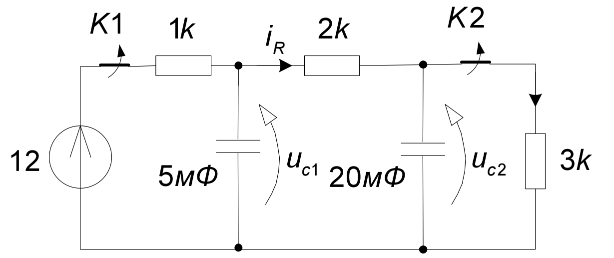


Задача 3.

Ключи К1, К2 одновременно размыкаются в момент, когда схема находится в установившемся состоянии. Определить количество энергии, которое выделится на сопротивлении 2к во время переходного процесса после размыкания ключей.

Обозначаем токи и напряжения на компонентах схемы.

<u>Первый способ.</u> В установившемся состоянии все токи и напряжения постоянны и ток через емкости не протекает, поэтому напряжения на емкостях (начальные условия) можно определить через напряжения на сопротивлениях по формуле делителя напряжения и второму закону Кирхгофа:

$$u_{c1} = \frac{r_2 + r_3}{r_1 + r_2 + r_3} e = \frac{2к + 3к}{1к + 2к + 3к} 12 = 10\,В; \qquad u_{c2} = \frac{r_3}{r_1 + r_2 + r_3} e = 6\,В. \tag{1}$$

Энергия, запасенная в емкостях, равна:

$$W_1 = \frac{c_1 u_{c1}^2}{2} = 0,250\,Дж; \qquad W_2 = \frac{c_2 u_{c2}^2}{2} = 0,360\,Дж\,. \tag{2}$$

Заряды на емкостях:

$$q_1 = c_1 u_{c1} = 50\,мКл; \qquad q_2 = c_2 u_{c2} = 120\,мКл; \tag{3}$$

После размыкания ключей происходит перераспределение зарядов, в ходе которого часть энергии рассеивается на сопротивлении $2к$, а после окончания переходного процесса напряжения на емкостях станут одинаковыми, равными, например, $u_э$. Найдем $u_э$ из условия сохранения заряда в процессе его перераспределения:

$$q_1 + q_2 = (c_1 + c_2) u_э \quad \to u_э = \frac{34}{5}\,В\,. \tag{4}$$

Тогда энергия, запасенная в емкостях после прекращения тока, равна:

$$W = \frac{(c_1 + c_2) u_э^2}{2} = 0,578\,Дж. \tag{5}$$

Искомая энергия Q равна:

$$Q = W_1 + W_2 - W = 0,032\,Дж = 32\,мДж. \tag{6}$$

<u>Второй способ</u>. После размыкания ключей электрический ток i_R протекает через последовательно соединенные емкости и сопротивление $2к$. Заменим емкости эквивалентной емкостью $c_э$ и определим начальное напряжение U_0 на ней по второму закону Кирхгофа, используя результат (1):

$$c_э = \frac{c_1 c_2}{c_1 + c_2} = 4\,мФ; \qquad U_0 = u_{c1} - u_{c2} = 4\,В\,. \tag{7}$$

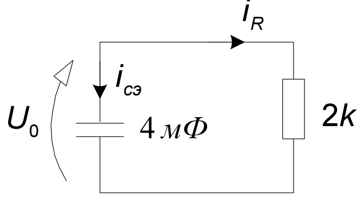


Рис.1. Схема разряда эквивалентной емкости

Во время переходного процесса эквивалентная емкость разряжается через сопротивление $2к$ (см. Рис.1), и ее напряжение $u_{cэ}$ уменьшается по экспоненциальному закону со скоростью, определяемой постоянной времени $r_2 c_э$:

$$u_{cэ}(t) = U_0 e^{-\frac{t}{r_2 c_э}} \sigma(t) = 4 \cdot e^{-\frac{t}{8}} \sigma(t)\ В\,. \tag{8}$$

