилинейного эллиптического дифференциального уравнения второго порядка во всем евклидовом пространстве $R^l, l \geq 3$.

M.M. Kukharchuk, M.I. Yaremenko

ON SOLVABILITY OF THE SECOND-ORDER QUASI-LINEAR ELLIPTIC EQUATIONS ON THE EUCLIDEAN SPACE $R^l, l \geq 3$

The paper under consideration is devoted to investigation of the second-order quasi-linear elliptic equations with slowly increasing coefficients on the euclidean space $R^l, l \geq 3$.

1. *Кухарчук М.М.* Про розв'язність квазілінійних еліптичних рівнянь другого порядку в R^l // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2004. – № 2. – С. 145–158 .
2. *Кухарчук М.М., Яременко М.І.* Про розв'язність ква-

зілінійного еліптичного рівняння другого порядку з нелінійністю типу кулонівського потенціалу // Там же. – 2007. – № 6. – С. 151–155.

Рекомендована Радою фізико-математичного факультету НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
1 жовтня 2007 року

УДК 517.927.8

П.Ф. Самусенко

АСИМПТОТИЧНЕ ІНТЕГРУВАННЯ СИСТЕМ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ВИРОДЖЕННЯМ У ТОЧЦІ

Вступ

Дослідження властивостей розв'язку задачі Коші

$$B(t)\frac{dx}{dt} = f(x, t), \quad t \in [0; T],$$

$$x(0) = x_0,$$

де $B(t)$ – квадратна матриця n -го порядку, а $f(x, t)$ – n -вимірний вектор-функція, проведено в праці Ю.Є. Боярінцева, В.О. Данілова, А.А. Логінова, В.Ф. Чистякова [1, с. 159–179], де вектор x_0 вибирався спеціальним чином і вимагалось виконання критерію “ранг–ступінь”.

А.М. Самойленком і В.П. Яковцем знайдено достатні умови зведення лінійної системи

$$B(t)\frac{dx}{dt} = A(t)x, \quad t \in [0; T],$$

до центральної канонічної форми, що дозволило для цієї системи ввести поняття розв'язку типу Коші і знайти умови розв'язності відповідної початкової задачі [2, с. 53–74].

У комплексній області розв'язок задачі Коші розглядався в праці [3].

Асимптотичні розв'язки нелінійної системи диференціальних рівнянь з виродженням

$$\varepsilon B(t)\frac{dx}{dt} = A(t)x + \varepsilon f(x, t, \varepsilon), \quad t \in [0; T],$$

$$x(0, \varepsilon) = x_0, \quad \varepsilon \in (0; \varepsilon_0], \quad \varepsilon_0 \ll 1,$$

у випадку, коли ранг матриці $B(t)$ на відрізку $[0; T]$ змінюється, побудовано в [4, 5]. При цьому вимагалось, щоб

$$B(0) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & E_{n-1} \end{pmatrix} \text{ або } B(0) = \begin{pmatrix} J_p & 0 \\ 0 & E_{n-p} \end{pmatrix},$$

де E_i – одинична матриця i -го порядку; J_p – квадратна матриця p -го порядку, компоненти верхньої наддіагоналі якої дорівнюють одиниці, решта – нулю.

Сингулярно збурені системи лінійних диференціальних рівнянь з особливою точкою розглядались у працях [6, 7], де розроблено алгоритм побудови асимптотичного розв'язку зазначеної системи з певними, наперед заданими, властивостями. При цьому відповідні формальні розвинення будувались за степенями добутку двох величин: незалежної змінної та малого параметра. Аналогічні результати для нелінійних сингулярно збурених систем одержано в працях [8, 9].

Постановка задачі

У даній статті побудовано розв'язок $x = x(t, \varepsilon)$ системи сингулярно збурених диференціальних рівнянь за умови змінного рангу матриці $B(t)$ на відрізку $[0; T]$ і наявності точок повороту.

Побудова розв'язку задачі Коші

Розглянемо систему збурених диференціальних рівнянь

$$\varepsilon B(t)\frac{dx}{dt} = f(x, t, \varepsilon), \quad t \in [0; T], \quad (1)$$

$$x(0, \varepsilon) = x_0. \quad (2)$$

Нехай виконуються такі умови:

1) елементи матриці $B(t)$ нескінченно диференційовні на відрізку $[0; T]$;

2) вектор-функція $f(x, t, \varepsilon)$ має нескінченну кількість неперервних частинних похідних по всіх змінних на множині

$$G = \{(x, t, \varepsilon): \|x\| \leq a,$$

$$0 \leq t \leq T, \quad 0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_0\}, \quad \|x_0\| < a;$$

3) рівняння $f(x, t, 0) = 0$ на множині $D = \{(x, t): \|x\| \leq a, 0 \leq t \leq T\}$ має неперервний розв'язок $x = \varphi(t)$;

4) в'язка матриць $f_x(\varphi(0), 0, 0) - \lambda B(0)$, де $f_x(\varphi(0), 0, 0)$ – квадратна матриця n -го порядку, стовпцями якої є $\left. \frac{\partial f_i(x, t, 0)}{\partial x_j} \right|_{(x, t) = (\varphi(0), 0)}$, $i, j =$

$\overline{1, n}$, регулярна, має $n-1$ простих “скінченних” і один “нескінченний” елементарних дільників;

5) $\text{Re}\lambda_i < 0$, $i = \overline{1, n-1}$, де λ_i – власні значення матриці $f_x(\varphi(0), 0, 0)$ відносно $B(0)$.

З умови 4 випливає існування неособливих матриць P і Q , таких, що

$$Pf_x(\varphi(0), 0, 0)Q = \Omega, \quad PB(0)Q = H,$$

де

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & W \end{pmatrix}; \quad H = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & E_{n-1} \end{pmatrix};$$

$$W = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{n-1}\}.$$

Зробимо в системі (1) заміну $x(t, \varepsilon) = Qy(t, \varepsilon)$ і домножимо її обидві частини зліва на P . Дістанемо

$$\varepsilon D(t) \frac{dy}{dt} = g(y, t, \varepsilon), \quad (3)$$

де $g(y, t, \varepsilon) = Pf(Qy, t, \varepsilon)$; $D(t) = PB(t)Q$.

Початкова умова (2) при цьому набуде вигляду

$$y(0, \varepsilon) = Q^{-1}x_0 \equiv y_0. \quad (4)$$

Розв'язок задачі (3), (4) шукатимемо у вигляді

$$y(t, \varepsilon) = \bar{y}(t, \varepsilon) + \Pi y(\tau, \varepsilon), \quad (5)$$

де $\bar{y}(t, \varepsilon) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \bar{y}_i(t)$ – регулярний ряд; $\Pi y(\tau, \varepsilon) =$

$= \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \Pi_i y(\tau)$ – примежевий ряд; $\tau = \frac{t}{\varepsilon}$ [10, с. 48].

Підставимо ряд (5) в систему (3)

$$\varepsilon D(t) \frac{d\bar{y}}{dt} + D(\varepsilon\tau) \frac{d\Pi y}{d\tau} = g(\bar{y} + \Pi y, t, \varepsilon) \quad (6)$$

і запишемо $g(\bar{y} + \Pi y, t, \varepsilon)$ у такому вигляді:

$$g(\bar{y}(t, \varepsilon) + \Pi y(\tau, \varepsilon), t, \varepsilon) = g(\bar{y}(t, \varepsilon), t, \varepsilon) +$$

$$+ (g(\bar{y}(\varepsilon\tau, \varepsilon) + \Pi y(\tau, \varepsilon), \varepsilon\tau, \varepsilon) - g(\bar{y}(\varepsilon\tau, \varepsilon), \varepsilon\tau, \varepsilon)) \equiv$$

$$\equiv \bar{g}(t, \varepsilon) + \Pi g(\tau, \varepsilon).$$

Зобразимо вектор-функції $\bar{g}(t, \varepsilon)$ і $\Pi g(\tau, \varepsilon)$ у вигляді формальних рядів за степенями ε :

$$\bar{g}(t, \varepsilon) = g(\bar{y}(t, \varepsilon), t, \varepsilon) = g(\bar{y}_0(t), t, 0) +$$

$$+ \varepsilon(\bar{g}_y(t)\bar{y}_1(t) + g_1(t)) + \dots +$$

$$+ \varepsilon^i(\bar{g}_y(t)\bar{y}_i(t) + g_i(t)) + \dots \equiv \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \bar{g}_i(t),$$

де елементи матриці $\bar{g}_y(t) = \left(\frac{\partial g_i}{\partial y_j} \right)_1^n$ обчислюються в точці $(\bar{y}_0(t), t, 0)$, а вектори $\bar{g}_i(t)$ від-

повідним чином виражаються через $\bar{y}_k(t)$, $k < i$;

$$\Pi g(\tau, \varepsilon) =$$

$$= g(\bar{y}(\varepsilon\tau, \varepsilon) + \Pi y(\tau, \varepsilon), \varepsilon\tau, \varepsilon) - g(\bar{y}(\varepsilon\tau, \varepsilon), \varepsilon\tau, \varepsilon) =$$

$$= g(\bar{y}_0(0) + \Pi_0 y(\tau), 0, 0) - g(\bar{y}_0(0), 0, 0) +$$

$$+ \varepsilon(g_y(\tau)\Pi_1 y(\tau) + G_1(\tau)) + \dots +$$

$$+ \varepsilon^i(g_y(\tau)\Pi_i y(\tau) + G_i(\tau)) + \dots \equiv \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \Pi g_i(\tau),$$

де елементи матриці $g_y(\tau)$ обчислюються в точці $(\bar{y}_0(0) + \Pi_0 y(\tau), 0, 0)$, а вектори $G_i(\tau)$ відповідним чином виражаються через $\Pi_k y(\tau)$, $k < i$.

Аналогічно запишемо матрицю $D(t)$:

$$D(\varepsilon\tau) = \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i \frac{1}{i!} \frac{d^i D(0)}{dt^i} \tau^i.$$

У системі (6) зрівняємо окремо вирази, що залежать від t і τ :

$$\varepsilon D(t) \frac{d\bar{y}}{dt} = \bar{g}(t, \varepsilon), \quad (7)$$

$$D(\varepsilon\tau) \frac{d\Pi y}{d\tau} = \Pi g(\tau, \varepsilon). \quad (8)$$

У тотожностях (7), (8) зрівняємо коефіцієнти біля однакових степенів ε . Зокрема, біля ε^0 матимемо

$$g(\bar{y}_0(t), t, 0) = 0, \quad (9)$$

$$H \frac{d\Pi_0 y}{d\tau} =$$

$$= g(\bar{y}_0(0) + \Pi_0 y(\tau), 0, 0) - g(\bar{y}_0(0), 0, 0). \quad (10)$$

Згідно з припущенням 3, система (9) має розв'язок $\bar{y}_0(t) = Q^{-1}\varphi(t)$. Тому система (10) набуде вигляду

$$H \frac{d\Pi_0 y}{d\tau} = g(\bar{y}_0(0) + \Pi_0 y(\tau), 0, 0). \quad (11)$$

Надалі припускатимемо виконання ще й таких умов:

6) $\bar{y}_{01}(0) = y_{01}$, де $\bar{y}_{01}(0)$ і y_{01} – перші компоненти векторів $\bar{y}_0(0)$ і y_0 , відповідно;

7) $g_1(y, t, \varepsilon)$ не містить y_2, y_3, \dots, y_n .

Тоді система (11) має розв'язок $\Pi_0 y = \Pi_0 y(\tau)$, $\tau \geq 0$, такий, що виконується умова

$\bar{y}_0(0) + \Pi_0 y(0) = y_0$, причому $\Pi_{01} y(\tau) \equiv 0, \tau \geq 0$, і $\|\Pi_{02} y(\tau)\| \leq c_0 \exp(-\beta_0 \tau), \tau \geq 0, \beta_0 > 0$ [10, с. 65] ($\Pi_{01} y(\tau)$ – перша компонента вектор-функції $\Pi_0 y(\tau)$; $\Pi_{02} y(\tau)$ – $(n - 1)$ -вимірна вектор-функція, що містить решту компонент $\Pi_0 y(\tau)$).

Нехай виконується і така умова:

$$8) \max_{t \in [0; T]} \|\varphi(t)\| + \sup_{t \in [0; T]} \|\mathcal{Q}\Pi_0 y(t/\varepsilon)\| \leq a_0 < a.$$

Зрівнюючи в (7) і (8) коефіцієнти біля $\varepsilon^k, k \geq 1$, дістаємо

$$D(t) \frac{d\bar{y}_{k-1}}{dt} = \bar{g}_y(t) \bar{y}_k(t) + g_k(t), \quad (12)$$

$$\begin{aligned} H \frac{d\Pi_k y}{d\tau} &= \\ &= g_y(\tau) \Pi_k y(\tau) + G_k(\tau) - \\ &- \sum_{i=1}^k \frac{\tau^i}{i!} \frac{d^i D(0)}{dt^i} \frac{d\Pi_{k-i} y(\tau)}{d\tau}. \end{aligned} \quad (13)$$

З умов 4, 5 випливає, що $\det \bar{g}_y(t) \neq 0, t \in [0; t_0], t_0 \leq T$. Тому

$$\bar{y}_k(t) = (\bar{g}_y(t))^{-1} \left(D(t) \frac{d\bar{y}_{k-1}}{dt} - g_k(t) \right), \quad k = 1, 2, \dots$$

Із системи (13) дістаємо

$$\Pi_{k1} y(\tau) = \sum_{i=1}^k \frac{\tau^i}{i!} \sum_{s=1}^n \frac{d^i \{D(0)\}_{1s}}{dt^i} \frac{d\{\Pi_{k-i} y(\tau)\}_s}{d\tau} - G_{k1}(\tau)$$

і

$$\frac{d\Pi_{k2} y}{d\tau} = W \Pi_{k2} y(\tau) + G_{k2}(\tau) - a_{k2}(\tau), \quad (18)$$

де $a_{k2}(\tau)$ – $(n - 1)$ -вимірна вектор-функція, компонентами якої є останні $n - 1$ компонент $(g_y(\tau) - \Omega) \Pi_k y(\tau) + \sum_{i=1}^k \frac{\tau^i}{i!} \frac{d^i D(0)}{dt^i} \frac{d\Pi_{k-i} y(\tau)}{d\tau}$.