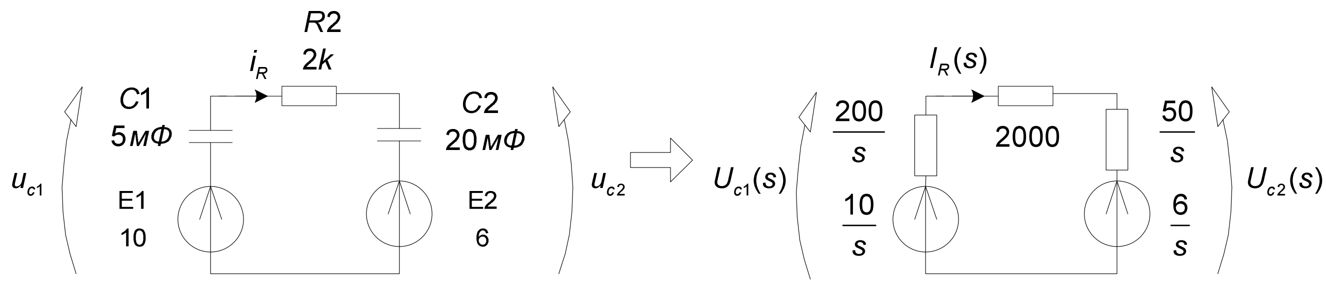
Из первого закона Кирхгофа, компонентного уравнения емкости и (8) находим ток перезаряда емкостей $i_R(t)$:

$$i_R(t) = -i_{cэ}(t) = -c_э \frac{du_{cэ}}{dt} = \frac{U_0}{r_2} e^{-\frac{t}{r_2 c_э}} = 2 \cdot 10^{-3} e^{-\frac{t}{8}} \sigma(t) \ A \,. \qquad (9)$$

Положительное значение тока i_R указывает на то, что физическое направление тока, протекающего через сопротивление $2к$, совпадает с направлением, указанным стрелкой, т.е. заряд перетекает из емкости $C1$ в емкость $C2$. Энергия, рассеянная на сопротивлении в ходе перетекания заряда, находится через интеграл от мощности:

$$Q = \int_0^{\infty} i_R^2(\tau) r_2 d\tau = \int_0^{\infty} \frac{U_0^2}{r_2^2} e^{-\frac{2t}{r_2 c_э}} d\tau = \int_0^{\infty} 4 \cdot 10^{-6} e^{-\frac{t}{4}} \cdot 2 \cdot 10^3 d\tau = -32 \cdot e^{-\frac{t}{4}} \Big|_0^{\infty} = 32 \ мДж \,. \qquad (10).$$

Третий способ. Соотношение (9) можно найти, рассчитав переходный процесс, например, операторным методом в схеме Рис.2 , где ненулевые начальные условия (1) представлены



а) б)

Рис. 2. К расчету переходного процесса операторным методом: а) исходная схема; б) операторная схема.

источниками, а емкости не заряжены.

Определяем ток $I_R(s)$ по закону Ома:

$$I_R(s) = \frac{\frac{10}{s} - \frac{6}{s}}{\frac{200}{s} + \frac{50}{s} + 2000} = \frac{2}{125 + 1000s} = \frac{1}{500} \frac{1}{s + \frac{1}{8}} \,. \qquad (11)$$

Находим оригинал $i_R(t)$ по теореме разложения или по таблице оригиналов:

$$i_R(t) = 2 \cdot 10^{-3} e^{-\frac{t}{8}} \sigma(t) \,, \qquad (12)$$

что совпадает с (9). Далее находим искомую энергию по (10).

Проверки. Найдем напряжения $U_{c1}(s)$ и $U_{c2}(s)$ по второму закону Кирхгофа и закону Ома (см. Рис. 2 б):

$$U_{c1}(s) = \frac{10}{s} - I_R(s) \frac{200}{s} = \frac{34 + 400s}{(5 + 40s)s}; \qquad U_{c2}(s) = \frac{6}{s} + I_R(s) \frac{50}{s} = \frac{34 + 240s}{(5 + 40s)s} \qquad (13)$$

Выполним проверку соотношений (13), используя теорему о начальном значении:

$$u_{c1}(0) = \lim_{s \to \infty} sU_{c1}(s) = 10 \, B; \qquad u_{c2}(0) = \lim_{s \to \infty} sU_{c2}(s) = 6 \, B \,, \qquad (14)$$

что совпадает с начальными условиями (1).

Выполним проверку соотношений (13), используя теорему о предельном значении:

$$u_{c1}(\infty) = \lim_{s \to 0} sU_{c1}(s) = \frac{34}{5} B; \qquad u_{c2}(\infty) = \lim_{s \to 0} sU_{c2}(s) = \frac{34}{5} B \,, \qquad (15)$$

что подтверждает физические представления (4) о переходном процессе в схеме.