Нехай

$$\bar{y}_k(0) + \Pi_k y(0) = 0. \quad (15)$$

Вимагатимемо, щоб

$$\bar{y}_{k1}(0) + \Pi_{k1} y(0) = 0, \quad k \geq 1. \quad (16)$$

Початкову умову для розв'язку системи (14) знайдемо з рівності (15):

$$\Pi_{k2} y(0) = -\bar{y}_{k2}(0). \quad (17)$$

Зауважимо, що

$$\|\Pi_k y(\tau)\| \leq c_k \exp(-\beta_k \tau), \quad k \geq 1, \tau \geq 0,$$

$\beta_k > 0$ [10, с. 57–65].

Достатньою умовою виконання (20) є умова:

$$9) \frac{\partial^k g_1(y_0, 0, 0)}{\partial \varepsilon^k} = 0, \quad k = 1, 2, \dots \quad [4].$$

Покажемо, що побудований формальний розв'язок є рівномірним асимптотичним розвиненням “точного” розв'язку задачі (1), (2) на відріжку $[0; t_0]$.

Нехай $\varphi_i, i = \overline{1, n-1}$, – власні вектори матриці Ω відносно H , а $\tilde{\varphi}$ – власний вектор матриці H , що відповідає її нульовому власному значенню.

Позначимо $\psi_i, i = \overline{1, n-1}$, елементи нуль-простору матриць $(\Omega - \lambda_i H)^*$, а $\tilde{\psi}$ – елемент нуль-простору матриці H^* . Вектори $\psi_i, i = \overline{1, n-1}$, та $\tilde{\psi}$ визначимо так, щоб виконувалися рівності

$$(H\varphi_i, \psi_j) = \delta_{ij}, \quad i, j = \overline{1, n-1}, \quad (\Omega\tilde{\varphi}, \tilde{\psi}) = 1,$$

де δ_{ij} – символ Кронекера [2, с. 32].

Зауважимо, що вектори $\varphi_i, i = \overline{1, n-1}, \tilde{\varphi}$ і $\psi_i, i = \overline{1, n-1}, \tilde{\psi}$ лінійно незалежні на відріжку $[0; T]$.

Запишемо систему (3) у такому вигляді:

$$\varepsilon H \frac{dy}{dt} = \Omega y + h(y, t, \varepsilon), \quad (18)$$

де $h(y, t, \varepsilon) = g(y, t, \varepsilon) - \Omega y + \varepsilon(H - D(t)) \frac{dy}{dt}$.

Однорідна система

$$\varepsilon H \frac{dy}{dt} = \Omega y$$

має $n - 1$ формальних лінійно незалежних розв'язків

$$y_i(t, \varepsilon) = u_i(\varepsilon) \exp\left(\frac{t}{\varepsilon} \lambda_i(\varepsilon)\right), \quad i = \overline{1, n-1},$$

де $u_i(\varepsilon)$ – n -вимірні вектори, а $\lambda_i(\varepsilon)$ – скалярні функції, причому

$$u_i(\varepsilon) = \varphi_i + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k u_k^{(i)}, \quad \lambda_i(\varepsilon) = \lambda_i + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^k \lambda_k^{(i)}. \quad (19)$$

У системі (18) покладемо

$$y(t, \varepsilon) = z(t, \varepsilon) + y_m(t, \varepsilon),$$

де $y_m(t, \varepsilon) = \sum_{s=0}^m \varepsilon^s (\bar{y}_s(t) + \Pi_s y(\tau))$. Матимемо

$$\varepsilon H \frac{dz}{dt} = \Omega z + l(z, t, \varepsilon), \quad (20)$$

де $l(z, t, \varepsilon) = g(y_m(t, \varepsilon) + z, t, \varepsilon) - \Omega z - \varepsilon D(t) \frac{dy_m(t, \varepsilon)}{dt} + \varepsilon(H - D(t)) \frac{dz}{dt}$. Зазначимо, що $\|l(0, t, \varepsilon)\| = O(\varepsilon^{m+1})$ для всіх $t \in [0; t_0]$.

Доведемо існування розв'язку $z = z(t, \varepsilon)$ системи (20), такого, що $z(0, \varepsilon) = 0$.

Для цього складемо квадратні матриці n -го порядку

$$Q_1(\varepsilon) = [U_m(\varepsilon), \tilde{\varphi}], \quad P_1 = [\Psi, \tilde{\Psi}]^*,$$

де $U_m(\varepsilon)$ – прямокутна $(n \times (n-1))$ -матриця, утворена з виразів (19), обриванням їх на $(m+1)$ -му члені:

$$U_m(\varepsilon) = [u_1^{(m)}(\varepsilon), \dots, u_{n-1}^{(m)}(\varepsilon)], \quad \Psi = [\psi_1, \dots, \psi_{n-1}].$$

Зробимо в системі (20) заміну $z(t, \varepsilon) = Q_1(\varepsilon)v(t, \varepsilon)$ і домножимо її обидві частини зліва на P_1 :

$$\varepsilon P_1 H Q_1 \frac{dv}{dt} =$$

$$= P_1 L Q_1 v + P_1 l(Q_1 v, t, \varepsilon) \left(L = \Omega - \varepsilon H \frac{d}{dt} \right)$$

або

$$\varepsilon \begin{pmatrix} \Psi^* H U_m & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \frac{dv}{dt} = \begin{pmatrix} \Psi^* L U_m & \Psi^* L \tilde{\varphi} \\ \tilde{\Psi}^* L U_m & \tilde{\Psi}^* L \tilde{\varphi} \end{pmatrix} v + P_1 l(Q_1 v, t, \varepsilon). \quad (21)$$

За побудовою

$$\Psi^* H U_m(0) = \|(H \varphi_i, \Psi_j)\|_1^{n-1} = E_{n-1},$$

$$\tilde{\Psi}^* L U_m = 0, \quad \Psi^* L \tilde{\varphi} = 0$$

і

$$L U_m(\varepsilon) = H U_m(\varepsilon) \Lambda_m(\varepsilon) + \varepsilon^{m+1} K_1(\varepsilon),$$

де $\Lambda_m(\varepsilon) = \text{diag}\{\lambda_1^{(m)}(\varepsilon), \dots, \lambda_{n-1}^{(m)}(\varepsilon)\}$; $K_1(\varepsilon)$ – прямокутна $(n \times (n-1))$ -матриця [4].

Таким чином, система (21) набуде вигляду

$$\varepsilon R(t, \varepsilon) \frac{dv}{dt} = F(\varepsilon)v + r(v, t, \varepsilon), \quad (22)$$

$$R(t, \varepsilon) = R_0(t, \varepsilon) + R_1(t, \varepsilon),$$

$$R_0(t, \varepsilon) = \begin{pmatrix} \Psi^* H U_m(\varepsilon) & 0 \\ 0 & \tilde{\Psi}^* D(t) \tilde{\varphi} \end{pmatrix},$$

$$R_1(t, \varepsilon) = \begin{pmatrix} \Psi^*(D(t) - H)U_m(\varepsilon) & \Psi^* D(t) \tilde{\varphi} \\ \tilde{\Psi}^* D(t)U_m(\varepsilon) & 0 \end{pmatrix},$$

$$F(\varepsilon) = F_0(\varepsilon) + F_1(\varepsilon),$$

$$F_0(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \Psi^* H U_m(\varepsilon) \Lambda_m(\varepsilon) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

$$F_1(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \varepsilon^{m+1} \Psi^* K_1(\varepsilon) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$r(v, t, \varepsilon) =$$

$$= P_1 \left(g(Q_1 v + y_m, t, \varepsilon) - \Omega Q_1(\varepsilon)v - \varepsilon D(t) \frac{dy_m}{dt} \right).$$

Нехай мають місце умови:

10) $\{D(t)\}_{11} = t d_{11}(t)$, причому $\text{Re} d_{11}(0) < 0$;

11) $|\{D(t)\}_{1i}| + |\{D(t)\}_{j1}| = O(t^2)$, $t \in [0; t_0]$, $i, j = \overline{2, n}$.

Тоді для системи (22) на відрізку $[0; t_0]$ існує єдиний розв'язок $v = v(t, \varepsilon)$, такий, що $v(0, \varepsilon) = 0$ і $\|v(0, \varepsilon)\| = O(\varepsilon^m)$ [4], тобто має місце така теорема

Теорема. Нехай виконуються умови 1–11.

Тоді для всіх $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_1 \leq \varepsilon_0$ на відрізку $[0; t_0]$ існує єдиний розв'язок $x = x(t, \varepsilon)$ задачі (1), (2), такий, що

$$\|x(t, \varepsilon) - x_m(t, \varepsilon)\| = O(\varepsilon^m),$$

де $x_m(t, \varepsilon) = Q y_m(t, \varepsilon)$.

Висновки

Результати, наведені в статті, є узагальненням теорем про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для сингулярно збурених нелінійних систем диференціальних рівнянь за умови змінного рангу матриці біля похідних на роз-

глядуваному відрізьку. Розроблений алгоритм асимптотичного інтегрування задачі Коші можна використати для розв'язання аналогічних

задач для сингулярно збурених систем інтегро-диференціальних рівнянь, рівнянь із запізненням, рівнянь з імпульсним впливом тощо.

П.Ф. Самусенко

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ СИСТЕМ СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ВЫРОЖДЕНИЕМ В ТОЧКЕ

С использованием метода пограничных функций построено решение задачи Коши сингулярно возмущенной системы дифференциальных уравнений с вырождением в точке.

P.F. Samusenko

THE ASYMPTOTICAL INTEGRATION OF THE SINGULARLY PERTURBED SYSTEMS OF DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH DEGENERATION IN A POINT

The study under consideration provides the insights into the solution of the initial-value problem of the singularly perturbed systems of differential equations with degeneration in a point, using the method of boundary functions.

1. *Бояринцев Ю.Е., Данилов В.А., Логинов А.А., Чистяков В.Ф.* Численные методы решения сингулярных систем. – Новосибирск: Наука. Сиб. отд., 1989. – 224 с.
2. *Самойленко А.М., Шкіль М.І., Яковець В.П.* Лінійні системи диференціальних рівнянь з виродженнями. – К.: Вища шк., 2000. – 294 с.
3. *Самкова Г.Е., Шарай Н.В.* Об исследовании некоторой полувяной системы дифференциальных уравнений в случае переменного пучка матриц // Нелінійні коливання. – 2002. – 5, № 2. – С. 224–236.
4. *Самусенко П.Ф.* Про побудову асимптотичних розв'язків нелінійної сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь з виродженням // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2006. – № 1. – С. 144–150.
5. *Самусенко П.Ф.* Асимптотичне інтегрування сингулярно збурених систем диференціальних рівнянь з виродженням // Там же. – № 3. – С. 139–147.
6. *Iwano M.* Asymptotic Solutions of a System of Linear Ordinary Differential Equations Containing a Small Parameter, II // *Funkcialaj Ekvacioj.* – 1964. – 6. – P. 89–141.
7. *Sibuya R.* Simplification of a System of Linear Ordinary Differential Equations about a Singular Point // *Ibid.* – 1962. – 4. – P. 29–56.
8. *Balsler W., Mozo-Fernandez J.* Multisummability of formal solutions of singular perturbation problems // *J. Differential Equations.* – 2002. – 183. – P. 526–545.
9. *Canalis-Durand M., Mozo-Fernandez J., Schafke R.* Monomial summability and doubly singular differential equations // *Ibid.* – 2007. – 233. – P. 485–511.
10. *Васильева А.Б., Бутузов В.Ф.* Асимптотические разложения решений сингулярно возмущенных уравнений. – М.: Наука, 1973. – 272 с.

Рекомендована Радою фізико-математичного факультету НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
10 квітня 2007 року

РЕФЕРАТИ

УДК 320.332.336

Портфельна конкурентна модель ринку акцій з біваріативною функцією корисності / Кишакевич Б.Ю., Прикарпатський А.К., Твердохліб І.П. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 5–10.

Запропоновано нову конкурентну модель ринку акцій у середовищі банківського портфеля з біваріативною функцією корисності в умовах цейтнот-біржової поведінки клієнтів-покупців. Розвинуто метод асоційованих марковських процесів для знаходження оптимальної стратегії вибору найбільш цінного пакета акцій. Отримано алгебричне рівняння, що визначає оптимальну стратегію вибору найціннішого для покупця пакета акцій на підставі порівняння їх корисності з використанням двох критеріїв при наявності конкуренції з боку інших клієнтів. Зокрема, при певних умовах на так званий банківський промоційний параметр щодо параметра “штрафу” за пропущену транзакцію купівлі акцій при асимптотично значному обсязі портфеля банку виведено універсальне трансцендентне рівняння для знаходження оптимальної стратегії вибору найпривабливішого пакета акцій потенційним покупцем.

Табл. 1. Бібліогр.: 7 назв.

УДК 330.46+519.866

Оптимізація рекламної діяльності страхової компанії з позиції гарантованого виграшу / Дзюбан І.Ю., Капустян В.О. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 11–15.

Досліджено модель діяльності страхової компанії, яка враховує витрати на рекламу страхових послуг. Наведений алгоритм дає можливість розрахувати на конкретному наборі початкових даних страхової фірми гарантований виграш у кінці рекламної кампанії.

Лл. 3. Бібліогр.: 6 назв.

УДК 621.317.365

Низькочастотне розширення діапазону роботи магніторезистивного вимірювального перетворювача активної потужності середніх частот / Вунтесмері Вал.С., Витяганець А.І. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 16–19.

Показано, що стала складова продетектованого магніторезистивним перетворювачем сигналу пропорційна активній потужності в лінії передачі. Досліджено моделі комутаторів струму і напруги на симисторах.

Лл. 2. Бібліогр.: 3 назви.

УДК 541.451

Широкопasmові еталонні випромінювачі для УФ-області на основі карбиду кремнію / Генкін О.М., Генкіна В.К., Герасимчук М.Д., Гермаш Л.П., Неводовський П.В. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 20–26.

Досліджено вплив мікроплазмової структури, робочої напруги, температури на ультрафіолетову компоненту спектрального розподілу квантового виходу світлодіодів на основі SiC-6H і SiC-15R, що працюють у режимі електричного пробою. Виявлено закономірний зв'язок характеристик зразків із властивостями вихідних кристалів та мікроплазмовою структурою пробою. Отримані результати свідчать про можливість розширення діапазону стабільної роботи приладів в ультрафіолетову область до 250 нм.

Лл. 8. Бібліогр.: 7 назв.

УДК 621.391

Застосування нейронної мережі для пошуку об'єктів на зображенні / Дзюба В.Г. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 27–33.

Наведено варіант розв'язання задачі пошуку різних класів об'єктів на зображенні за допомогою нейронних мереж. Експериментально доведено, що нейронна мережа з високою точністю та надійністю здатна здійснювати пошук котушок індуктивності, автомобільних номерних знаків та очей на зображенні.

Лл. 8. Бібліогр.: 14 назв.

УДК 621.372.061

Нормальне дискретне перетворення з дійсним ядром сигналу довільної форми / Ніжебецька Ю.Х., Рибін О.І., Ткачук А.П., Шарпан О.Б. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 34–40.

Запропоновано метод формування дискретного ортогонального перетворення, названого нормальним, при якому спектр перетворення для тестового сигналу довільної форми буде містити тільки одну ненульову трансформанту.

Лл. 6. Бібліогр.: 11 назв.

УДК 628.5.66.002.8

Дослідження температурного поля в дисперсних багатофазних системах / Корнієнко Я.М., Дорошенко Д.В., Філінков А.С., Магазій П.М. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 41–45.

Досліджено температурне поле при проведенні процесу granulації в апараті з псевдозрідженим шаром. Встановлено основні закономірності його зміни. Запропоновано нову методику вимірювання і обробки отриманих даних.

Лл. 3. Бібліогр.: 2 назви.

УДК 532.57

Швидкості в примежовому шарі над пластиною з напівциліндричним заглибленням / Турик В.М., Бабенко В.В., Воскобійник В.А., Воскобійник А.В. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 46–54.

В аеродинамічній трубі відкритого типу проведено термоанемометричні вимірювання поля швидкості над пластиною з локальним заглибленням. Дослідження виконано для ламінарного та турбулентного режимів обтікання в діапазоні чисел Рейнольдса за довжиною пластини (від її початку до місцезнаходження заглиблення) $4 \cdot 10^4 - 7 \cdot 10^5$. Наведено профілі осередненої поздовжньої швидкості уздовж пластини та над заглибленням. Встановлено області гальмування, прискорення та нестійкості течії, що викликають істотні зміни в структурі примежового шару перед заглибленням і особливо за ним. Показано, що із зростанням швидкості обтікання вплив цих областей поширюється на всю товщину примежового шару.

Лл. 4. Бібліогр.: 19 назв.

УДК 62-50

Формування портфеля хедж-фондів з використанням квадратичної апроксимації функції втрат / Бідюк П.І., Литинська А.Ю. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 55–61.

Побудовано модель оптимізаційної задачі для знаходження портфеля хедж-фондів. Виконано аналіз використання квадратичної і лінійної функції втрат при формуванні портфелів. Досліджено вплив типу функції на поведінку довільних мір ризику та на загальну прибутковість портфеля. Отримані результати дозволяють оцінити обґрунтованість використання квадратичної апроксимації для поставленої задачі.

Лл. 3. Табл. 3. Бібліогр.: 9 назв.

УДК 004.89+519.812

Прийняття рішень на базі досвіду як підхід до подолання фактора суб'єктивності / Гриша С.М., Гнатенко Н.С. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 4. – С. 62–75.

Запропоновано новий підхід до подолання фактора суб'єктивності в процесі підтримки прийняття рішень, що базується на аналізі попереднього досвіду з прийняття рішень. Досліджено основні методи прийняття рішень на основі досвіду, зокрема методи прийняття рішень за прецедентами, ідентифікації розв'язувальних правил та функції-індикатора переваг; розглянуто їх схильність до впливу фактора суб'єктивності та можливості розв'язання проблеми. Сформульовано основні принципи подолання фактора суб'єктивності на базі досвіду та реалізовано їх у новому методі підтримки прийняття рішень на основі ідентифікації функції-індикатора переваг PRIOL.

Табл. 2. Бібліогр.: 25 назв.

УДК 004.75

Дослідження засобів і розробка технології продукування інформаційних ресурсів / Масляк П.П., Лісов П.М. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 4. – С. 76–89.

Розглянуто застосування прикладного системного аналізу і компонентного процесу розробки інформаційних ресурсів інформаційно-комунікаційних систем, досліджено визначення, класифікація та характеристики ресурсів, зроблено огляд основних типів ресурсів та їх інтероперабельності. Запропоновано спосіб продукування інформаційного ресурсу на базі компонентного підходу. Наведено результати застосування технології до розробки інформаційного ресурсу Державної податкової адміністрації України.

Лл. 4. Табл. 2. Бібліогр.: 35 назв.

УДК 519.095

Дослідження складності задачі довизначення часткових монотонних булевих функцій / Сапоженко О.А., Махіна Г.А. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 4. – С. 90–93.

Розглянуто задачу побудови тупикових довизначень часткових монотонних булевих функцій і показано, що вона є *NP*-повною. Доведено *NP*-повноти проводиться зведенням задачі покриття множин до задачі пошуку оптимального довизначення.

Бібліогр.: 8 назв.

УДК 655.3.022.11

Особливості застосування металізованих фарбових плівок поліграфічного призначення / Киричок П.О., Роїк Т.А., Морозов А.С., Савченко К.І. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 4. – С. 94–98.

Узагальнено найбільш вірогідні теоретичні дані кінетики формування структури металізованих плівок. Показано доцільність використання металевих частинок при виробництві металізованих фарб, їх вплив на формування міжфазного шару та кінцеві характеристики покриття.

Бібліогр.: 9 назв.

УДК 661.74:669.14.046.554

Фазово-структурний склад і механічні властивості сплаву АЦ4Мг з домішками заліза та берилію / Кулініч А.А., Рябініна О.О., Доній О.М., Котляр С.М. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 4. – С. 99–102.

Досліджено вплив берилію на фазово-структурний склад і механічні властивості сплаву АЦ4Мг із вмістом заліза 0,5%. У цьому сплаві встановлено оптимальний вміст берилію, що забезпечує утворення більш компактною залізовмісної фази та підвищення рівня механічних властивостей.

Лл. 1. Табл. 2. Бібліогр.: 5 назв.

УДК 539.216.2:661.685

Фазоутворення у плівковій композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм) на монокристалічному кремнії орієнтації (001) / Макогон Ю.М., Сидоренко С.І., Павлова О.П., Вербицька Т.І. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 4. – С. 103–107.

Методами рентгенівської дифракції, растрової електронної мікроскопії і резистометрії досліджені твердотільні реакції в плівковій композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм) на монокристалічному кремнії орієнтації (001). Досліджувану плівкову композицію отримано послідовним електронно-променевим осадженням шарів елементів у вакуумі не нижче 10⁻⁴ Па без розвакуування на підкладку кремнії з шаром оксиду на поверхні. Вакуумні відпали зразків проводились у температурному інтервалі 770–1170 К протягом однієї години. Встановлено, що перша силіцидна фаза міді Cu₁₅Si₄ формується після відпалу при температурі 970 К, а відпал при 1070 К супроводжується утворенням потрійної сполуки CuTiSi і TiSi₂.

Лл. 3. Бібліогр.: 8 назв.

УДК 621.762+669.056.9+669.24.71.849+620.17

Дослідження впливу магнітного поля на структуру NiAl–Re-матеріалів за допомогою Фур'є-спектроскопії / Олікер В.Ю., Гридасова Т.Я., Єлісеєва О.М., Сироватка В.Л. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 4. – С. 108–114.

Проаналізовано вплив магнітно-абразивної обробки, а також обробки тільки в магнітному полі на зміну структури матеріалів за допомогою Фур'є-спектроскопії. Встановлено, що структура досліджуваних матеріалів після їх обробки стає більш дрібнодисперсною з чіткою орієнтацією напружень по границях структурних складових.

Лл. 5. Табл. 2. Бібліогр.: 13 назв.

УДК 621.791

Методика контролю якості джерел живлення для дугового зварювання із застосуванням штучних нейронних мереж / Скачков І.О., Шевченко М.В. // Наукові вісті НТУУ "КПІ". – 2008. – № 4. – С. 115–121.

Проведено контроль якості джерел живлення шляхом порівняння їх статичних і динамічних характеристик з харак-

теристиками еталона. За допомогою штучних нейронних мереж проведено пошук несправностей джерел живлення. Встановлено можливість оцінки технічного стану зварювального джерела живлення за його електричними параметрами.

Лл. 11. Бібліогр.: 10 назв.

УДК 541.138

Використання рівнянь полярографії для аналізу хроновольтамперограм / Рупп В.В., Вишневська Ю.П., Пашенко Н.В., Ткаленко Д.А. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 122–126.

Одержано рівняння для кількісного опису хроновольтамперограм оборотного електродного процесу, яке є модифікованим рівнянням Гейровського–Льковича, що використовується в полярографії. Показана можливість його застосування при вивченні кінетики електрохімічних процесів в іонних розплавах та водних розчинах електролітів.

Лл. 2. Бібліогр.: 5 назв.

УДК 628

Дослідження методів попередньої підготовки води з високою жорсткістю для мембранного кондиціонування / Талхі Ф. М., Макарова Н.В., Астрелін І.М., Толстопалова Н.М. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 127–131.

Досліджено методи попередньої підготовки води з високою жорсткістю та мінералізацією для її подальшого кондиціонування мембранним методом. Показано, що застосування на стадії попередньої підготовки методу іонообмінного пом'якшення води є доцільним при вмісті у воді іонів жорсткості менше 20 мг-екв/дм³. Для попередньої підготовки води з високим вмістом некарбонатної жорсткості раціональним є застосування антискалантів.

Лл. 3. Табл. 2. Бібліогр.: 12 назв.

УДК 517.98+515.164.17

Бездивергентний варіант формули Гаусса–Остроградського на нескінченновимірних многовидах / Богданський Ю.В. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 132–138.

Запропоновано варіант формули Гаусса–Остроградського на банахових многовидах з рівномірним атласом.

Бібліогр.: 11 назв.

УДК 519.21

Дослідження властивостей модифікованої оцінки дисперсії випадкової величини за вибіркою незалежних спостережень / Жуковська О.А., Глушаускене Г.А., Файнзільберг Л.С. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 139–145.

Запропоновано модифіковану оцінку, яка дає можливість обчислювати поточне значення дисперсії випадкової величини в міру накопичення незалежних спостережень. Доведено, що така оцінка, як і традиційна, є незсуненою та спроможною. Наведено результати чисельного моделювання.

Лл. 1. Бібліогр.: 11 назв.

УДК 517.947

Про розв'язність одного квазілінійного еліптичного диференціального рівняння другого порядку у всьому евклідовому просторі R^l , $l \geq 3$ / Кухарчук М.М., Яременко М.І. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 146–151.

Розглядається існування єдиного розв'язку квазілінійного еліптичного диференціального рівняння другого порядку у всьому просторі R^l , $l \geq 3$.

Бібліогр.: 2 назви.

УДК 517.927.8

Асимптотичне інтегрування систем сингулярно збурених диференціальних рівнянь з виродженням у точці / Самусенко П.Ф. // Наукові вісті НТУУ “КПІ”. – 2008. – № 4. – С. 152–156.

З використанням методу примежевих функцій побудовано розв'язок задачі Коші сингулярно збуреної системи диференціальних рівнянь з виродженням у точці.

Бібліогр.: 10 назв.

АВТОРИ НОМЕРА

Астрелін Ігор Михайлович,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри, декан хіміко-технологічного факультету Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Бабенко Віктор Віталійович,

доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник Інституту гідромеханіки НАН України.

Бідюк Петро Іванович,

доктор технічних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Богданський Юрій Вікторович,

доктор фізико-математичних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Вербицька Тетяна Іванівна,

кандидат технічних наук, науковий співробітник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Витяганець Андрій Іванович,

аспірант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Вишневська Юлія Павлівна

аспірантка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Воскобійник Андрій Володимирович,

кандидат технічних наук, науковий співробітник Інституту гідромеханіки НАН України.

Воскобійник Володимир Анатолійович,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Інституту гідромеханіки НАН України.

Вунтесмері Валерій Семенович,

доктор технічних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Генкін Олексій Михайлович,

старший науковий співробітник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Генкіна Віра Костянтинівна,

науковий співробітник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Гераїмчук Михайло Дем’янович,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Гермаш Людмила Павлівна,

доктор технічних наук, професор, професор, заступник декана фізико-математичного факультету, завідувачка кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Глушаускене Галина Анатоліївна,

молодший науковий співробітник Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій та систем НАН України та МОН України.

Гнатенко Надія Сергіївна,

аспірантка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Гридасова Тетяна Яківна,

кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Гриша Сергій Миколайович,

доктор технічних наук, професор, професор Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Дзюба Віталій Георгійович,

асистент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Дзюбан Ірина Юріївна,

аспірантка Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Доній Олександр Миколайович,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Дорошенко Дмитро Вікторович,

магістрант Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Єлісеєва Олена Миколаївна,

аспірантка, інженер Інституту проблем матеріалознавства НАН України.

Жуковська Ольга Анатоліївна,

кандидат фізико-математичних наук, доцент Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Капустян Володимир Омелянович,

доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Киричок Петро Олексійович,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України “Київський політехнічний інститут”.

Кишакевич Богдан Юрійович,

кандидат економічних наук, доцент, завідувач кафедри Дрогобицького державного педагогічного університету ім. І. Франка.

Корнієнко Ярослав Микитович,

доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Котляр Сергій Миколайович,

аспірант Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Кулініч Андрій Альбертович,

кандидат технічних наук, старший викладач Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Кухарчук Микола Макарович,

доктор фізико-математичних наук, професор, професор Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Литинська Анна Юріївна,

аспірантка Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Ліссов Павло Миколайович,

магістрант Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Магазій Петро Миколайович,

старший викладач Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Макарова Наталія Володимирівна,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Макогон Юрій Миколайович,

доктор технічних наук, професор, провідний науковий співробітник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Маслянко Павло Павлович,

кандидат технічних наук, доцент, заступник декана факультету прикладної математики з наукової роботи Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Махіна Галина Анатоліївна,

старший викладач Таврійського національного університету ім. В.І.Вернадського.

Морозов Андрій Сергійович,

кандидат технічних наук, доцент Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Неводовський Петро Вікторович,

кандидат технічних наук, старший науковий співробітник Головної астрономічної обсерваторії НАН України.

Ніжебецька Юлія Хамідуллаївна,

студентка Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Олікер Валерій Юхимович,

доктор технічних наук, професор, завідувач відділу матеріалознавства та інженерії високостійких поверхневих шарів Інституту проблем матеріалознавства НАН України.

Павлова Олена Петрівна,

кандидат фізико-математичних наук, старший науковий співробітник Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Пашенко Наталія Вікторівна,

головний спеціаліст-експерт Центрального митного управління лабораторних досліджень та експертної роботи.

Прикарпатський Анатолій Карлович,

доктор фізико-математичних наук, професор Інституту прикладних проблем механіки та математики НАН України.

Рибін Олександр Іванович,

доктор технічних наук, професор, декан радіотехнічного факультету Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Роїк Тетяна Анатоліївна,

доктор технічних наук, професор, вчений секретар кафедри Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Рупп Віталій Володимирович,

магістрант Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Рябініна Олена Олександрівна,

молодший науковий співробітник Фізико-технологічного інституту металів і сплавів НАН України.

Савченко Катерина Ігорівна,

студентка Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Самусенко Петро Федорович,

кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова.

Сапоженко Олександр Антонович,

доктор фізико-математичних наук, професор, професор Московського державного університету ім. М.В. Ломоносова.

Сидоренко Сергій Іванович,

доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент НАН України, завідувач кафедри Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Сироватка В'ячеслав Леонідович,

кандидат технічних наук, науковий співробітник Інституту проблем матеріалознавства НАН України.

Скачков Ігор Олегович,

кандидат технічних наук, доцент, доцент Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Талхі Фудзі Мохаммед,

аспірант Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Твердохліб Іван Петрович,

кандидат економічних наук, доцент, доцент Львівського національного університету ім. І. Франка.

Ткаленко Дмитро Анатолійович,

доктор хімічних наук, провідний науковий співробітник МВЕЕ, професор Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Ткачук Андрій Петрович,

аспірант Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Толстопалова Наталія Михайлівна,

кандидат технічних наук, доцент Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Турик Володимир Миколайович,

кандидат технічних наук, доцент, доцент Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Файнзільберг Леонід Соломонович,

доктор технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Міжнародного науково-навчального центру інформаційних технологій та систем НАН України та МОН України.

Філінков Антон Сергійович,

магістр Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Шарпан Олег Борисович,

доктор технічних наук, доцент, професор Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Шевченко Микола Віталійович,

магістр (аспірант) Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

Яременко Микола Іванович,

студент Національного технічного університету України "Київський політехнічний інститут".

НАУКОВІ ВІСТІ

Національного технічного університету України
"Київський політехнічний інститут"

Науково–технічний журнал

№ 4(60)

2008

Започаткований у вересні 1997 року

Редакційна колегія:

Головний редактор
М.З. Згуровський

Заступник головного
редактора
М.Ю. Льченко

Відповідальний
секретар
П.П. Маслянко

Члени редколегії –
координатори
наукових напрямків

С.Г. Бунін,

М.І. Бобир

В.Ю. Горчаков

І.А. Дичка

О.В. Збруцький

І.В. Недін

Б.В. Новіков

О.М. Новіков

Є.М. Письменний

А.В. Праховник

Д.Ф. Чернега

О.Г. Юрченко

Ю.І. Якименко

Редакційна рада

Адреса редакції:
03056, Київ-56,
проспект Перемоги, 37,
Національний технічний
університет України
"Київський політехнічний
інститут",
Тел. 454-91-23

У номері:

Економіка та організація
виробництва

Електроніка, радіотехніка та
засоби телекомунікацій

Енергетика та енергогенеруючі
технології

Інформаційні технології,
системний аналіз та керування

Матеріалознавство
та машинобудування

Проблеми хімії та хімічної
технології

Теоретичні та прикладні
проблеми фізико-
математичних наук

Засновник – Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут”
Свідоцтво про державну реєстрацію журналу – серія КВ № 2863, видане 26 вересня 1997 року

Рекомендовано Вченою Радою Національного технічного університету України
“Київський політехнічний інститут”, протокол № 9 від 8.09.08 р.

Члени редакційної ради (за галузями науки)

Фізико-математичні науки

Математика	Фізика	Механіка	Інформатика і кібернетика
В.В. Булдигін	В.Г. Бар'яхтар	А.Е. Бабаєв	Ю.М. Данілін
Н.О. Вірченко	Ю.І. Горобець	С.О. Довгий	О.С. Макаренко
А.А. Дороговцев	В.М. Локтев	Я.Ф. Каюк	Н.Д. Панкратова
М.М. Кухарчук	С.І. Сидоренко	В.В. Матвеев	В.В. Остапенко
А.М. Самойленко	А.П. Шпак	Ю.М. Шевченко	В.М. Панін

Хімічні науки	Біологічні науки	Технічні науки	Економічні науки	
О.О. Андрійко	Л.Б. Бондаренко	В.І. Губар	О.А. Павлов	О.Ф. Балацький
І.М. Астрелін	П.І. Гвоздяк	В.С. Коваленко	М.Г. Попович	В.Г. Герасимчук
А.К. Дорош	О.М. Дуган	В.І. Костюк	В.М. Прохоренко	Є.В. Крикавський
Ю.А. Малетін	Л.А. Лившиць	Ю.Ю. Лукач	Н.С. Равська	М.П. Панченко
А.А. Фокін	С.С. Мальота	Г.М. Любчик	В.О. Румбешта	Г.К. Яловий
	В.С. Підгорський	Є.А. Мачуський	В.І. Сенько	
	Ю.М. Сиволап		В.П. Тарасенко	
	С.С. Ставська		Я.К. Трохименко	

Секретар редакції Л.Д. Калько

Редактор Т.С. Мельник

Графічний дизайн Б.В. Валуєнка
Комп'ютерна верстка О.С. Фрадіна

Підписано до друку 9.09.2008. Формат 60×84¹/₈. Папір офс. Гарнітура Times.
Спосіб друку – ризографія. Ум. др. арк. 18,60. Обл.-вид. арк. 31,68. Зам. № . Наклад 200 прим.

НТУУ “КПІ” ВПІ ВПК “Політехніка”. 03056, Київ, вул. Політехнічна, 14, корп. 15.
Тел./факс (044) 241-68-78

ЗМІСТ

Економіка та організація виробництва

Кишакевич Б.Ю., Прикарпатський А.К., Твердохліб І.П. Портфельна конкурентна модель ринку акцій з біваріативною функцією корисності 5

Дзюбан І.Ю., Капустян В.О. Оптимізація рекламної діяльності страхової компанії з позиції гарантованого виграшу 11

Електроніка, радіотехніка та засоби телекомунікацій

Вунтесмері Вал.С., Витяганець А.І. Низькочастотне розширення діапазону роботи магніторезистивного вимірювального перетворювача активної потужності середніх частот 16

Генкін О.М., Генкіна В.К., Гераїмчук М.Д., Гермаш Л.П., Неводовський П.В. Широкопasmові еталонні випромінювачі для УФ-області на основі карбиду кремнію 20

Дзюба В.Г. Застосування нейронної мережі для пошуку об'єктів на зображенні 27

Ніжебецька Ю.Х., Рибін О.І., Ткачук А.П., Шарпан О.Б. Нормальне дискретне перетворення з дійсним ядром сигналу довільної форми 34

Енергетика та енергогенеруючі технології

Корнієнко Я.М., Дорошенко Д.В., Філінков А.С., Магазій П.М. Дослідження температурного поля в дисперсних багатофазних системах 41

Турик В.М., Бабенко В.В., Воскобійник В.А., Воскобійник А.В. Швидкості в примежовому шарі над пластиною з напівциліндричним заглибленням 46

Інформаційні технології, системний аналіз та керування

Бідюк П.І., Литинська А.Ю. Формування портфеля хедж-фондів з використанням квадратичної апроксимації функції втрат 55

Гриша С.М., Гнатенко Н.С. Прийняття рішень на базі досвіду як підхід до подолання фактора суб'єктивності 62

Маслянюк П.П., Лісов П.М. Дослідження засобів і розробка технології продукування інформаційних ресурсів 76

Сапоженко О.А., Махіна Г.А. Дослідження складності задачі до визначення часткових монотонних булевих функцій 90

Матеріалознавство та машинобудування

Киричок П.О., Роїк Т.А., Морозов А.С., Савченко К.І. Особливості застосування металізованих фарбових плівок поліграфічного призначення 94

Кулініч А.А., Рябініна О.О., Доній О.М., Котляр С.М. Фазово-структурний склад і механічні властивості сплаву АЦ4Мг з домішками заліза та берилію 99

Макогон Ю.М., Сидоренко С.І., Павлова О.П., Вербицька Т.І. Фазоутворення у плівковій композиції Ti(200 нм)/Cu(200 нм)/Ti(100 нм)/SiO₂(370 нм) на монокристалічному кремнії орієнтації (001) 103

Олікер В.Ю., Гридасова Т.Я., Єлісєєва О.М., Сировацька В.Л. Дослідження впливу магнітного поля на структуру NiAl–Re-матеріалів за допомогою Фур'є-спектроскопії 108

Скачков І.О., Шевченко М.В. Методика контролю якості джерел живлення для дугового зварювання із застосуванням штучних нейронних мереж 115

Проблеми хімії та хімічної технології

Рупп В.В., Вишневецька Ю.П., Пащенко Н.В., Ткаленко Д.А. Використання рівнянь полярографії для аналізу хроновольтамперограм 122

Талхі Ф.М., Макарова Н.В., Астрелін І.М., Толстопалова Н.М. Дослідження методів попередньої підготовки води з високою жорсткістю для мембранного кондиціонування 127

Теоретичні та прикладні проблеми фізико-математичних наук

Богданський Ю.В. Бездивергентний варіант формули Гаусса–Остроградського на нескінченновимірних многовидах 132

Жуковська О.А., Глушаускене Г.А., Файнзільберг Л.С. Дослідження властивостей модифікованої оцінки дисперсії випадкової величини за вибіркою незалежних спостережень 139

Кухарчук М.М., Яременко М.І. Про розв'язність одного квазілінійного еліптичного диференціального рівняння другого порядку у всьому евклідовому просторі R^l , $l \geq 3$ 146

Самусенко П.Ф. Асимптотичне інтегрування систем сингулярно збурених диференціальних рівнянь з вродженням у точці 152

Реферати 157

Автори номери 160

CONTENTS

Economy and organization of production

Kyshakevych B.Yu., Prykarpatsky A.K., Tverdokhlib I.P. Portfolio competing stock market model with the bi-variative utility function 5

Dzyuban I.Yu., Kapustyan V.O. Advertising activity optimization of the insurance company from a position of the guaranteed gain 11

Electronics, radio engineering and telecommunications

Vountesmeri Val.S., Vytiaganets A.I. Low frequency range work expansion of magnetoresistive measuring converter of active power of middle frequencies 16

Genkin O.M., Genkina V.K., Gerayimchuk M.D., Germash L.P., Nevedovsky P.V. Silicon carbide based broadband etalon emitters for the UV-region 20

Dzyuba V.G. Use of neuron network for objects detection in image 27

Nizhebetska Yu.Kh., Rybin O.I., Tkachuk A.P., Sharpan O.B. Normal discrete transformation with the real core of the arbitrary shape signal 34

Power engineering and energy generation technologies

Korniyenko Ya.M., Doroshenko D.V., Filinkov A.S., Magaziy P.M. Study of the temperature field disperse polyphase system 41

Turyck V.M., Babenko V.V., Voskobiynik V.A., Voskobiynik A.V. Current velocities in the boundary layer over the plate with semi-cylindrical cavity 46

Information technology, system analysis and guidance

Bidyuk P.I., Litynska A.Yu. Forming hedge-fund portfolios using the quadratic approximation of loss function 55

Grysha S.M., Gnatenko N.S. Experience-based decision making as the approach to subjectivity overcoming 62

Maslyanko P.P., Lissov P.M. Tools research and development of the technology for informative resources production 76

Sapozhenko O.A., Makhina G.A. Complexity investigation of the problem of partial monotone boolean function optimal extension 90

Materials science and machine building

Kirichok P.O., Roik T.A., Morozov A.S., Savchenko K.I. Features of metallic films usage for the polygraphic setting 94

Kulinich A.A., Ryabinina O.O., Doniy O.M., Kotlyar S.M. Phase-structural composition and mechanical properties of alloy of CA4Mg with admixtures of iron and beryllium 99

Makogon Iu.M., Sydorenko S.I., Pavlova O.P., Verbitska T.I. The phase formation in Ti(200 nm)/Cu(200 nm)/Ti(100 nm)/SiO₂(370 nm) film composition on the monocrystalline silicon (001) 103

Oliker V.Yu., Gridasova T.Ya., Elisyeyeva O.M., Syrovatka V.L. Research of influence of the magnetic field on structure of NiAl-Re materials by means of Fourier-spectroscopy 108

Skachkov I.O., Shevchenko M.V. The quality monitoring method of welding power sources for arc welding using the artificial neural networks 115

Problems of chemistry and chemical engineering

Rupp V.V., Vyshnevska Yu.P., Paschenko N.V., Tkalenko D.A. Polarographic equation for chronovoltammograms analysis 122

Talkhi F.M., Makarova N.V., Astrelin I.M., Tolstopalova N.M. Study of hard water pre-treatment methods for membrane purification 127

Theoretical and applied problems of physico-mathematical sciences

Bogdansky Yu.V. A divergenceless form of the Gauss–Ostrogradsky formula for the infinite dimensional manifolds 132

Zhukovska O.A., Glushauskene G.A., Fainzilberg L.S. Research of the modified estimation properties of random variable's variance on sample of independent observations 139

Kukharchuk M.M., Yaremenko M.I. On solvability of the second-order quasi-linear elliptic equations on the euclidean space R^l , $l \geq 3$ 146

Samusenko P.F. The asymptotical integration of the singularly perturbed systems of differential equations with degeneration in a point 152

Reports 157

Contributors to the issue 160